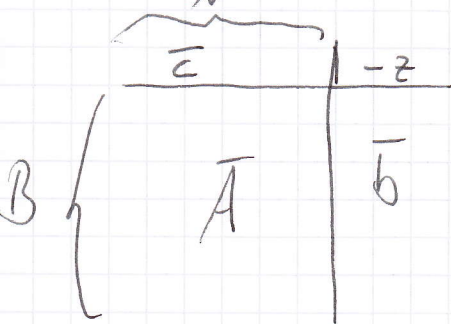


Def 3.8 "verkürztes Tableau"

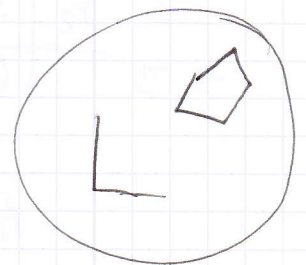
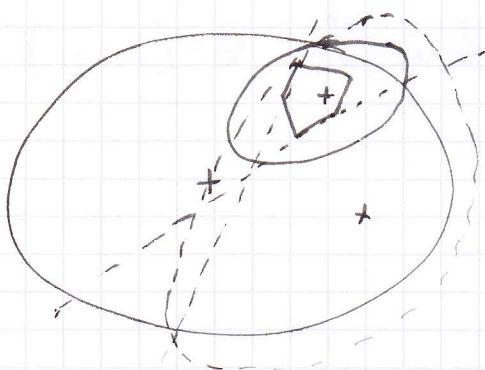
S. 1.



Satz 3.9 (Bland's Regel): Wenn für Pivotspalte und -zeile immer die mit kleinstem Variablenindex unter allen möglichen gewählt wird, ist das Simplexverfahren endlich.

Die Ellipsoidmethode:

Ziel ist: Finde ein x mit $Ax \leq b$, $A \in \mathbb{Q}^{n \times n}$
 $b \in \mathbb{Q}$
↑
volldimensional



Separationsproblem: Gegeben A, b und ein Punkt x

Gibt es ein i mit $A_i x > b_i$?

Falls ja: i zurückliefern

„nein“: x erfüllt $Ax \leq b$

Satz 3.10

Die Ell. Methode löst $\exists x? Ax \leq b$ in polynomieller Zeit mit polyn. vielen Aufrufen des Separationsorakels.

$$\begin{cases} \max c^T x \\ \text{s.t. } Ax \leq b \end{cases} \leq \begin{cases} \min u^T b \\ \text{s.t. } u^T A = c^T \\ u \geq 0 \end{cases}$$

$$\exists x, u ? \begin{cases} c^T x = u^T b \\ Ax \leq b \\ u^T A = c^T \\ u \geq 0 \end{cases}$$

Satz 3.11: Optimierung und finden eines Paketes sind gleich schwer.

Kapitel 4: Dualität

$$(P) \begin{cases} \max c^T x \\ \text{s.t. } Ax \leq b \end{cases} \quad (D) \begin{cases} \min u^T b \\ \text{s.t. } u^T A = c^T \\ u \geq 0 \end{cases}$$

Satz 4.1 „schwache Dualität“

~~max(P)~~ gegeben x, u . x erfülle (P), u erfülle (D)
 Dann gilt $c^T x \leq u^T b$

Beweis:

$$c^T x = u^T \underbrace{Ax}_{\substack{\uparrow \\ \text{(weil } u \\ \text{in (D))}}} \leq u^T b \leq b$$

□

$$(P) \begin{cases} \max c^T x + d^T y \\ \text{s.t. } Ax + By \leq b \\ Cx + Dy = e \\ Ex + Fy \geq f \\ x \geq 0, y \text{ frei} \end{cases} \rightsquigarrow \begin{cases} \max c^T x + d^T y \\ \text{s.t. } Ax + By \leq b \leftarrow u \\ Cx + Dy \leq e \leftarrow v \\ -Cx + Fy \leq -e \leftarrow \bar{v} \\ -Ex - Fy \leq -f \leftarrow w \\ (-I)x \leq 0 \leftarrow s \end{cases}$$

Dual:

$$\begin{cases} \min & u^T b + \bar{v}^T e - \bar{v}^T e - w^T f \\ \text{s.t.} & u^T A + \bar{v}^T C - \bar{v}^T C - w^T E - s^T I = c^T \\ & u^T B + \bar{v}^T D - \bar{v}^T D - w^T F = d^T \\ & u, \bar{v}, \bar{v}, w, s \geq 0 \end{cases}$$

~~$v_i = \bar{v} - \bar{v}$~~

\rightarrow

$$\begin{cases} \min & u^T b + \bar{v}^T e - w^T f \\ \text{s.t.} & u^T A + \bar{v}^T C - w^T E \geq c^T \\ & u^T B + \bar{v}^T D - w^T F = d^T \\ & u, w \geq 0 \end{cases}$$

$w := -w$

\rightarrow

$$\begin{cases} \min & u^T b + \bar{v}^T e + w^T f \\ \text{s.t.} & u^T A + \bar{v}^T C + w^T E \geq c^T \\ & u^T B + \bar{v}^T D + w^T F = d^T \\ & u \geq 0, w \leq 0, v \text{ frei} \end{cases}$$

Tabelle für max-Probleme

PRIMAL	DUAL
$x \geq 0$	\geq Ungl. (wegen Schlopf)
x frei	Gleichung
\leq Ungl.	$u \geq 0$
Gleichung	u frei
\geq Ungl.	$u \leq 0$