

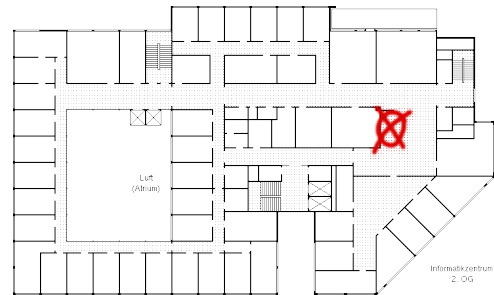
Dr. Alexander Kröller  
Max Pagel

## Mathematische Methoden der Algorithmik Übung 3 vom 07. 12. 2010

Abgabe der Lösungen am Mittwoch, den  
5. 1. 2011, entweder

- in der Vorlesung im PK 2.2, oder
- bis 14:45 im Hausaufgabenrückgabeschrank.

**Bitte die Blätter vorne deutlich mit eigenem Namen versehen!**



**Aufgabe 1 (Simplex-Tableau):** Gegeben sei das folgende LP:

$$\begin{array}{rll} \max & x_1 + 4x_2 & \\ \text{unter} & -3x_1 + x_2 \leq 2 \\ & x_1 + 2x_2 \leq 7 \\ & 2x_1 + 3x_2 \leq 12 \\ & x_1 \leq 3 \\ & -x_1 + 8x_2 \leq 24 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

- a) Zeichne die Menge aller zulässigen Lösungen und bringe das LP in eine Form die sich mit Hilfe des Simplexalgorithmus und der Tableaudarstellung lösen lässt.

Löse das LP algebraisch indem du das Tableauberechungsverfahren aus der Vorlesung anwendest. Verwende dafür folgende Pivotregeln:

- b) Als Pivotspalte wird jeweils die mit dem **kleinsten** positiven Kostenkoeffizient gewählt. Kommen mehrere Zeilen zum Pivotalisieren in Frage, dann wird die Zeile mit dem **größten** Variablenindex gewählt.
- c) Als Pivotspalte wird jeweils die mit dem **größten** positiven Kostenkoeffizient gewählt. Kommen mehrere Zeilen zum Pivotalisieren in Frage, dann wird die Zeile mit dem **größten** Variablenindex gewählt.
- d) Zeichne die Abfolge der besuchten Basislösungen in die Zeichnung aus a) ein. Diskutieren weshalb man mit den Pivotregeln aus b) länger braucht als mit den Regeln aus c)

**(0.5 + 2 + 2 + 0.5 P.)**

**Aufgabe 2 (Ein lineares Optimierungsproblem):** Ein Whisky-Importeur unterhält zwar einen unbegrenzten Markt für seine Ware, aber durch Importbeschränkungen werden seine monatlichen Einkaufsmengen folgendermaßen begrenzt:

<i>Sir Roses</i>	höchstens 2000 Flaschen zu 35 EUR,
<i>Highland Wind</i>	höchstens 2500 Flaschen zu 25 EUR,
<i>Old Frenzy</i>	höchstens 1200 Flaschen zu 20 EUR.

Daraus stellt er drei Mischungen A, B und C her, die er zu 34 EUR, 28.50 EUR, bzw. 20.50 EUR pro Flasche verkauft. Die Zusammensetzung der Mischungen ist:

A	wenigstens 60% <i>Sir Roses</i> höchstens 20% <i>Old Frenzy</i>
B	wenigstens 25% <i>Sir Roses</i> höchstens 60% <i>Old Frenzy</i>
C	höchstens 50% <i>Old Frenzy</i>

- Wie sollten die Mischungen aussehen und wieviel sollte von jeder Mischung hergestellt werden, um einen maximalen Gewinn zu erzielen? Formuliere dieses Problem als lineares Programm.
- Löse das LP mit CPLEX (Zur Abgabe gehört also: 1. Die Eingabedatei für CPLEX; 2. Die Logdatei cplex.log; 3. Das Ergebnis)

**(2 P.)**

**Aufgabe 3 (Simplex Algorithmus):** Gegeben sei das folgende LP:

$$\begin{array}{rcl}
 \max & -\frac{1}{2}x_1 & + 2x_2 \\
 \text{unter} & x_1 & \geq 1 \\
 & & x_2 \geq 2 \\
 & & x_2 \leq 6 \\
 & -\frac{1}{2}x_1 & + x_2 \leq 3 \\
 & x_1, & x_2 \geq 0
 \end{array}$$

- Bringe das LP in eine Form die sich mit Hilfe des Simplexalgorithmus und der Tableaudarstellung lösen lässt. Stelle für die Basis  $B = (x_1, x_2, x_4, x_5)$  und  $N = (x_3, x_6)$  das zugehörige Tableau auf. (Beachte, der Ursprung ist keine zulässige Lösung für dieses LP)
- Führe ausgehend von dem Tableau aus a) einen Pivotschritt aus und berechne das neue Tableau. Was lässt sich aus dem ermittelten Tableau bezüglich der optimalen Lösung des LPs ablesen?

**(2+1 P.)**

**Frohe Weihnachten!**