Abteilung Algorithmik
Institut für Betriebssysteme und Rechnerverbund **WS 09/10**
TU Braunschweig

Prof. Dr. Sándor Fekete
Christiane Schmidt

Mathematische Methoden der Algorithmik
Übung 1 vom 04.11.2009

Schriftliche Abgabe bis zum 18.11., 15.00 Uhr, in den Schrank vor der Abteilung *Algorithmik*.

Aufgabe 1 (Vertex Cover und Matching):

Sei $G = (V, E)$ ein Graph, VC_{opt} ein optimales Vertex Cover und M_{opt} ein optimales Matching in G.

a) Zeige: $|VC_{opt}| \leq 2 \cdot |M_{opt}|$.

b) Gib eine Klasse von Graphen an, für die $|VC_{opt}|$ beliebig groß wird und die Ungleichung aus a) immer mit Gleichheit erfüllt ist.

(15+15 Punkte)

Aufgabe 2 (Ein Transportproblem):

Ein großer Labskausproduzent hat zwei Rohstoffleiferanten und zwei Fabriken und beliefert drei Mensen. Die Transportkosten zwischen den Rohstofflieferanten und den Fabriken sowie den Fabriken und den Mensen sehen folgendermaßen aus:

	Fabrik 1	Fabrik 2
Lieferant 1	10 Euro/Tonne	15 Euro/Tonne
Lieferant 2	20 Euro/Tonne	15 Euro/Tonne

	Mensa 1	Mensa 2	Mensa 3
Fabrik 1	40 Euro/Tonne	20 Euro/Tonne	10 Euro/Tonne
Fabrik 2	30 Euro/Tonne	40 Euro/Tonne	20 Euro/Tonne

Lieferant 1 hat eine Kapazität von 10 Tonnen, Lieferant 2 von 15 Tonnen. Die drei Mensen benötigen 8 Tonnen, 14 Tonnen und 3 Tonnen. Die Kapazität der Fabriken ist zunächst einmal so groß, dass sie keine Rolle spielt.

a) Formuliere das Problem, ein Transportschema von den Lieferanten zu den Fabriken zu den Mensen zu finden, das die Transportkosten minimiert. (Das Problem muss nicht gelöst werden!)

b) Reduziere das Problem auf ein Problem, bei dem es nur noch zwei Ausgangspunkte und drei Bestimmungsorte gibt. (Hinweis: Finde kostenminimale Pfade von den Lieferanten zu den Mensen.)

c) Der Labskausproduzent wüsste gerne, wieviel er auf jeden Fall für den Transport ausgeben muss, er ist also an einer unteren Schranke interessiert. Nutze die Dualität, um eine solche Schranke anzugeben. Gehe dazu vereinfacht davon aus, dass Kapazitäten voll ausgeschöpft werden.

(10+10+10 Punkte)