

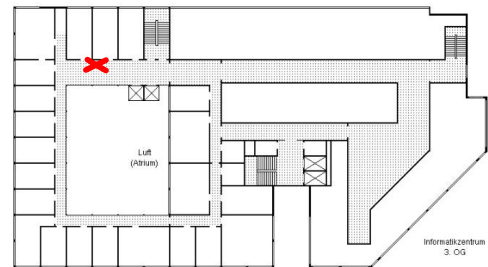
Dr. Alexander Kröller
 Hella Hoffmann

Mathematische Methoden der Algorithmik
Übung 1 vom 17. 11. 2011

Abgabe der Lösungen zu **Aufgaben 1 bis 3** bis Mittwoch, den 30. 11. 2011, entweder in der Übung im PK 2.1, oder bis 13:15 im Hausaufgabenrückgabeschrank.

Abgabe der **Portfolioaufgabe** bis Dienstag, den 6. 12. 2011, entweder in der kleinen Übung im IZ161, oder bis 8:30 im Hausaufgabenrückgabeschrank.

Bitte die Blätter vorne deutlich mit eigenem Namen versehen!



Aufgabe 1 (LP grafisch): Betrachte folgendes lineares Optimierungsproblem:

$$(P) \begin{cases} \min & -2x_1 & +x_2 \\ \text{s.t.} & 2x_1 & +8x_2 \leq 73 \\ & -x_1 & +x_2 \leq 2 \\ & -2x_1 & +x_2 \geq -10 \\ & 2x_1 & -3x_2 = -4 \\ & x_1 \geq 0 \\ & & x_2 \geq 0 \end{cases}$$

a) Schreibe das Problem in den Standardformen

$$\max\{c^T x \mid \text{s.t. } Ax \leq b\} \quad \text{und} \quad \max\{c^T x \mid \text{s.t. } Ax = b, x \geq 0\} .$$

(Matrixschreibweise ist nicht gefordert)

- b) Zeichne das LP und seine zulässigen Lösungen. Eine Zeichnung des 1. Quadranten mit Koordinatenbereich 0–10 reicht aus.
- c) Zeichne die zulässigen Lösungen ein, für den Fall, dass wir zusätzlich $x_1, x_2 \in \mathbb{Z}$ fordern.
- d) Zeichne alle Basislösungen ein, die im Bereich $[0, 10] \times [0, 10]$ liegen. Gib jeweils die Basis und Nichtbasis an. Welche sind zulässig? Welche sind degeneriert?

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \text{ P.}\right)$$

	Einsi	Zwo	Drej	Vir	Fünnef	K_f
Abdichten von Bauwerken	15	2	0	0	10	20
Bach und Händel: Antipoden des Spätbarock	0	0	0	50	20	80
CAD im Holzbau	5	4	10	0	10	15
Dadaismus	0	0	0	0	50	50
E-Business	0	1	20	0	5	25
Fabrikplanung	15	4	20	0	15	120
Gadamer: Wahrheit und Methode	0	2	0	50	40	38

Tabelle 1: Fächer, Studenten, Lerngeschwindigkeiten $k_{s,f}$, Materialgrößen K_f

Aufgabe 2 (Arbeitszeitoptimierung): Gegeben sei folgendes schwerwiegende Problem, das sich einer Menge S von Studenten stellt: Morgen sind gleich mehrere Klausuren zu schreiben, für die Fächer in der Menge F . Heute Abend ist aber Konzert von Motorcraft Society mit Megaparty danach.

Die Studenten beschliessen also, sich das Wissen aufzuteilen und morgen gemeinsam in alle Klausuren zu gehen, und einfach alles voneinander abzuschreiben. Für jedes Fach $f \in F$ müssen dazu jeweils K_f Seiten klausurrelevantes Material gelernt werden. Jeder Student kann beliebig viel beitragen, es muss nur das Gesamtklausurwissen auf die Studenten verteilt werden.

Die Studenten sind natürlich nicht gleich gut, und nicht jedem liegt jedes Fach gleich. Wir gehen davon aus, dass ein Student $s \in S$, wenn er für Fach $f \in F$ lernt, genau $k_{s,f}$ Seiten pro Stunde schafft.

Rechtzeitig vor dem Konzert fertig zu werden ist unmöglich, und natürlich lässt niemand seine Kameraden im Stich. Das Ziel ist, dass so früh wie möglich alle Studenten fertig sind und dann gemeinsam feiern gehen können.

- Formuliere ein LP, mit dem bestimmt werden kann, wie die Studenten lernen sollen, so dass sie so früh wie möglich auf das Konzert kommen.
- Löse den in Tabelle 1 gezeigten Fall mit CPLEX oder SoPlex. Abzugeben ist: Die Eingabedatei in .lp-Format, die Logdatei, und eine optimale Lösung.

(1+1 P.)

Aufgabe 3 (Dualität): Gegeben sei das Problem

$$(P_1) \begin{cases} \max & c^T x \\ \text{s.t.} & Ax \leq b \\ & x \geq 0 \end{cases}$$

und es sei bekannt, dass sein duales LP auch eine Lösung habe. Zeige, dass das Problem

$$(P_2) \begin{cases} \max & c^T x \\ \text{s.t.} & Ax \leq b' \\ & x \geq 0 \end{cases}$$

für alle b' nicht unbeschränkt ist.

(2 P.)

Aufgabe 4 (Erstes Portfolio): Erstelle eine Portfolioseite für Kapitel 2 der VL. Die formalen Voraussetzungen sind:

- Passt auf DIN A5 in normaler Schrift.

Bitte gebt bei der Abgabe an, ob ihr mit Weitergabe einverstanden seid. Wir denken dabei an

- Einscannen und über die Materialseite den anderen Teilnehmern des laufenden Semesters zur Verfügung stellen.
- Auch zukünftigen Semestern zur Verfügung stellen.

Ihr könnt auch angeben, nur einer dieser Optionen zuzustimmen. Falls ihr den Scan nur anonym verteilt haben wollt, gebt dies bitte ebenfalls an.

Zu den Themen, die in jedem Fall aufgegriffen werden sollen, gehören

- Standardformen und Transformationen von LPs
- Geometrie vs. Algebra
- Lösungen, Basen, Basislösungen, zulässig, degeneriert
- Fundamentalsatz und Extrempunkte

(4 P.)