



$$P(x, i) = \begin{cases} P(x, i-1), \\ \max\{P(x, i-1), \dots\} \end{cases}$$

$x \backslash i$	0	1	2	3	3	5
0	1	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0
2	1	0	0	0	+13	
3						

2 Dynamic Programming

Algorithmen und Datenstrukturen 2
Sommer 2026

Prof. Dr. Sándor Fekete

Beispiel

Beispiel 1.10.

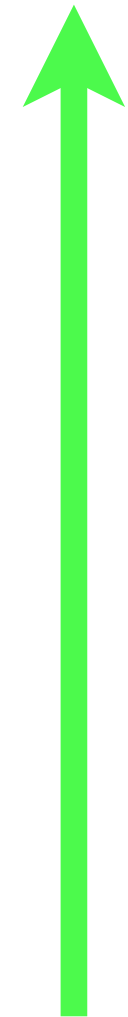
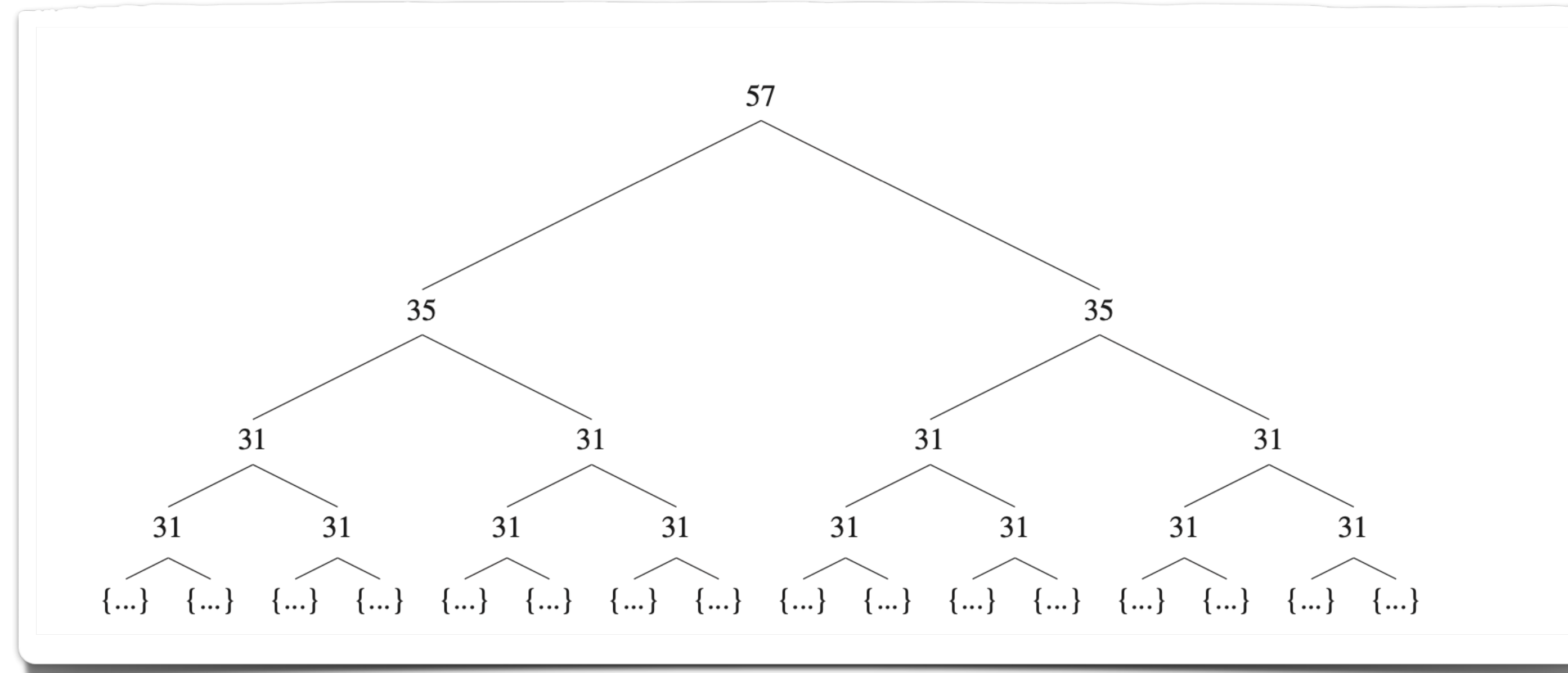
Partition für $\{z_1, \dots, z_9\} = \{7, 13, 17, 20, 29, 31, 31, 35, 57\}$

Gesamtsumme: 240

Finde Aufteilung in zwei gleiche Teilmengen!

