

Mathematische Methoden der Algorithmik

Übung 4 vom 06.01.2010

Schriftliche Abgabe bis zum 20.01.2010, 15.00 Uhr, in den Schrank vor der Abteilung
Algorithmik.

Aufgabe 1 (Simplexverfahren):

Schreibe das folgende lineare Programm zunächst in Standardform und rechne sechs Pivotschritte. Benutze dabei folgende Pivotregeln: als Pivotspalte wird jeweils die mit dem kleinsten negativen Kostenkoeffizienten gewählt; kommen zwei verschiedene Zeilen zum Pivotisieren in Frage, dann wird die mit dem kleinsten Variablenindex gewählt.

Was ist im Bezug auf die Endlichkeit der Simplexmethode mit dieser Auswahlregel zu schliessen?

$$\begin{array}{rcll}
 \min & -\frac{3}{4}x_1 & + & 20x_2 & - & \frac{1}{2}x_3 & + & 6x_4 & & \\
 \text{unter} & \frac{1}{4}x_1 & - & 8x_2 & - & x_3 & + & 9x_4 & \leq & 0 \\
 & \frac{1}{2}x_1 & - & 12x_2 & - & \frac{1}{2}x_3 & + & 3x_4 & \leq & 0 \\
 & & & & & & & x_3 & \leq & 1 \\
 & x_1, & & x_2, & & x_3, & & x_4, & \geq & 0
 \end{array}$$

(15 Punkte)

Aufgabe 2 (Simplexverfahren):

Löse die folgenden lineare Programme mit Hilfe der 2-Phasen-Methode. Benutze dabei folgende Pivotregeln: als Pivotspalte wird jeweils die mit dem kleinsten negativen Kostenkoeffizienten gewählt; kommen zwei verschiedene Zeilen zum Pivotisieren in Frage, dann wird die gewählt, die im Tabelau weiter oben steht.

$$\begin{array}{rcll}
 \min & x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & & \\
 \text{unter} & 2x_1 & + & x_2 & - & x_3 & = & 1 \\
 & x_1 & - & x_2 & + & 4x_3 & = & 2 \\
 & 3x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & \leq & 5 \\
 & 2x_1 & - & x_2 & + & x_3 & \leq & 1 \\
 & x_1, & & x_2, & & x_3 & \geq & 0
 \end{array}$$

(15 Punkte)

Aufgabe 3 (ZIMPL, SoPlex, SCIP, CPLEX):

Gegeben sei das folgende lineare Programm:

$$\begin{array}{llllll} \max & x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & + & 4x_4 \\ \text{unter} & x_1 & + & 4x_2 & - & 2x_3 & + & 2x_4 & \leq & 6 \\ & 2x_1 & - & 2x_2 & + & 2x_3 & - & x_4 & \leq & 8 \\ & 2x_1 & + & x_2 & - & 2x_3 & + & x_4 & \leq & 7 \\ & x_1 & + & 4x_2 & + & 4x_3 & + & 2x_4 & \leq & 9 \\ & & & & & x_1, x_2, x_3, x_4 & & & \geq & 0 \end{array}$$

- Nutze ZIMPL, um dieses lineare Programm in das LP Format zu bringen. Gib sowohl Deinen in ZIMPL verwendeten Code als auch das Ausgabeformat (und zwar sowohl die .hum als auch die .lp Dateien) an.
- Löse das lineare Programm mit Hilfe von SoPlex. Gib die Optimallösung und die Werte der Variablen an.
- Ersetze im LP die Bedingung $x_1, \dots, x_4 \geq 0$ durch $x_1, \dots, x_4 \in \mathbb{Z}$ und löse das resultierende IP mit SCIP. Welche Lösung (Werte der Variablen, Zielfunktionswert) erhältst Du?
- Ersetze im LP die Bedingung $x_1, \dots, x_4 \geq 0$ durch $x_1, \dots, x_4 \in \{0, 1\}$ und löse das IP mit SCIP. Welche Lösung erhältst Du?
- Ersetze alle \leq durch $=$ bzw. \geq und löse jeweils das lineare Programm. Welche Ergebnisse erhältst Du?
- Löse das lineare Programm mit Hilfe von CPLEX. Gib die Optimallösung, die Werte der Dualvariablen, die reduzierten Kosten und die Werte der Schlupfvariablen an.

(Tipp: Unter

<http://www.ibr.cs.tu-bs.de/courses/ws0910/mma/readme/zimpl.pdf> findet man den ausführlichen ZIMPL User Guide. Unter

<http://www.ibr.cs.tu-bs.de/courses/ws0910/mma/readme/usrcplex.pdf> und

<http://www.ibr.cs.tu-bs.de/courses/ws0910/mma/readme/filesplex.pdf> findet man ausführliche CPLEX Manuals.)

(8+5+4+4+4+5 Punkte)