Abteilung Algorithmik **Winter '10**
Institut für Betriebssysteme und Rechnerverbund
TU Braunschweig

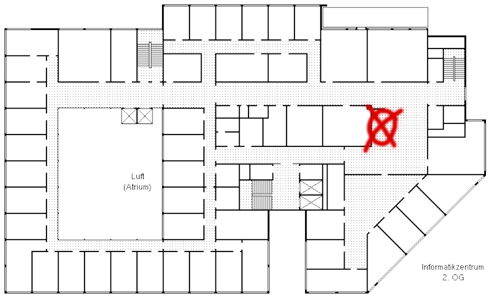
Dr. Alexander Kröller
Max Pagel

Mathematische Methoden der Algorithmik
Übung 1 vom 8. 11. 2010

Abgabe der Lösungen am Mittwoch, den 17. 11. 2010, entweder

- in der Vorlesung im PK 2.2, oder
- bis 13:15 im Hausaufgabenrückgabeschrank.

Bitte die Blätter vorne deutlich mit eigenem Namen versehen!



Aufgabe 1 (LP grafisch): Betrachte folgendes lineares Optimierungsproblem:

$$\begin{array}{rrcrcr}
\min & -x_1 & - & 2x_2 & & \\
\text{unter} & -x_1 & - & x_2 & \geq & -16 \\
 & -2x_1 & - & x_2 & \geq & -34 \\
 & -x_1 & & & \geq & -10 \\
 & & & -x_2 & \geq & -10 \\
 & -x_1, & & -x_2 & \leq & 0
\end{array}$$

a) Schreibe das (urspünglich gegebene) Problem die folgende Standardform: Maximiere, kleiner-gleich Restriktionen, nichtnegative Variablen.

b) Zeichne die Menge aller zulässigen Lösungen.

c) Zeichne die zulässigen Lösungen ein, für den Fall, dass wir die letzte Zeile ersetzen durch $x_1, x_2 \in \mathbb{Z}$.

(1+1+1 P.)

Aufgabe 2 (Arbeitszeitoptimierung): Gegeben sei folgendes schwerwiegende Problem, das sich einer Menge S von Studenten stellt: Morgen sind gleich mehrere Klausuren zu schreiben, für die Fächer in der Menge F. Heute Abend ist aber Konzert von Motorcraft Society mit Megaparty danach.
Die Studenten beschliessen also, sich das Wissen aufzuteilen und morgen gemeinsam in alle Klausuren zu gehen, und einfach alles voneinander abzuschreiben. Für jedes Fach $f \in F$ müssen dazu jeweils K_f Seiten klausurrelevantes Material gelernt werden. Jeder Student kann beliebig viel beitragen, es muss nur das Gesamtklausurwissen auf die Studenten verteilt werden.

Die Studenten sind natürlich nicht gleich gut, und nicht jedem liegt jedes Fach gleich. Wir gehen davon aus, dass ein Student $s \in S$, wenn er für Fach $f \in F$ lernt, genau $k_{s,f}$ Seiten pro Stunde schafft.
Rechtzeitig vor dem Konzert fertig zu werden ist unmöglich, und natürlich lässt niemand seine Kameraden im Stich. Das Ziel ist, dass so früh wie möglich alle Studenten fertig sind und dann gemeinsam feiern gehen können.
Die Aufgabe lautet also: Formuliere ein LP, mit dem bestimmt werden kann, wie die Studenten lernen sollen, so dass sie so früh wie möglich auf das Konzert kommen. **(3 P.)**

Aufgabe 3 (Dualität): Das Problem

$$(P_1) \left\{ \begin{array}{lll} \max & c^T x & \\ \text{s.t.} & Ax & \leq b \\ & x & \geq 0 \end{array} \right.$$

habe eine Lösung, und sein duales LP habe auch eine Lösung. Zeige, dass das Problem

$$(P_2) \left\{ \begin{array}{lll} \max & c^T x & \\ \text{s.t.} & Ax & \leq b' \\ & x & \geq 0 \end{array} \right.$$

für alle b' nicht unbeschränkt ist.

(4 P.)