Enumerationsprinzip

Dynamic
Programming

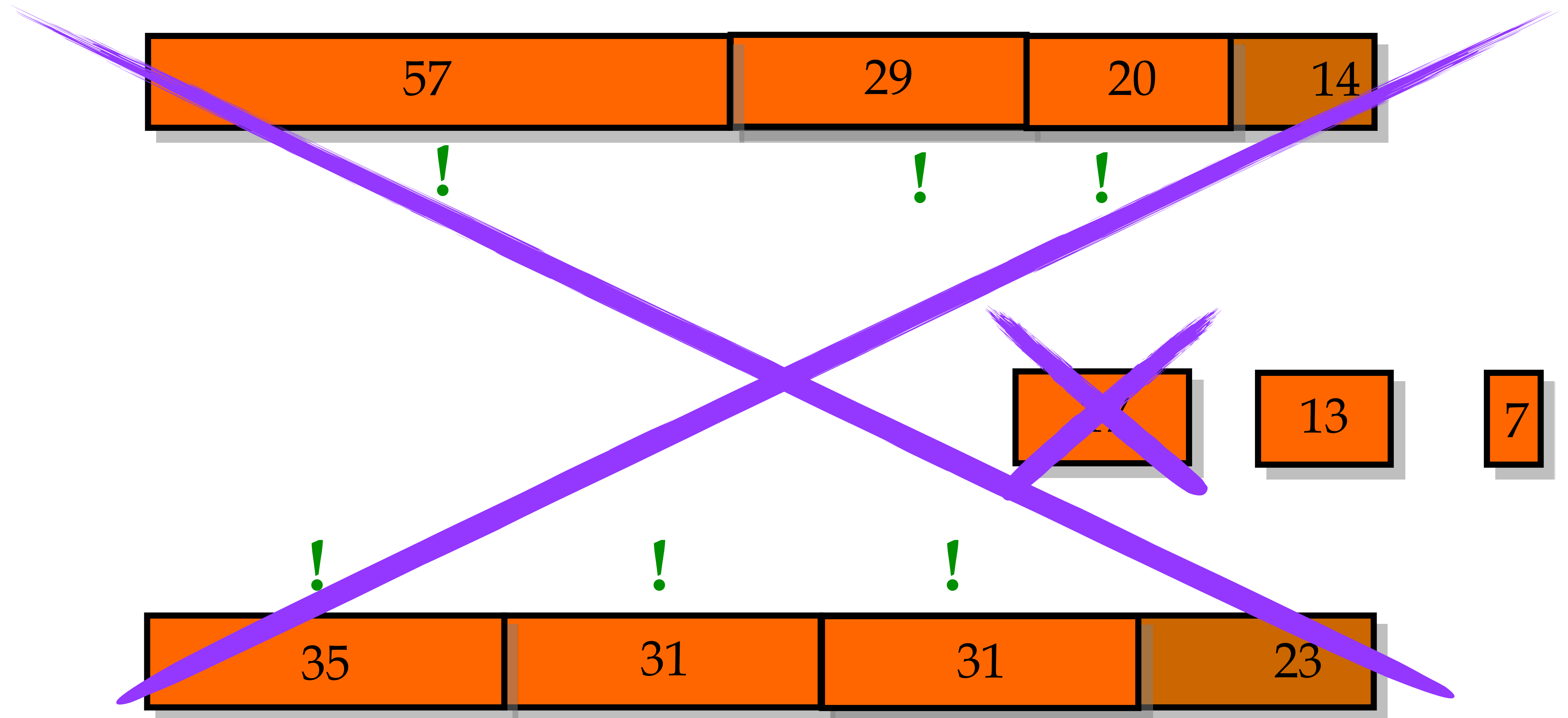


Branch and
Bound



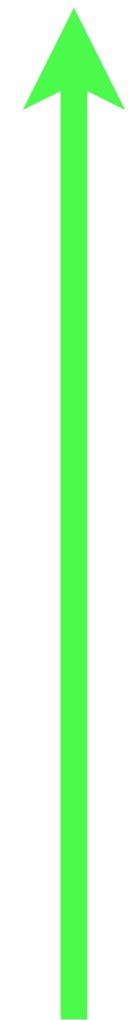
