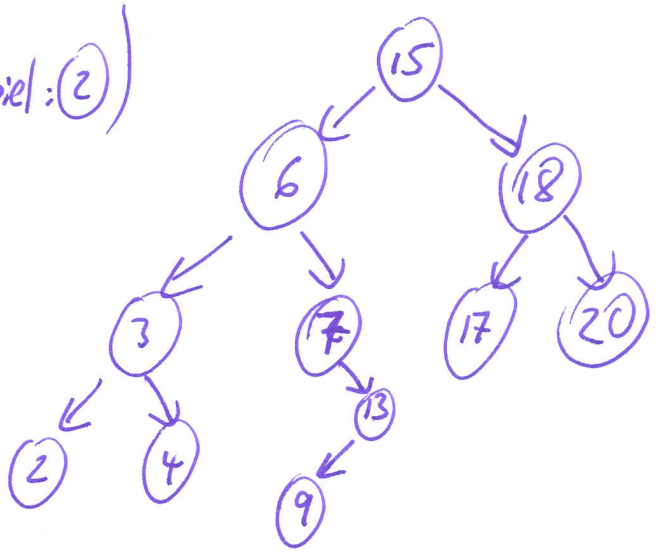
Minimum:

```
Baum-Minimum(i)
1 WHILE l[i] ≠ NIL DO
2     i := l[i]
3 RETURN i
```

(Beispiel: (2))



Maximum

```
Baum-Maximum(i)
1 WHILE r[i] ≠ NIL DO
2     i := r[i]
3 RETURN i
```

(Beispiel: (20))

Nachfolger

```
Baum-Nachfolger(i)
1 IF r[i] ≠ NIL THEN
2     RETURN Baum-Minimum(r[i])
3 j := p[i]
4 WHILE (j ≠ NIL und i := r[j]) DO
5     i := j
6     j := p[j]
7 RETURN j
```

(Beispiel: Nachfolger von (15) ist (17) → Min. rechter Teilbaum

Nachfolger von (13) ist letzter Vorfahre, dessen linkes Kind auch Vorfahre ist, also (15))

Satz 4.4

Suche, Minimum, Maximum, Nachfolger, Vorgänger können in einem binären Suchbaum der Höhe h in Zeit $O(h)$ ausgeführt werden.

Beweis:

Klar, der Baum wird nur vertikal durchlaufen!

Einfügen

Gegeben: binärer Suchbaum T, Knoten z mit $S[z]$, $l[z] = NIL$, $r[z] = NIL$

Aufgabe: z passend in T einfügen

Baum-Einfügen (T, z)

```
1   y := NIL
2   x := w[T]                          (Wurzel, y Vorgänger von x)
3   WHILE (x ≠ NIL) DO
4       y := x
5       IF (S[z] < S[x]) THEN
6           x := l[x]
7       ELSE
8           x := r[x]
9   p[z] := y
10  IF (y = NIL) THEN                  (Baum war leer)
```

```
11      w[T] := z
12  ELSE IF ( s[z] < s[y]) THEN
13      l[y] := z
14  ELSE
15      r[y] := z
```

