

Übungsblatt 5

Präsenzaufgabe 1 (Sichtbarkeitspolygone):

Skizziere das Sichtbarkeitspolygon des Punktes p in Abbildung 1.

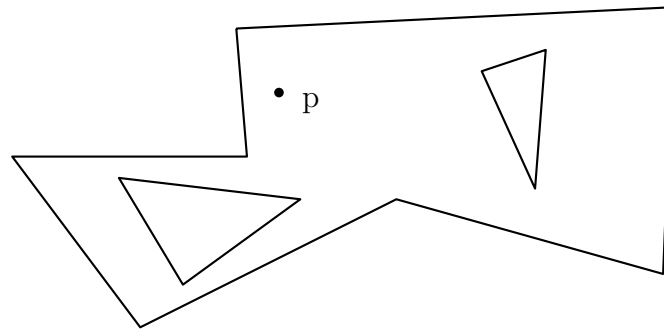


Abbildung 1

Präsenzaufgabe 2 (Art Gallery Problem):

- Betrachte das Polygon in Abbildung 2. Zeichne dort ein kleinstmögliches Point-Guard Set (als Punkte) ein. Füge zusätzlich ein Witness Set (als Kreuze) ein, und argumentiere damit, dass dein Guard Set tatsächlich minimal ist.
- Begründe, warum für ein Vertex-Guard-Set für das Polygon in Abbildung 2 mehr Guards benötigt werden als im Point-Guard-Set.

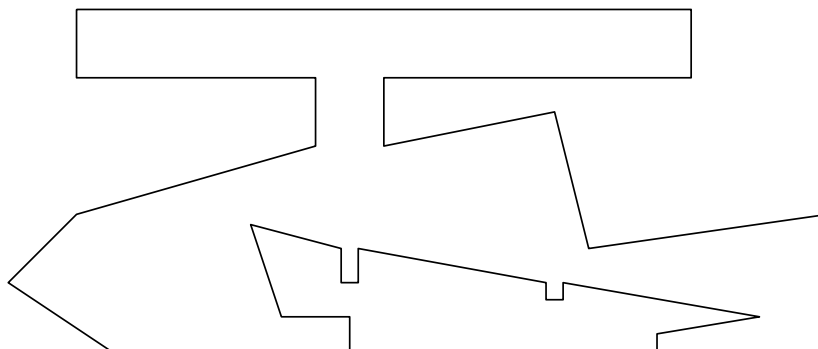


Abbildung 2

- Für ein gegebenes Polygon P bezeichne $g_p(P)$ (bzw. $g_v(P)$) die kleinste Anzahl von Point-Guards (bzw. Vertex-Guards), mit der P vollständig überwacht werden kann.

Zeige: Für jedes $c \in \mathbb{N}$ gibt es ein Polygon P , sodass $c \leq \frac{g_v(P)}{g_p(P)}$ gilt, d.h. manchmal sind deutlich mehr Vertex-Guards als Point-Guards erforderlich.

Präsenzaufgabe 3 (Polyomino Guarding):

Ein *Polyomino* der Größe n ist eine zusammenhängende Fläche, die aus n kantenweise verbundenen Einheitsquadraten besteht (siehe Abbildung 3). Wir referenzieren die Einheitsquadrate anhand ihres jeweiligen Mittelpunktes (x, y) . Ohne Beschränkung der Allgemeinheit sei $(x, y) \in \mathbb{N}^2$. Ein auf (x, y) platzierter *Turm-Guard* sieht intuitiv alle Quadrate in vertikaler und horizontaler Richtung, bis er an die Grenze des Polyominos gerät. Genauer gesagt sind das die Quadrate in

$$\text{Vis}(x, y) := \{(x + \Delta_x, y + \Delta_y) \mid \Delta_x \in [-c_1, c_2], \Delta_y \in [-c_3, c_4]\},$$

wobei c_1, c_2, c_3, c_4 jeweils größtmöglich gewählt sind, sodass jedes Quadrat in $\text{Vis}(x, y)$ im Polyomino enthalten ist. In Abbildung 3 ist ein beispielhafter Turm-Guard mit Sichtbarkeitsbereich dargestellt. Ein Polyomino ist *vollständig überwacht*, wenn jedes Quadrat von mindestens einem Turm-Guard gesehen wird.

Zeige für beliebiges $n \in \mathbb{N}$: Jedes Polyomino der Größe n sind $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ Turm-Guards manchmal notwendig und immer ausreichend.

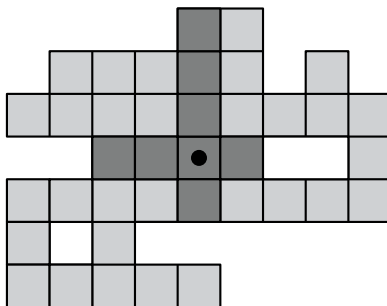


Abbildung 3: Ein Polyomino mit zwei Löchern. Der Sichtbarkeitsbereich des Turm-Guards, dargestellt als schwarzer Punkt, ist dunkel-grau markiert.