

Prof. Dr. Sándor Fekete
Dr. Tom Kamphans
Alexander Kröller

Algorithmische Geometrie Übung 1 vom 6. 11. 2007

Abgabe der Lösungen am Montag, den 12.11.07, vor der Übung im SN19.4.
Bitte die Blätter vorne deutlich mit eigenem Namen versehen!

Aufgabe 1: Wie viele Diagonalen enthält eine Triangulierung eines Polygons mit n Ecken?
Beweise deine Aussage!

(15 Punkte)

Aufgabe 2: Betrachte den Algorithmus für das Art-Gallery-Problem, der einen Wächter in jede reflexe Ecke (also jede Ecke mit Innenwinkel $\geq \pi$) setzt. Dieser Algorithmus funktioniert offensichtlich nicht korrekt in konvexen Polygonen, da diese keine reflexen Ecken haben.

Wie ist es mit Polygonen, die mindestens eine reflexe Ecke haben? Liefert der Algorithmus dafür immer eine korrekte Lösung?

(Hinweis: Wenn man sich eine reflexe Ecke nimmt und einen Wächter darauf platziert, kann man die Ecke irgendwie „konvexifizieren“?)

(15 Punkte)

Aufgabe 3: Zeige, daß in jeder Triangulierung eines einfachen Polygons mit n Ecken eine Diagonale existiert, so daß auf jeder Seite mindestens $\lceil \frac{n}{3} - 1 \rceil$ Dreiecke liegen.

Ihr dürft dabei (zu recht) davon ausgehen, dass jedes einfache Polygon ein Ohr hat.

(Hinweis: Beginnt die Suche bei der Diagonale an einem Ohr, und macht von da aus weiter)

(15 Punkte)

Aufgabe 4: Zeige, dass es für jedes $n \geq 3$ ein Polygon mit n Ecken gibt, das *genau eine* Triangulierung besitzt.

(15 Punkte)