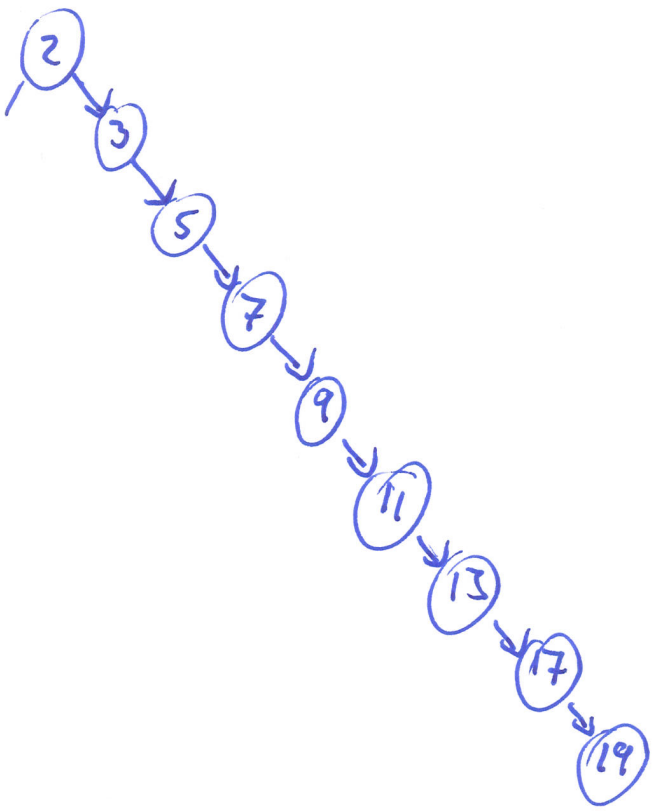
Satz 4.5

Einfügen benötigt $O(h)$ für binären Suchbaum der Höhe h.

Wie groß kann h werden ?!

Betrachte sequentielles Einfügen:

2, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 17, 19:



Das kann also zu einem degenierten Baum führen: einer Liste der Höhe $h = n$!

Abhilfe?! → Später! (Erfordert Umbau des Baumes!)

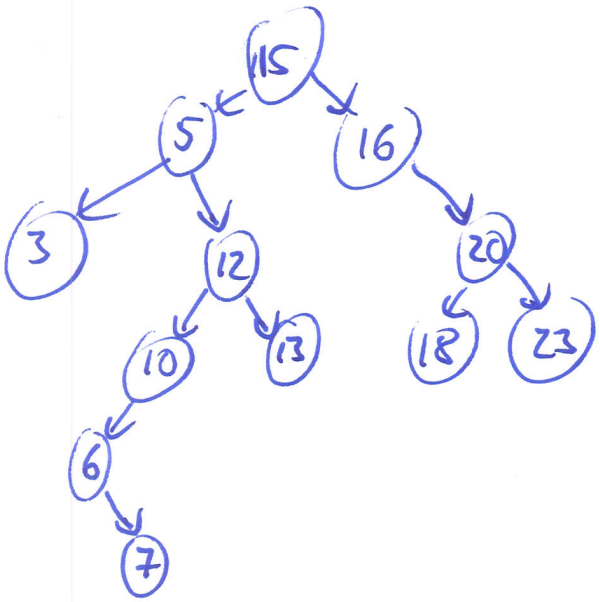
Vorher:

LÖSCHEN

Gegeben: Suchbaum T, Knoten z

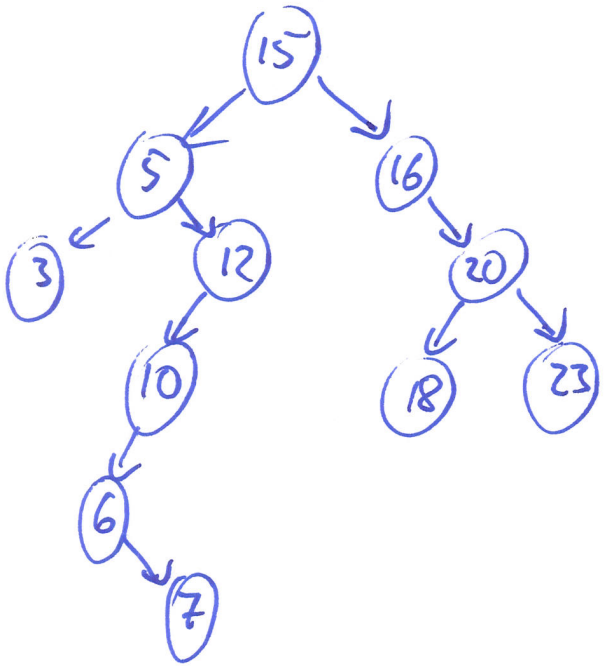
Aufgabe: z aus Baum löschen, dabei Suchbaumeigenschaft erhalten!

