

## Algorithmen und Datenstrukturen Übung 4 vom 12.12.2007

Abgabe der Lösungen am Mittwoch, den 09.01.08, **vor (!)** der Vorlesung im PK 15.1.  
Bitte die Blätter vorne deutlich mit eigenem Namen und Gruppennummer versehen!

### Aufgabe 1 (Bäume und Blätter):

- Zeige, dass (auch im Winter) jeder (ungerichtete) Baum ein Blatt hat. (Hinweis: In einem ungerichteten Baum ist ein Blatt definiert als Knoten vom Grad 1.)
- Unter welcher Bedingung kann die Aussage aus a) auf “zwei Blätter” geändert werden. (Hinweis: Wenn die Wurzel Grad 1 hat, gilt sie auch als Blatt.)
- Wie viele Knoten enthält ein vollständiger binärer Suchbaum der Höhe  $k$ . (Deine Antwort sollte soweit umgeformt sein, dass sie kein Summenzeichen mehr enthält. In einem vollständigem Suchbaum hat jeder Knoten zwei Kinder außer er liegt auf Höhe  $k$ .)

(10+5+7 Punkte)

### Aufgabe 2 (Datenstrukturen):

- In der Vorlesung wurden die Operationen LIST-INSERT(L,x) und LIST-DELETE(L,x) für doppelt verkettete Listen vorgestellt. Können diese Operation für einfach verkettete Listen auch mit einer Laufzeit von  $O(1)$  durchgeführt werden?
- Seien  $S_1$  und  $S_2$  zwei Mengen von Elementen. Die Operation UNION soll diese beiden Mengen vereinigen und  $S_1 = S_1 \cup S_2$  zurückgeben. Verwende eine geeignete Datenstruktur, so dass die Operation in  $O(1)$  ausgeführt werden kann. (Gib die Operation UNION in Pseudocode an.)

(6+7 Punkte)

**Aufgabe 3 (Operationen auf Suchbäumen):**

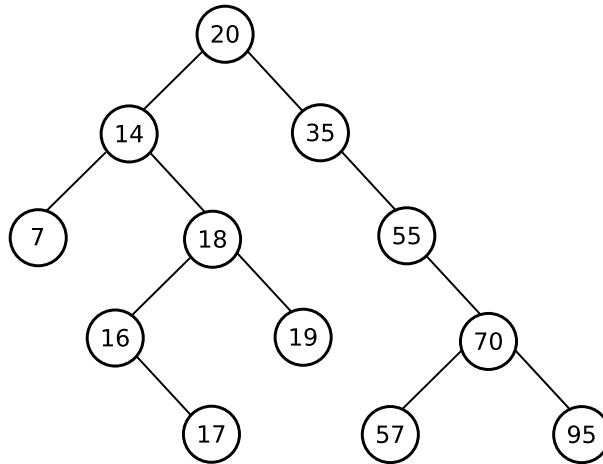


Abbildung 1: Der binäre Suchbaum T.

Führe nacheinander die folgenden Operationen aus:

- a) INSERT(T, 30);
- b) DELETE(T, 55);
- c) INSERT(T, 56);
- d) DELETE(T, 14);

(2+2+2+4 Punkte)

**Aufgabe 4 (Suchbäume):**

- a) Angenommen, die Suche nach einem Element mit Wert  $k$  in einem binären Suchbaum endet in einem Blatt. Dieser Suchpfad von der Wurzel zum Blatt teilt den Baum in drei Mengen.  
Menge A: Die Knoten links vom Suchpfad.  
Menge B: Die Knoten auf dem Suchpfad.  
Menge C: Die Knoten rechts vom Suchpfad.  
Zeige oder widerlege, für drei Element  $a \in A$ ,  $b \in B$  und  $c \in C$  gilt:  $a \leq b \leq c$ .
- b) Zeige: Wenn ein Knoten in einem binären Suchbaum zwei Kinder hat, dann hat sein Nachfolger (Successor) nur einen rechten Teilbaum.

(7+8 Punkte)