Theo 2 – VL 4

Stand bisher:

- CSL werden von LBA erkannt
- Determinisierbarkeit von LBA offen; generelle TM geht das: NTM und DTM erkennen die gleichen Sprachen.

Was für Eigenschaften gelten für CSL?

Heute: CSL ist abgeschlossen unter Komplementbildung.

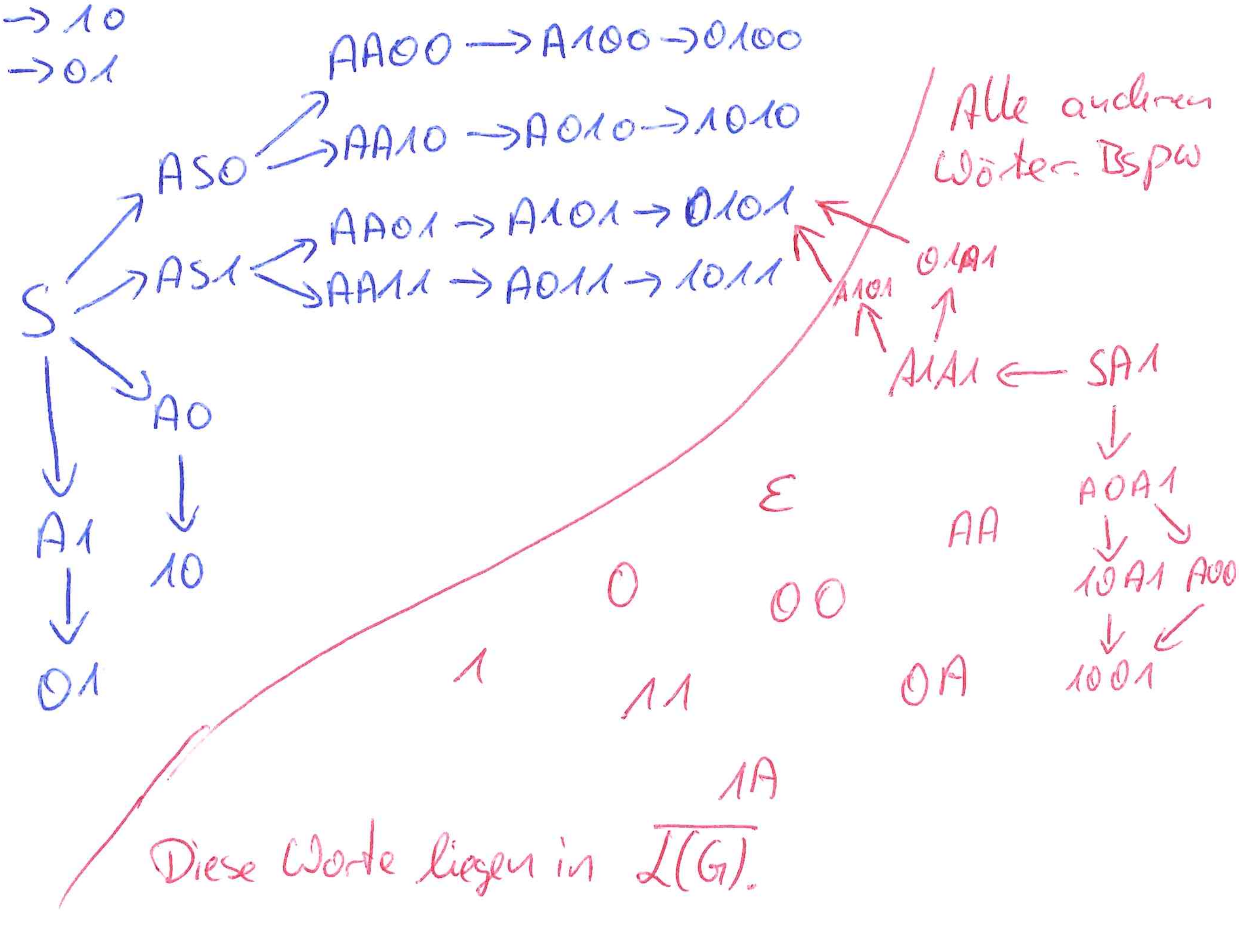
Bsp Ableitungsgraph

Grammatik

$S \to AS0 \mid AS1 \mid A0 \mid A1$

$A0 \to 10$

$A1 \to 01$



```
Unreach(G, s, t)
count = 0
for Knoten v do
    Rate ob v von s erreichbar ist
    Falls ja
        Rate Pfad von s nach v der Länge ≤ n
        Falls Pfad nicht gültig
            return false
        Falls v = t
            return fals
        count++
Falls count ≠ N
    return false
return true
```

Ersetze aktuellen Knoten mit bel. Nachfolger. Man darf nicht den gesamten Pfad speichern!