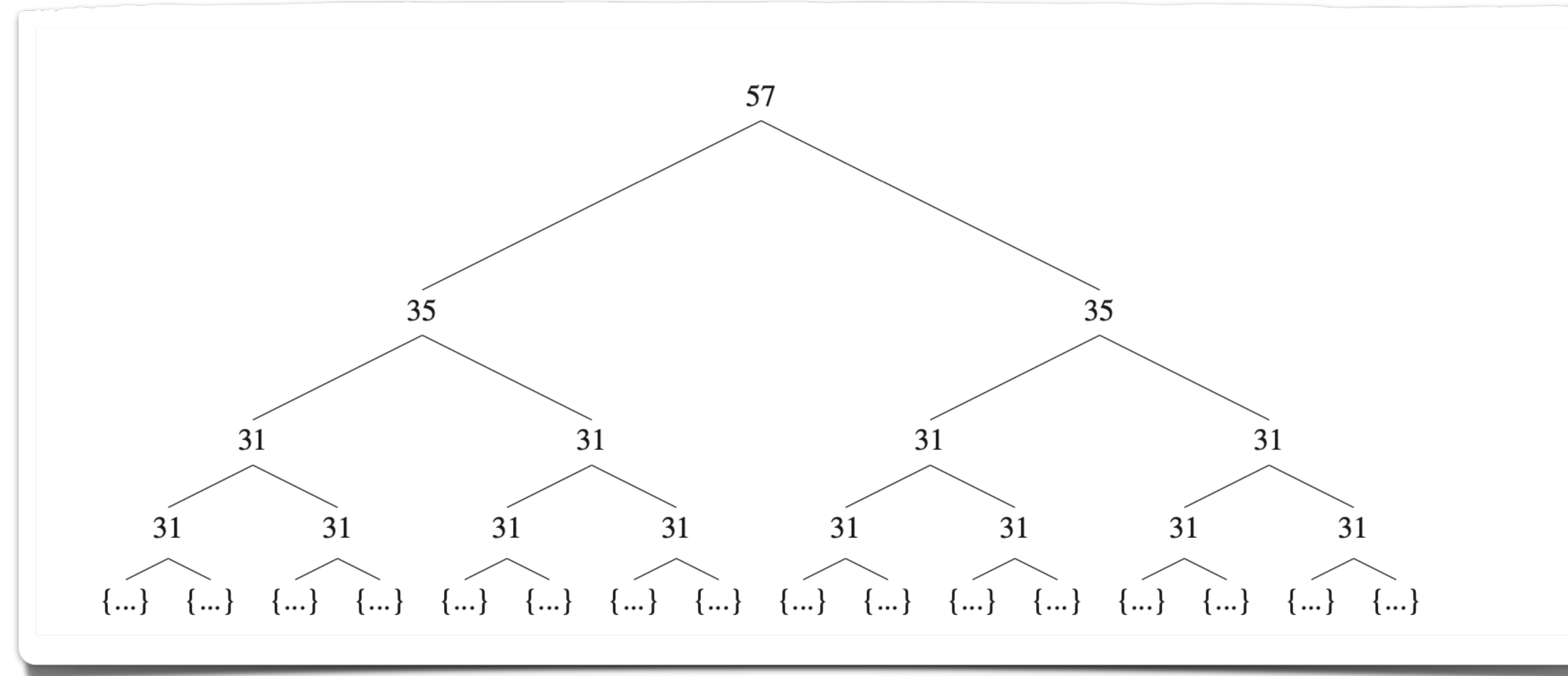
- Exponentiell viele Fälle!
- Wie geht das systematisch?
- Wo kann man Arbeit sparen?

