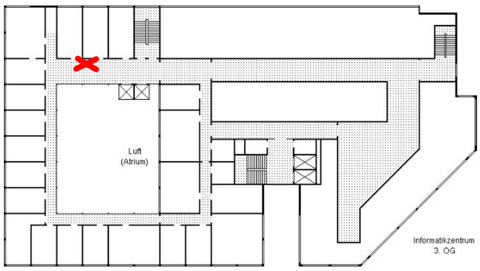
Abteilung Algorithmik **Winter '11**
Institut für Betriebssysteme und Rechnerverbund
TU Braunschweig

Dr. Alexander Kröller
Hella Hoffmann

Mathematische Methoden der Algorithmik
Übung 5 vom 31. 1. 2012

Abgabe der Lösungen zu **Aufgaben 2 und 3** bis **Dienstag**, den 7. 2. 2012, , entweder in der kleinen Übung im IZ161, oder bis 8:30 im Hausaufgabenrückgabeschrank.
Abgabe der **Portfolioaufgabe** bis Sonntag, den 19. 2. 2011, 24:00, im Hausaufgabenrückgabeschrank.
Bitte die Blätter vorne deutlich mit eigenem Namen versehen!



Aufgabe 1 (Viertes Portfolio): Erstelle eine Portfolioseite für Kapitel 5 der VL. Die formalen Voraussetzungen sind:

- Passt auf DIN A5 in normaler Schrift.

Bitte gebt bei der Abgabe wieder an, inwieweit ihr mit Weitergabe einverstanden seid. Zu den Themen, die in jedem Fall aufgegriffen werden sollen, gehören

- IP und LP-Relaxierung
- Totale Unimodularität
- Branch-and-Bound, Branch-and-Cut
- Gomory-Cuts

(4 P.)

Aufgabe 2: Modelliere die folgenden Probleme jeweils als IP. Beschreibe dabei jede Restriktion kurz mit eigenen Worten.

a) Gegeben sei ein Behälter der Größe W sowie n Objekte mit Größen w_i und Profiten p_i, $i = 1, \ldots, n$. Ziel ist es, den Behälter so zu befüllen, dass der Profit maximal ist.

b) Gegeben seien unendlich viele Behälter der Größe 1 sowie n Objekte mit Größen w_i, $i = 1, \ldots, n$. Ziel ist es, alle Objekte in möglichst wenige Behälter zu packen.

(Hinweis: Eine Menge von Objekten kann in einen Behälter gepackt werden, wenn die Summe der Größen kleiner als die Behältergröße ist.)

c) Gegeben seien m (identische) Maschinen und n Jobs, wobei der i-te Job $p_i \in \mathbb{N}$ Zeiteinheiten ($i = 1, \dots, n$) auf einer Maschine bearbeitet werden muss. Für jeden Job gibt es außerdem eine release time, d.h. einen Zeitpunkt zu dem der Job frühestens gestartet werden darf. Ziel ist es, die Zeit zu minimieren, bis der letzte Job bearbeitet ist.

(Hinweis: Ein Job darf nur auf einer Maschine bearbeitet werden und seine Bearbeitung darf nicht unterbrochen werden. Eine Maschine darf natürlich (nacheinander) mehrere Jobs bearbeiten.)

(1+1+1 P.)

Aufgabe 3: Gegeben sei das folgende lineare Programm (P):

$$
\begin{array}{lrcrcrcrcrcl}
\max & 7x_1 & + & 6x_2 & + & 5x_3 & - & 2x_4 & + & 3x_5 & & \\
\text{s.t.} & x_1 & + & 3x_2 & + & 5x_3 & - & 2x_4 & + & 2x_5 & \leqslant & 4 \\
& 4x_1 & + & 2x_2 & - & 2x_3 & + & x_4 & + & x_5 & \leqslant & 3 \\
& 2x_1 & + & 4x_2 & + & 4x_3 & - & 2x_4 & + & 5x_5 & \leqslant & 5 \\
& 3x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & - & x_4 & - & 2x_5 & \leqslant & 1 \\
& x_1, & & x_2, & & x_3, & & x_4, & & x_5 & \geqslant & 0
\end{array}
$$

a) Formuliere das duale Problem zu (P).

b) Formuliere die Bedingungen fur komplementären Schlupf zu (P).

c) Prüfe mit Hilfe des Satzes vom komplementären Schlupf, ob $x^* := (0, \frac{4}{3}, \frac{2}{3}, \frac{5}{3}, 0)^\mathsf{T}$ eine optimale Lösung von (P) ist.

(Hinweis: Auch wenn man die duale Lösung u nicht kennt, kann man Bedingungen herleiten, die ein u erfüllen muss, und dann konkrete Dinge berechnen.)

(1+1+1 P.)