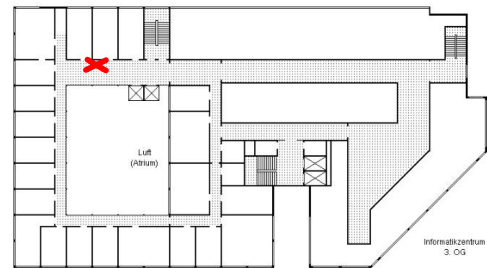


Dr. Alexander Kröller  
Hella Hoffmann

## Mathematische Methoden der Algorithmik Übung 3 vom 14. 12. 2011

Abgabe der Lösungen und des Portfolios bis Mittwoch, den 11. 1. 2012, entweder in der Übung im PK 2.1, oder bis 13:15 im Hausaufgabenrückgabeschrank.

**Bitte die Blätter vorne deutlich mit eigenem Namen versehen!**



**Aufgabe 1 (Pivotregeln):** Betrachte das LP aus der Übung vom 14.12.:

$$(P) \begin{cases} \max & 10x_1 & -57x_2 & -9x_3 & -24x_4 \\ \text{s.t.} & \frac{1}{2}x_1 & -\frac{11}{2}x_2 & -\frac{5}{2}x_3 & +9x_4 \leq 0 \\ & \frac{1}{2}x_1 & -\frac{3}{2}x_2 & -\frac{1}{2}x_3 & +x_4 \leq 0 \\ & x_1 & & & \leq 1 \end{cases}$$

(Zur Erinnerung: Bei Verwendung der Standardpivotregel „Wähle die Spalte mit grösstem  $\bar{c}_q$  und die Zeile mit kleinstem Basisvariablenindex“ zykelt dieses LP.)

Löse dieses LP mit dem Simplex-Verfahren und Blands Pivotregel. **(2 P.)**

**Aufgabe 2:** Gegeben sei ein LP in der Standardform:

$$(P) \begin{cases} \max & c^T x \\ \text{s.t.} & Ax \leq b \end{cases}$$

Beweise oder widerlege die folgenden Aussagen über dieses lineare Programm (wenn im Folgenden von Basen und Basisvariablen die Rede ist, ist jeweils das Ergebnis einer Rückübersetzung vom Tableau für obiges LP gemeint):

- Die Anzahl positiver Variablen in einer zulässigen Basislösung überschreitet nicht den Rang von  $A$ .
- Die Anzahl der Optimallösungen ist endlich.
- Falls jede Basislösung nicht degeneriert ist, dann ist die Optimallösung eindeutig.
- Eine Nichtbasisvariable, die beim Simplexalgorithmus gerade in die Basis pivotisiert wurde, kann die Basis im nächsten Schritt wieder verlassen.
- Eine Basisvariable, die beim Simplexalgorithmus gerade die Basis verlassen hat, kann im nächsten Schritt wieder in die Basis aufgenommen werden.

- f) Ist eine unbeschränkte Variable  $x_i$  durch  $x_i^+ - x_i^-$  mit  $x_i^+, x_i^- \geq 0$  ersetzt worden um das lineare Programm in Standardform für den Simplex zu bekommen, so ist im Simplexverfahren in jedem Schritt höchstens eine der beiden Variablen  $x_i^+, x_i^-$  ungleich 0.

( $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 1$  P.)

**Aufgabe 3 (Zweites Portfolio):** Erstelle eine Portfolioseite für Kapitel 3 der VL. Die formalen Voraussetzungen sind:

- Passt auf DIN A5 in normaler Schrift.

Bitte gebt bei der Abgabe wieder an, inwieweit ihr mit Weitergabe einverstanden seid. Zu den Themen, die in jedem Fall aufgegriffen werden sollen, gehören

- Tableaudarstellung
- Simplex-Algorithmus, Eigenschaften desselben, Zwei-Phasen-Simplex

(4 P.)

**Frohe Weihnachten & einen guten Rutsch!**