Keine Lösung?!



Ideen

Dynamic
Programming



- Bestimme erreichbare Zahlen
- Vorwärts: Nimm Zahlen hinzu

- Zeige Unerreichbarkeit von Zahlen
- Rückwärts: Schließe Zahlen aus

Dynamic Programming für Anfänger

- Wieviel ist das?

$$1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1 = 13$$

- Und das?

$$1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1 = 13 + 1 = 14$$

- Dynamic Programming:
 - Nicht von vorn lösen
 - Zwischenergebnisse merken

Beispiel

Beispiel 2.1


$$\{z_1, \dots, z_9\} = \{7, 13, 17, 20, 29, 31, 31, 35, 57\}$$

Bestimme alle Zahlen, die als Teilsummen erreichbar sind!

- Bestimme erreichbare Zahlen
- Vorwärts: Nimm Zahlen hinzu

Beispiel

$$\{z_1, \dots, z_9\} = \{7, 13, 17, 20, 29, 31, 31, 35, 57\}$$

$$\mathcal{S}(x, i) = \begin{cases} 1, & \text{falls } x \text{ mit } z_1, \dots, z_i \text{ erzeugt werden kann} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

$x \backslash i$	0	1	2	3	3	5	6	7	...	13	14	15	16	17	18	19	20	...	240
0	1	0	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0	0	0	0	...	0
1																			
2																			
3																			

Beispiel

$$\{z_1, \dots, z_9\} = \{7, 13, 17, 20, 29, 31, 31, 35, 57\}$$

$$\mathcal{S}(x, i) = \begin{cases} 1, & \text{falls } x \text{ mit } z_1, \dots, z_i \text{ erzeugt werden kann} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

$x \backslash i$	0	1	2	3	3	5	6	7	...	13	14	15	16	17	18	19	20	...	240
0	1	0	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0	0	0	0	...	0
1	1	0	0	0	0	0	0	1	...	0	0	0	0	0	0	0	0	...	0
2																			
3																			

Beispiel

$$\{z_1, \dots, z_9\} = \{7, 13, 17, 20, 29, 31, 31, 35, 57\}$$

$$\mathcal{S}(x, i) = \begin{cases} 1, & \text{falls } x \text{ mit } z_1, \dots, z_i \text{ erzeugt werden kann} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

$i \backslash x$	0	1	2	3	3	5	6	7	...	13	14	15	16	17	18	19	20	...	240
0	1	0	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0	0	0	0	...	0
1	1	0	0	0	0	0	0	1	...	0	0	0	+13	0	0	0	0	...	0
2	1	0	0	0	+13	0	1	...	1	0	0	0	0	0	0	0	1	...	0
3																			

Beispiel

$$\{z_1, \dots, z_9\} = \{7, 13, 17, 20, 29, 31, 31, 35, 57\}$$

$$\mathcal{S}(x, i) = \begin{cases} 1, & \text{falls } x \text{ mit } z_1, \dots, z_i \text{ erzeugt werden kann} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

$x \backslash i$	0	1	2	3	3	5	6	7	...	13	14	15	16	17	18	19	20	...	240
0	1	0	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0	0	0	0	...	0
1	1	0	0	0	0	0	0	1	...	0	0	0	0	0	0	0	0	...	0
2	1	0	0	0	0	0	0	1	...	1	0	0	0	0	0	0	1	...	0
3	1	0	0	0	0	0	0	1	...	1	0	0	1	0	0	0	1	...	0

Allgemeiner

$$\mathcal{S}(x, i) = \begin{cases} 1, & \text{falls } x \text{ mit } z_1, \dots, z_i \text{ erzeugt werden kann} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\mathcal{S}(x, 0) = 0, \text{ für alle } x \in \{1, \dots, Z\}; \mathcal{S}(0, 0) = 1$$

$x \backslash i$	0	1	2	3	3	5	6	7	...	13	14	15	16	17	18	19	20	...	240
0	1	0	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0	0	0	0	...	0
1	1	0	0	0	0	0	0	1	...	0	0	0	+13	0	0	0	0	...	0
2	1	0	0	0	+13	0	1	...	1	0	0	0	0	0	0	0	1	...	0
3																			

$$\mathcal{S}(x, i-1) = 1 \Rightarrow \mathcal{S}(x, i) = 1$$

$$\mathcal{S}(x - z_i, i-1) = 1 \Rightarrow \mathcal{S}(x, i) = 1$$

Algorithmus

Algorithmus 2.2 . (Dynamic Programming für SUBSET SUM).

