

Mathematische Methoden der Algorithmik

Übung 2 vom 26.11.2008

Schriftliche Abgabe bis zum 10.12. in den Schrank vor der Abteilung *Algorithmik*.

Aufgabe 1 (Dualität):

- a) Das Problem $\min c^T x$ unter $Ax = b, x \geq 0$ habe einen endlichen Optimalwert. Zeige, dass das Problem $\min c^T x$ unter $Ax = b', x \geq 0$ für alle b' nicht unbeschränkt ist.
- b) Sei $A = A^T$. Zeige, dass jede zulässige Lösung von $\min c^T x$ unter $Ax = c$ optimal ist.

(7+8 Punkte)

Aufgabe 2 (LP-Formulierung eines Optimierungsproblem):

Formuliere das folgende Optimierungsproblem als LP : Gegeben n Punkte (x_i, y_i) in der Ebene. Gesucht ist eine Gerade, die das Maximum der vertikalen Abstände zu den Punkten minimiert. Dualisiere das Problem.

(15 Punkte)

Aufgabe 3 (LP grafisch):

Betrachte folgendes lineares Optimierungsproblem:

$$\begin{array}{rll} \max & x_1 & - x_2 \\ \text{unter} & x_1 & - x_2 \leq 8 \\ & x_1 & + x_2 \leq 12 \\ & & x_2 \leq 5 \\ & x_1, & x_2 \geq 0 \end{array}$$

- a) Zeichne die Menge aller zulässigen Lösungen.
- b) Schreibe das Problem in Standardform (Minimiere, Gleichheitsrestriktionen, vorzeichenbeschränkte Variablen).
- c) Bestimme (algebraisch) alle Basislösungen.
- d) Zeichne die Projektionen der Basislösungen (des Problems aus b)) in das zweidimensionale Bild der zulässigen Lösungen. Markiere die zulässigen Basislösungen.
- e) Gibt es degenerierte Basislösungen?

(6+3+10+4+2 Punkte)