Im Voraus bekannt

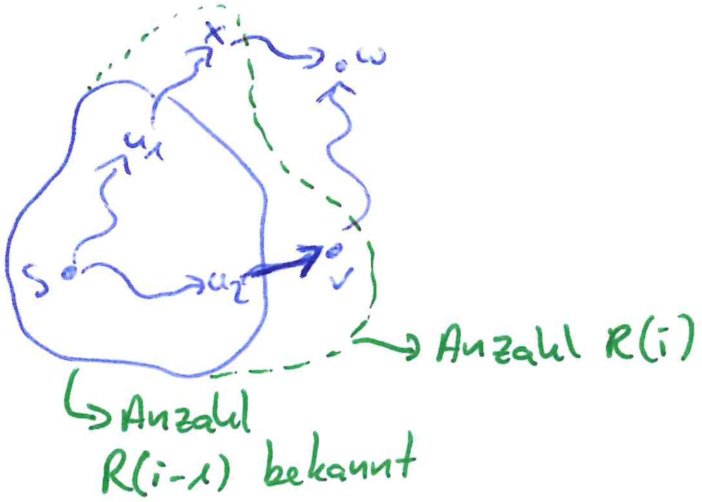
Frage: Wie bestimmen wir N?

→ Induktiv!

Betrachte $R(i) = |\{v \in V \mid v \text{ in } \leq i \text{ Schritten von } s \text{ erreichbar}$

Damit ist $R(0) = 1$

und $R(n) = N$



Ist v mit i Schritten erreichbar, existiert Knoten, der mit i-1 Schritten erreichbar ist!

Um R(i) zu berechnen:

1. Setze R(i) = 0
2. Für v ∈ V:
3. count = 0
4. Für u ∈ V:
5. Rate, ob u mit ≤ i-1 Schritten erreichbar
6. Falls ja:
7. Rate Pfad von s nach u mit ≤ i-1 Schritten
8. Falls nicht gültig:
9. return false
10. count++ — u tatsächlich mit i-1 Schritten erreichbar
11. Falls u = v oder u → v:
12. R(i)++
13. starte nächste v-Iteration (Zeile 2)
14. Falls count ≠ R(i-1): — Nicht alle Knoten mit Distanz i-1 korrekt geraten
15. return false
16. return R(n)

Führe Alg mit $i=1,\dots,n$ durch oder setze $R(0)=0$. (4)
Lemma 2.6: Alg bestimmt $R(i)$ korrekt für alle $i\in\{0,1,\dots,n\}$
Beweis über vollst. Induktion über i: selbst!

Auch zu zeigen: $R(i)$ kann ein LBA bestimmen.
Folgt letztlich daraus, dass $R(i) \leq$ ~~n log~~ n ist
und $\log n$ Speicherplatz benötigt.

Frage: Unter welchen Operatoren ist CSL
noch abgeschlossen?

übliche Operatoren:

- Komplement: Ist $L(G)$ in CSL, dann ist $\overline{L(G)}$ in CSL
- Differenz: Sind L_1, L_2 in CSL, dann ist
  $L_1 \setminus L_2$ in CSL?
- Vereinigung: Sind L_1, L_2 in CSL, dann ist
  $L_1 \cup L_2$ in CSL?
- Schnitt: Sind L_1, L_2 in CSL, dann ist
  $L_1 \cap L_2$ in CSL?

CSL ist unter allen vier Operatoren abgeschlossen:

<u>Vereinigung:</u>
Sei M_1/M_2 ein LBA für Sprache L_1/L_2.
Wir konstruieren einen $\underbrace{\text{LBA}}_{M_3}$ für Sprache $L_1 \cup L_2$

Es reicht wenn 1 LBA akzeptiert.

M_3 arbeitet wie folgt auf $w \in \Sigma^*$

rate $i \in \{1, 2\}$

simuliere ~~w~~ M_i auf w.

Falls M_i akzeptiert, dann akzeptiere

Schnitt

Seien M_1 / M_2 LBAs für L_1 / L_2.

Konstruiere M_3 für $L_1 \cap L_2$: Beide LBA müssen akzeptieren

Simuliere M_1 auf w

Falls M_1 akzeptiert, simuliere M_2 auf w.

Falls M_2 akzeptiert, dann akzeptiere

Differenz

Da $L_1 \setminus L_2 = L_1 \cap \overline{L_2}$, folgt Abgeschlossenheit direkt.

Zum Zeigen von Abgeschlossenheit:

1. Konstruiere LBA der neuen Sprache
2. Konstruiere Grammatik, die die neue Sprache erzeugt
3. zeige, dass die ~~operator(en)~~ Operator(en) auf bereits bekannte, abgeschlossene Operatoren zurückgeführt werden kann.