Letztes ~~Mal~~ Mal: LBA
Wichtig: Nicht-Deterministisch!

Offene Frage (Kuroda 1964)
Können mit deterministischen LBAs exakt die gleichen Sprachen erkannt werden, wie von nicht-deterministischen?

Für allgemeine TMs ist das der Fall:

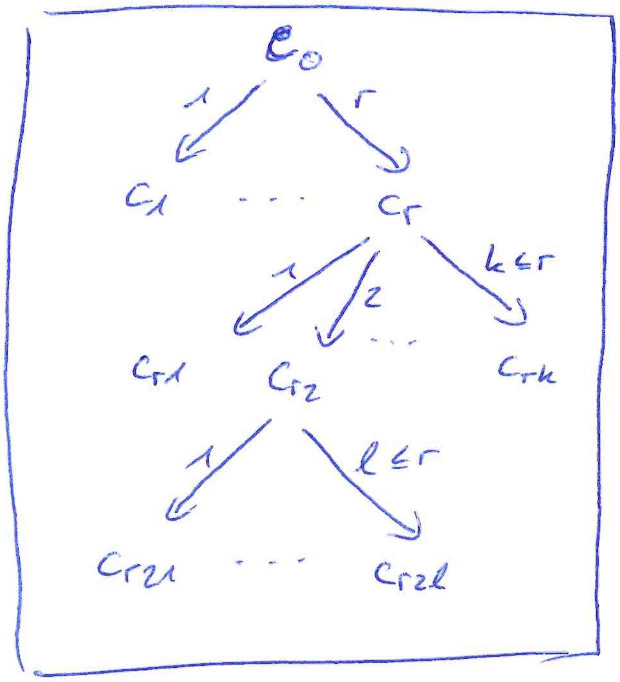
Theorem 1.17
Eine Sprache L wird von einer NTM M_1 akzeptiert, gdw L von einer DTM M_2 akzeptiert wird.

Beweis "$\Leftarrow$": Klar. Jede DTM ist eine NTM.

Für "$\Rightarrow$" müssen wir jede mögliche Berechnung der NTM deterministisch durchlaufen!
Um sich Möglichkeiten zu visualisieren, betrachtet man den (implizit definierten) Berechnungsbaum:

Definition 1.18
Sei M_1 eine NTM und $w \in \Sigma^*$ eine Eingabe. Der Berechnungsbaum von M_1 zu w ist ein (potentiell unendlich hoher) Baum, der induktiv wie folgt definiert ist:

- Die Wurzel ist markiert mit der Konfiguration $q_0 w$
- Jeder Knoten im Baum, markiert mit der Konfiguration $u q a v$, besitzt einen Kindknoten pro Element $\delta(q,a)$, der mit entsprechender Konfiguration markiert ist.



Maximale Verzweigung:

$$r = \max_{q \in Q} \max_{a \in \Gamma} |\delta(q,a)|$$

Wie durchlaufen wir diesen Baum? In der Regel bekannt:
- Tiefensuche
- Breitensuche

Tiefensuche scheidet direkt aus, da Berechnungspfade beliebig lang sein können.

Wie können wir Breitensuche umsetzen, ohne jeden Knoten speichern zu müssen, den wir noch abarbeiten müssen?
Das Bild deutet bereit an: Jeder Knoten wird durch eine Sequenz $\{1, \dots, r\}^*$ charakterisiert!
Der Pfad von c_0 zu c_{r2l} kann also mit der Sequenz $r2l$ identifiziert werden.
Achtung: Nicht jede Sequenz aus $\{1, \dots, r\}^*$ ist gültig, da Knoten auch $< r$ Kinder besitzen können.

Wir konstruieren nun eine DTM M_2 mit 3 Bändern
($\Rightarrow$ Es existiert auch eine mit 1 Band)

Band 1: Enthält Eingabewort w.
Dieses wird nicht verändert.

Band 2: Enthält eine Sequenz von $\{1, \ldots, r\}^*$
M_2 erzeugt die Sequenzen auf systematische Weise:
- Generiere Sequenzen in aufsteigender Länge
- Innerhalb einer Länge, generiere Sequenzen in lexikographischer Ordnung.

$\Rightarrow \varepsilon, 1, 2, \ldots, r, 11, 12, \ldots, 1r, 21, \ldots, 2r, \ldots, rr, 111, \ldots$

Das entspricht einem Breitensuchdurchlauf durch den Berechnungsbaum!

Band 3 Für Berechnungen.

Pro Sequenz $s \in \{1, \ldots, r\}^*$ auf dem 2. Band arbeitet M_2 wie folgt:
- leere das 3. Band.
- Kopiere w von Band 1 auf Band 3.
- Simuliere M_1 für $|s|$ Schritte.
  Nutze Einträge von s, um den Nicht-Determinismus aufzulösen. Sei $s_i \in \{1, \ldots, r\}$ der i-te Eintrag von s. Dann wird M_2 im i-ten Schritt den s_i-ten Nachfolger wählen.

- Falls eine akzeptierende Konfiguration erreicht wird, dann akzeptiere.

Korrektheit:
Akzeptiert M_1, dann existiert im Berechnungsbaum ein Pfad von der Wurzel zu dem Knoten, der mit der akzeptierenden Konfiguration markiert ist. Dies lässt sich als Sequenz $\{1,\dots,r\}^*$ darstellen, welche durch M_2 geprüft wird.
Damit akzeptiert auch M_2.
Gibt es keine solche Sequenz, d.h. M_1 akzeptiert w nicht, dann wird auch M_2 nicht akzeptieren.
□

Bemerkung 1.19

Da die Sequenzen $\{1,\dots,r\}^*$ sehr lang sein können, könnte die lineare Beschränktheit der LBAs verletzt werden. ⇒ Konstruktion funktioniert nicht für LBAs.