Vorbetrachtung:

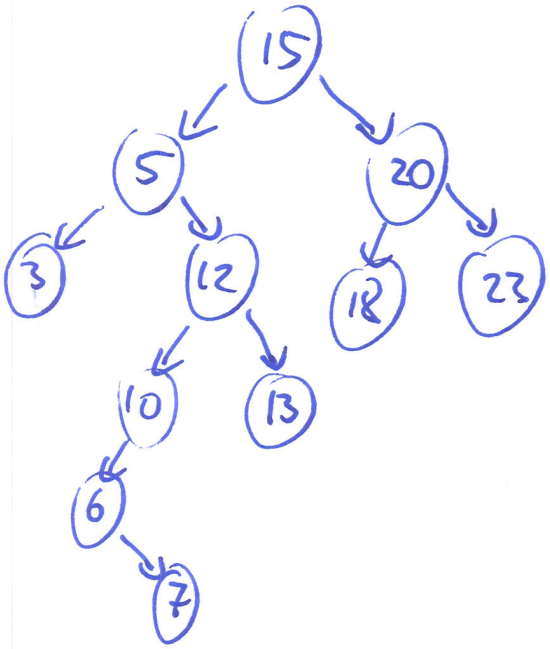


Lösche: (a) 13
(b) 16
(c) 5

(a) z hat keinen Nachfolger: löschen!



(b) z hat einen Nachfolger: ausschneiden, d.h. Nachfolger „aufrutschen" lassen!



(c) z hat zwei Nachfolger:

Wähle einen anderen Knoten aus, der an die Stelle von z rückt!

Wichtig: (i) Suchbaumeigenschaft (Def. 4.3 (8)) muss erhalten bleiben!

(ii) ~~Grad~~ Zahl der ~~Nachfolger~~ Kinder muss noch passen

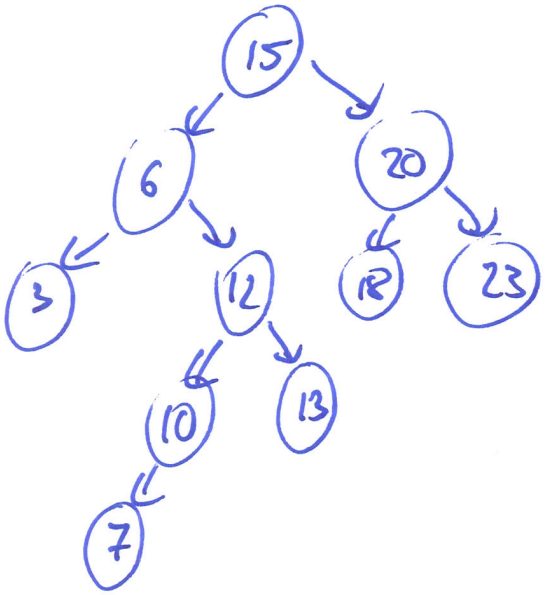
Beobachtung: Der Nachfolger von z ist ein geeigneter Kandidat!

Denn: (i) Er ist größer als jeder andere Knoten im linken Teilbaum von z UND Er ist kleiner als jeder andere Knoten im rechten Teilbaum von z

das ist krit.sch! →

(ii) Er hat bislang nur ~~einen~~ ein Kind, kann also einfach ausgeschnitten werden.

Also hier:



Zusammengefasst:

Baum-Löschen (T, z)

```
1   IF (l[z] = NIL  ODER  r[z] = NIL) THEN
2       y := z
3   ELSE
4       y := Baum-Nachfolger(z)
5   IF (l[y] ≠ NIL) THEN
6       x := l[y]
7   ELSE
8       x := r[y]
9   IF (x ≠ NIL) THEN
10      p[x] := p[y]
```

```
11    IF ( p[y] = NIL) THEN
12        w[T] := x
13    ELSE IF ( y = l[p[y]]) THEN
14        l[p[y]] := x
15    ELSE
16        r[p[y]] := x
17    IF ( y ≠ z) THEN
18        S[z] := S[y]
19    RETURN y
```

Also: Falls nur ein oder kein Kind von z existiert, schneide z aus (Zeilen 1-2); sonst (Zeile 3) bestimme Nachfolger von z (Zeile 4).
Dieser hat nur ein Kind.
Falls dieses das linke ist, wähle dieses (Zeile 5/6), sonst das rechte (Zeile 7/8).
In der Folge (Zeile 9) ~~setzt~~ schneidet man y aus (Zeilen 10-16); dabei muss man aufpassen, weil x=NIL oder y die Wurzel sein kann.