

Übungsblatt 4

Abgabe der Lösungen bis zum 22.06. um 13:00 Uhr in den Hausaufgabenkasten der Algorithmik zwischen Raum IZ 337 und IZ 338. Beschrifte deine Abgabe mit Namen, Matrikelnummer. Achte darauf, die Abgabe in das mit der korrekten Übungsgruppe beschriftete Fach zu legen. Andernfalls wird die Abgabe unter Umständen nicht gewertet.

Pflichtaufgabe 1 (Satz von Rice II): **(5 Punkte)**

Wende den Satz von Rice auf folgende Sprachen an, um (Un-)Entscheidbarkeit zu beweisen. Prüfe bei Unentscheidbarkeit außerdem, ob die Eigenschaft nicht-monoton ist.

- a) $\mathcal{L}_1 = \{w \mid \mathcal{L}(M_w) \leq HP\}$
- b) $\mathcal{L}_2 = \{w \mid \mathcal{L}(M_w) \text{ ist nicht entscheidbar}\}$

Pflichtaufgabe 2 (Asymptotisches Wachstum): **(4 Punkte)**

Sortiere die folgenden Klassen vollständig nach Inklusion. Identifiziere dabei auch identische Klassen. Eine Begründung ist dabei nicht notwendig.

- $O(n)$
- $O(n + \log n)$
- $O(n^2)$
- $O(2^n)$
- $O(n!)$
- $O(3^n)$
- $O(2025)$
- $O(\log n)$
- $O(1)$
- $O(n \log n)$
- $O(n^2 + n \log n)$
- $O(n^{\log n})$

Pflichtaufgabe 3 (Klammerung): **(5 Punkte)**

Betrachte die Sprache $\mathcal{L}_() = \{w \in \{(\,)\}^* \mid w \text{ ist ein korrekt geklammerter Ausdruck}\}$. Dabei ist w ein korrekt geklammerter Ausdruck wenn:

- Für jedes Präfix u von w ist die Anzahl öffnender Klammern mindestens so groß wie die Anzahl schließender Klammern.
- Die Anzahl der öffnenden und schließenden Klammern in w sind gleich groß.

Zeige: $\mathcal{L}_() \in \text{DSPACE}(O(\log n)) \cap \text{DTIME}_2(O(n \log n))$, wobei n die Länge des Inputs ist.

Pflichtaufgabe 4 (Klasse NL): **(6 Punkte)**

Betrachte das Problem *sut*-Path:

Gegeben: Ein gerichteter Graph $G = (V, E)$ und drei Knoten $s, u, t \in V$.

Frage: Gibt es einen Pfad von s nach u , sowie u nach t ?

- a) Zeige: *sut*-Path \leq_m^{\log} PATH
- b) Zeige: PATH \leq_m^{\log} *sut*-Path

(Hinweis: Für diese Aufgabe werden Log-Space-Reduktionen benötigt; siehe VL vom 15.06.)