Anwendung: Separation

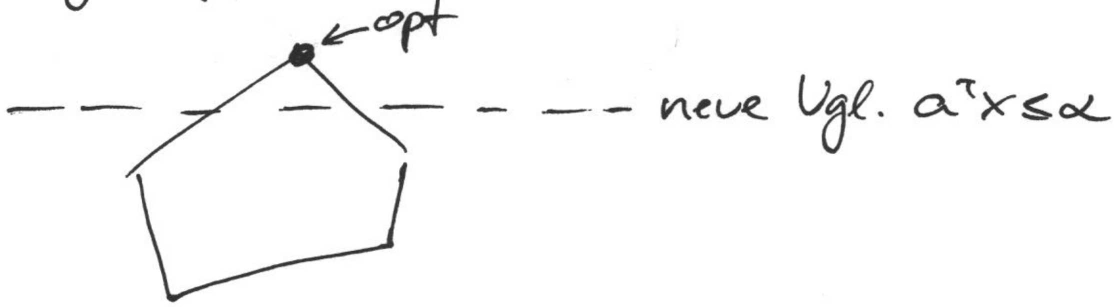

Tableau:

Schlupf in die Basis, NB unangetastet

Neue Basisinverse ist
$$\left(\begin{array}{c|c} A_B^{-1} & 0 \\ \hline -a_B^T A_B^{-1} & 1 \end{array}\right)$$

da
$$\left(\begin{array}{c|c} A_B & 0 \\ \hline a_B^T & 1 \end{array}\right) \cdot \left(\begin{array}{c|c} A_B^{-1} & 0 \\ \hline -a_B^T A_B^{-1} & 1 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{c|c} A_B A_B^{-1} & 0 \\ \hline a_B^T A_B^{-1} - a_B^T A_B^{-1} & 1 \cdot 1 \end{array}\right)$$

Also: Tableau leicht berechenbar,
ist dual zulässig
$\Rightarrow$ duale Simplexschritte verwenden!

Anwendung: Column Generation

Variable wird nicht erzeugt, erst bei Bedarf

$\hat{=}$ duales Separieren

Dual verletzt $\Leftrightarrow$ dualer Schlupf < 0 $\Leftrightarrow$ primale red. kosten > 0 $\Leftrightarrow$ variable verbessert zielfkt!

Beispiel 4.8 Flüsse

Kantenbasierte Flüsse sind manchmal unflexibel (Bspw bei Lauflängenbeschränkungen)

Stattdessen Variablen für Pfade.

$\mathcal{P}$:= Menge aller s-t-Pfade (Rest s. voriges Flow-Bsp)

$$(D)\begin{cases} \max \sum_{P \in \mathcal{P}} f_P & \\ \text{s.t.} \sum_{P \ni a} f_P \leq k_a & \forall a \in A \\ f_P \geq 0 & \forall P \in \mathcal{P} \end{cases}$$

$$(D)\begin{cases} \min \sum_{a\in A} k_a y_a \\ \text{s.t. } \sum_{a\in P} y_a \geq 1 & \forall P\in \mathcal{P} \\ \quad y_a \geq 0 & \forall a\in A \end{cases}$$

Primale Variable für Verbesserung

$\Leftrightarrow$ Es gibt Pfad P mit $\sum_{a\in P} y_a < 1$

$\rightsquigarrow$ kürzeste-Wege-Problem:

„Ist der kürzeste (bzgl Kantenlängen y_a) s-t-Pfad kürzer als 1?"

Bsp: • Latenzbeschränkungen

(Achtung: Beschränkter kürzester Pfad ist NP-schwer aber approximierbar (sogar FPTAS))

• Geometrie „fahrbare Route"

Kapitel 5: Kombinatorische Optimierungsprobleme

Beispiele

- Matching / Vertex Cover

$$(\text{MaxM}) \begin{cases} \max \sum_{e \in E} x_e \\ \text{s.t. } \sum_{e \in \delta(v)} x_e \le 1 \quad \forall v \in V \\ \qquad x_e \in \{0,1\} \end{cases}$$

$\big\downarrow$ LP-Relax

$$(\text{P}) \begin{cases} \max \sum x_e \\ \text{s.t. } \sum x_e \le 1 \quad \forall v \\ \qquad x_e \geq 0 \end{cases}$$!

$\parallel$

$$(\text{D}) \begin{cases} \min \sum_{v \in V} y_v \\ \text{s.t. } y_u + y_v \geq 1 \quad \forall uv \in E \\ \qquad y \geq 0 \end{cases}$$

$\big\uparrow$ LP-Relax

$$(\text{MinVC}) \begin{cases} \min \sum y_v \\ \text{s.t. } y_u + y_v \geq 1 \quad \forall uv \in E \\ \qquad y \in \{0,1\} \end{cases}$$

- TSP

$$
\begin{cases}
\max \sum_{e \in E} c_e x_e \\
\text{s.t.} \quad \sum_{e \in \delta(v)} x_e = 2 & \forall v \in V \\
\quad \cancel{x_e \in \{0,1\}} & \cancel{\forall} \\
\quad \sum_{e \in \delta(S)} x_e \geq 2 & \forall \emptyset \neq S \subsetneq V \\
\quad x_e \in \{0,1\}
\end{cases}
$$