Eingabe: Zahlen $z_1, \dots, z_n$ mit $\sum_{i=1}^n z_i = Z$

Ausgabe: Boolesche Funktion $\mathcal{S} : \{0, \dots, Z\} \times \{0, \dots, n\} \rightarrow \{0, 1\}$

mit $\mathcal{S}(x, i) = \begin{cases} 1, & \text{falls } x \text{ mit } z_1, \dots, z_i \text{ erzeugt werden kann} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$

1: $\mathcal{S}(0, 0) := 1$
 2: **for** ($x=1$) **to** Z **do**
 3: $\mathcal{S}(x, 0) := 0;$

4: **for** ($i = 1$) **to** n **do**
 5: **for** ($x = 0$) **to** $z_i - 1$ **do**
 6: $\mathcal{S}(x, i) := \mathcal{S}(x, i - 1);$
 7: **for** ($x = z_i$) **to** Z **do**
 8: **if** ($\mathcal{S}(x, i - 1) = 1$ **OR** ($\mathcal{S}((x - z_i), i - 1) = 1$) **then**
 9: $\mathcal{S}(x, i) := 1;$
 10: **else**
 11: $\mathcal{S}(x, i) := 0;$
 12: **return**

$i \backslash x$	0	1	2	3	3	5	6	7	...	13	14	15	16	17	18	19	20	...	240
0	1	0	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0	0	0	0	...	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0	0	0	0	...	0
2	1	0	0	0	0	0	0	1	...	1	0	0	0	0	0	0	1	...	0
3																			

Korrektheit

Satz 2.3 Algorithmus 2.2 löst das Problem SUBSET SUM. Die Laufzeit ist $O(Z \cdot n)$.

Beweis. Induktion über die Anzahl der Elemente n .

Induktionsanfang: Initialisierung korrekt für $n=0$.

Induktionssannahme: $\mathcal{S}(x, i-1)$ korrekt für alle i .

Induktionsschritt: Erzeugung von x mit $z_1, \dots, z_i$.

(I) z_i wird nicht verwendet $\Rightarrow x$ kann mit $z_1, \dots, z_{i-1}$ erzeugt werden.

(II) z_i wird verwendet $\Rightarrow x - z_i$ kann mit $z_1, \dots, z_{i-1}$ erzeugt werden.

$i \backslash x$	0	1	2	3	3	5	6	7	...	13	14	15	16	17	18	19	20	...	240
0	1	0	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0	0	0	0	...	0
1	1	0	0	0	0	0	0	1	...	0	0	0	0	0	0	0	0	...	0
2	1	0	0	0	0	0	0	1	...	1	0	0	0	0	0	0	0	...	0
3	1	0	0	0	0	0	0	1	...	1	0	0	0	0	0	0	0	...	0

Laufzeit

Algorithmus 2.2 . (Dynamic Programming für SUBSET SUM).

Eingabe: Zahlen $z_1, \dots, z_n$ mit $\sum_{i=1}^n z_i = Z$

Ausgabe: Boolesche Funktion $\mathcal{S} : \{0, \dots, Z\} \times \{0, \dots, n\} \rightarrow \{0, 1\}$

mit $\mathcal{S}(x, i) = \begin{cases} 1, & \text{falls } x \text{ mit } z_1, \dots, z_i \text{ erzeugt werden kann} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$

1: $\mathcal{S}(0, 0) := 1$

2: **for** ($x=1$) **to** Z **do**

3: $\mathcal{S}(x, 0) := 0;$

4: **for** ($i = 1$) **to** n **do**

5: **for** ($x = 0$) **to** $z_i - 1$ **do**

6: $\mathcal{S}(x, i) := \mathcal{S}(x, i - 1);$

7: **for** ($x = z_i$) **to** Z **do**

8: **if** ($(\mathcal{S}(x, i - 1) = 1)$ **OR** $(\mathcal{S}((x - z_i), i - 1) = 1)$) **then**

