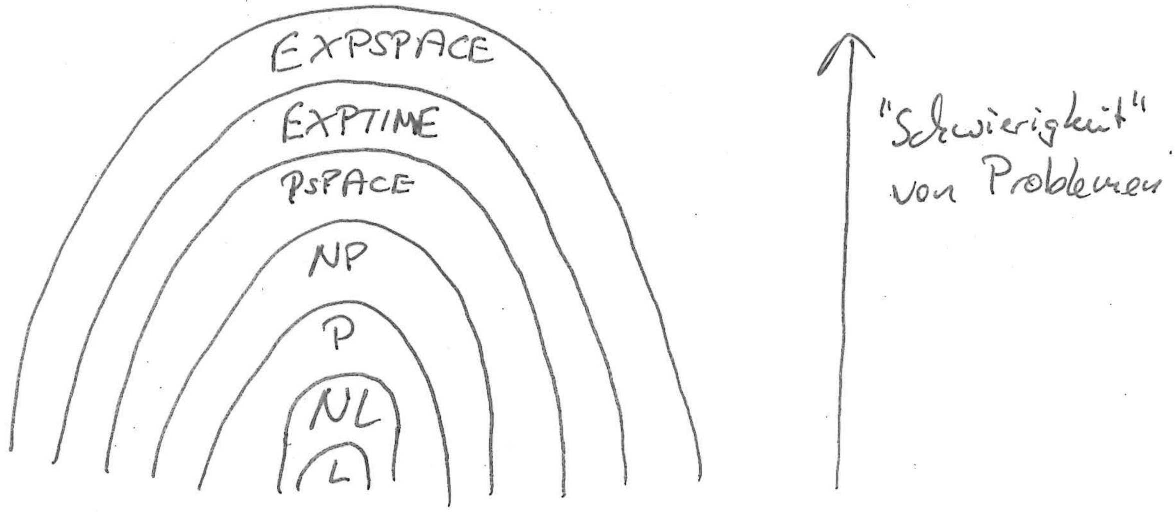
Theo 2 - VL14

Letzte Woche



Heute Komplementklassen und Komplexitätskarte

Kapitel 7.4 - Komplementklassen

Definition 7.34

Sei C eine Klasse von Problemen. Dann ist die Komplementklass von C

$$coC := \{ \overline{L} \mid L \in C \}$$

die Klasse aller Komplement~~är~~probleme zu Problemen aus C.

Achtung: $coC \neq \overline{C}$

Lemma 7.35

Für jede Funktion $f: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ gilt

$$\mathrm{DSPACE}(f) = \mathrm{coDSPACE}(f)$$

$$\mathrm{DTIME}(f) = \mathrm{coDTIME}(f)$$

Beweisskizze:
Tausche in einer DTM akzeptierende und abweisende Zustände.

Korollar ~~Lemma~~ 7.36

Es gilt $L = \mathrm{co}L$, $P = \mathrm{co}P$, $\mathrm{PSPACE} = \mathrm{coPSPACE}$, $\mathrm{EXP} = \mathrm{coEXP}$.

Für NTMS funktioniert das nicht mehr!
Betrachte

$$\mathcal{L}(M) = \{x \mid \exists \text{ akzeptierende Berechnung von } M \text{ zu } x\}$$

Nach Vertauschung der Zustände erhielte man

$$\mathcal{L}(\bar{M}) = \{x \mid \exists \text{ abweisende Berechnung von } M \text{ zu } x\}$$

Benötigt wird aber

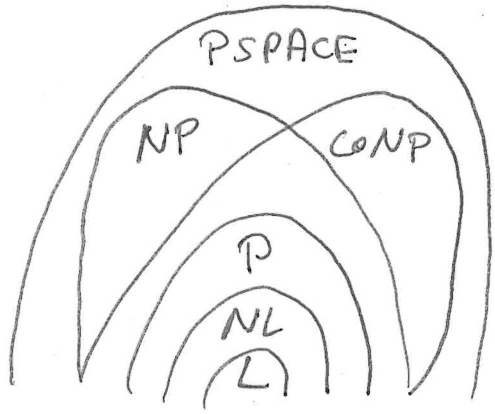
$$\overline{\mathcal{L}(M)} = \{x \mid \forall \text{ Berechnungen von } M \text{ zu } x \text{ weisen ab}\}$$

Man kann zeigen: $NL = coNL$ und $NPSPACE = coNPSPACE$
Offen: $NP = coNP$

Da $coP \subseteq coNP \subseteq coPSPACE$, folgt

Lemma 7.37

Es gilt $P \subseteq coNP \subseteq PSPACE \Rightarrow P \subseteq NP \cap coNP$!



Komplexitätsklassen

$$L \subseteq_1 NL \subseteq_3 P \subseteq_1 NP \subseteq_2 PSPACE \subseteq_3 EXP \subseteq_1 NEXP \subseteq_2 EXPSPACE$$

$$P \subseteq_4 coNP \subseteq_4 PSPACE$$

$$NL =_5 coNL$$

$$PSPACE =_6 NPSPACE =_5 coNPSPACE$$

$$NL \neq_7 PSPACE \qquad P \neq_7 EXP \qquad NP \neq_7 NEXP \qquad PSPACE \neq_7 EXPSPACE$$

1: Jede DTM ist eine NTM (Lemma 7.21)

2: Jede Zeitschranke ist auch ~~[illegible]~~ Platzschranke (Lemma 7.25)

3: Jede Platzschranke ist auch exponentielle größere Laufzeitschranke (Lemma 7.30)

4: coNP verhält sich wie NP für Inklusionen. (Lemma 7.37)

5: Satz von Immermann & Szelepcsényi (Theorem 7.1)

6: Satz von Savitch (Kapitel 12)

7: Hierarchiesätze (Kapitel 13)

Generelle Fragen

- Zusammenhang zw. det. und nicht-det. Zeitkomplexitäten.
  "Gilt P=NP?"

- Zusammenhang zw. Zeit- und Platz-komplexitäten.
  "Gilt P ≠ PSPACE?"

Problem für Analysen:
Es gibt viel zu viele Probleme in jeder Klasse.
Können wir uns auf Repräsentanten jeder Klasse, sogenannte kanonische Probleme, beschränken?

Das interessante wäre:
Ist ein kanonisches Problem ~~Prob~~ L der Klasse C_0 auch in der Klasse C_1, dann ist jedes Problem aus C_0 in C_1 (also $C_0 \subseteq C_1$)

↳ Thema Reduktionen nächstes Kapitel!

Wir werden in den nächsten Vorlesungen solche Probleme kennenlernen:

- L: Arithmetische Probleme
- NL: Suchprobleme in (ger.) Graphen
- P: CVP (Auswertungsproblem für Schaltkreise)
- NP: SAT (boolsche Formel erfüllbar?)
- PSPACE: QBF (quantifizierte boolsche Formel erfüllbar?)