Theo 2 - VL 1

Definition 1.5

Eine Turing-Maschine (TM) M ist ein Tupel

$$M = (Q, \Sigma, \Gamma, \sqcup, q_0, \delta, Q_F)$$

mit

- Q ist endliche Menge von Kontrollzuständen
- $\Sigma \neq \emptyset$ ist das endliche Eingabealphabet.
- $\Gamma \neq \emptyset$ ist das endliche Bandalphabet mit
  - $\Sigma \subset \Gamma$
  - $\sqcup \in \Gamma$ (Blank-symbol), $\sqcup \notin \Sigma$

- Falls $\delta : \underset{\text{in welchem Zustand?}}{Q} \times \underset{\text{was liest du?}}{\Gamma} \longrightarrow \overset{\text{in welchen Zustand?}}{Q} \times \underset{\text{was schreiben?}}{\Gamma} \times \underset{\text{Ein Schritt in welche Richtung?}}{\{L, N, R\}}$ (Links Neutral Rechts), ist M eine deterministische Turing-Maschine (DTM)

- Falls $\delta \subseteq Q \times \Gamma \times Q \times \Gamma \times \{L, N, R\}$, ist M eine nicht-deterministische TM (NTM)

Definition 1.6

Sei $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \sqcup, q_0, \delta, Q_F)$ eine TM.

a) Eine <u>Konfiguration</u> von M ist ein Tripel

$$u\,q\,v \in \Gamma^* \times Q \times \Gamma^*$$

Dabei ist u der Bandinhalt links vom Kopf, q der aktuelle Zustand und v der Bandinhalt auf und rechts vom Kopf.

Bemerkung: Wir ignorieren dabei unendlich viele $\sqcup$ links/rechts

b) Die Startkonfiguration von M für Eingabe ist $q_0 w$.

Ist $w = \varepsilon$, dann ist die Startkonfiguration $q_0 \sqcup$

c) δ induziert eine Transitionsrelation zwischen Konfigurationen wie folgt:

~~u.a q b.v~~

$$u.a\, q\, b.v \rightarrow \begin{cases} u\, q'\, a.c.v, & \text{falls } (q', c, L) \in \delta(q, b) \\ u.a.c\, q'\, v, & \text{falls } (q', c, R) \in \delta(q, b) \\ u.a\, q'\, c.v, & \text{falls } (q', c, N) \in \delta(q, b) \end{cases}$$

für $a, b, c \in \Gamma$, $q, q' \in Q$, $u, v \in \Gamma^*$

d) Eine Konfiguration $uqv \in \Gamma^* Q_F \Gamma^*$ heißt <u>akzeptierend</u>.

e) Eine <u>Berechnung</u> von M auf Eingabe $w \in \Sigma^*$ ist die unendliche Sequenz von Konfigurationen

$$c_0 = q_0 w \rightarrow c_1 \rightarrow c_2 \rightarrow \ldots$$

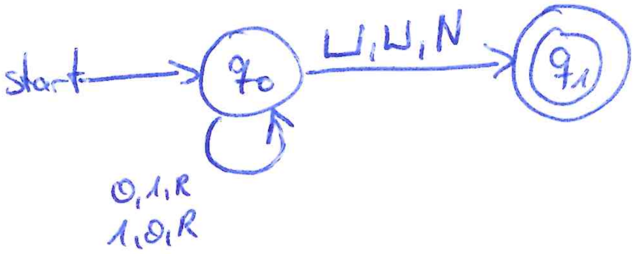
Beachte: In einer DTM ist der Nachfolger immer eindeutig!

M akzeptiert w, wenn es ein $k \in \mathbb{N}$ gibt mit $c_0 \rightarrow^* c_k$ und c_k ist akzeptierend.

f) Die Sprache $\mathcal{L}(M)$ einer TM M ist definiert als

$$\mathcal{L}(M) = \{ w \in \Sigma^* \mid M \text{ akzeptiert } w \}$$

Beispiel TM:



Führe M auf 01101 aus

Konfigurationen

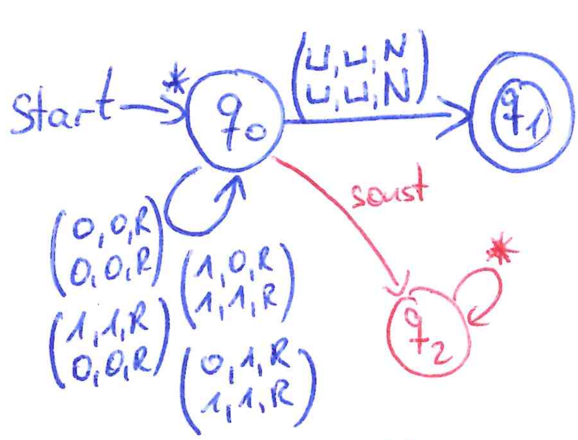
$q_0 01101 \to 1 q_0 1101 \to 10 q_0 101$

$\to 100 q_0 01 \to 1001 q_0 1$

$\to 10010 q_0 \sqcup \to 10010 q_1 \sqcup$

$\to$ M flippt Oen und Ien.

Bsp Multi-Band:



$\to$ Nicht dargestellte Transitionen führen zum Steckenbleiben in q_2

~~Führe M auf (1011/0110) aus~~

*: M ~~schreibt~~ teilt $\{0,1\}^* \# \{0,1\}^*$ auf zwei Bänder auf $\begin{pmatrix} \{0,1\}^* \\ \{0,1\}^* \end{pmatrix}$ und landet dann in q_0 mit beiden Köpfen ganz links (Übung selbst!)

Bsp. erreicht M Konfiguration

$$\begin{matrix} q_0 1011 \\ q_0 0110 \end{matrix} \to \begin{matrix} 1 q_0 011 \\ 0 q_0 110 \end{matrix} \to \begin{matrix} 11 q_0 11 \\ 01 q_0 10 \end{matrix}$$

$$\to \begin{matrix} 110 q_0 1 \\ 011 q_0 0 \end{matrix} \to \begin{matrix} 1101 q_0 \sqcup \\ 0110 q_0 \sqcup \end{matrix} \to \begin{matrix} 1101 q_1 \\ 0110 q_1 \end{matrix}$$