9: $\mathcal{S}(x, i) := 1;$

10: **else**

11: $\mathcal{S}(x, i) := 0;$

12: **return**

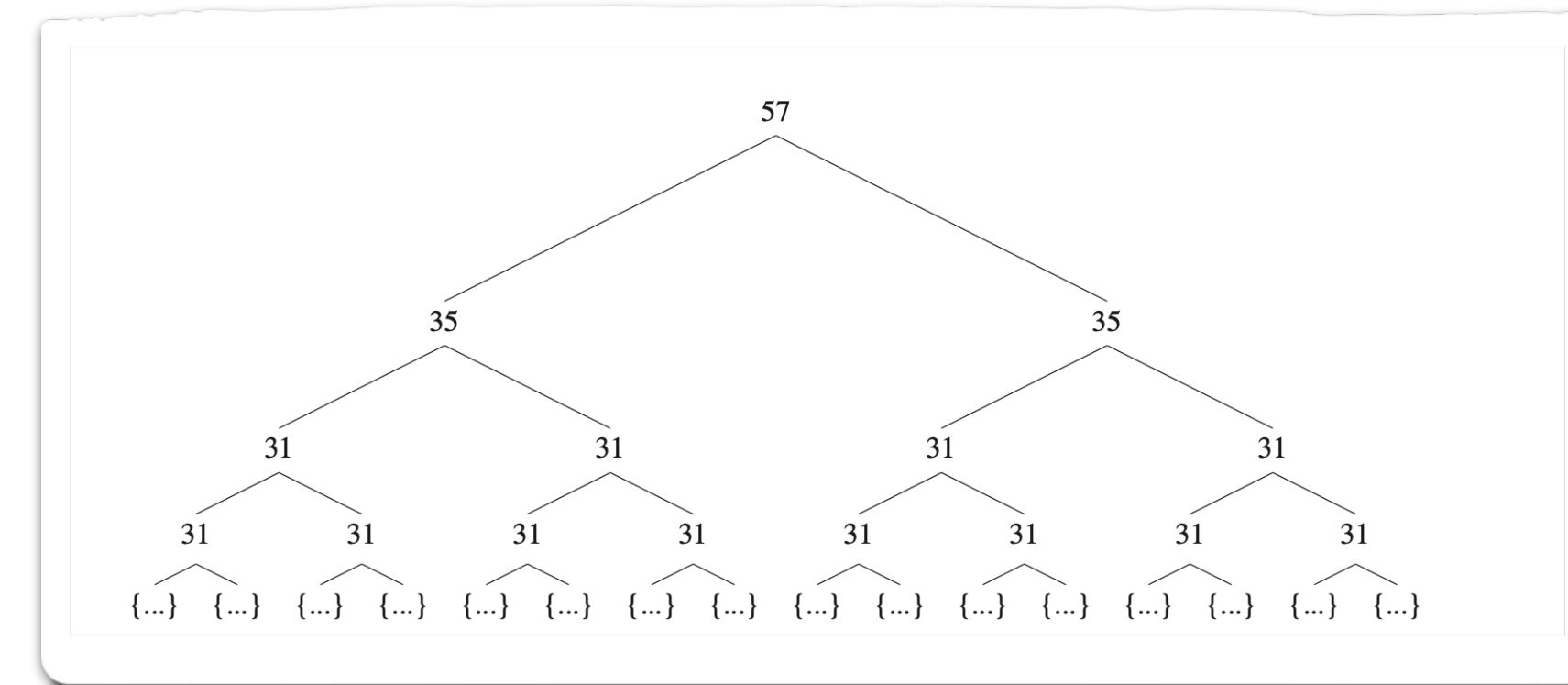
$O(nZ)$

Effizienz?!

$$O(nZ)$$

$i \backslash x$	0	1	2	3	3	5	6	7	...	13	14	15	16	17	18	19	20	...	240
0	1	0	0	0	0	0	+7	0	0	...	0	0	0	0	0	0	0	...	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0	1										
2																			
3																			

$$2^n$$



1

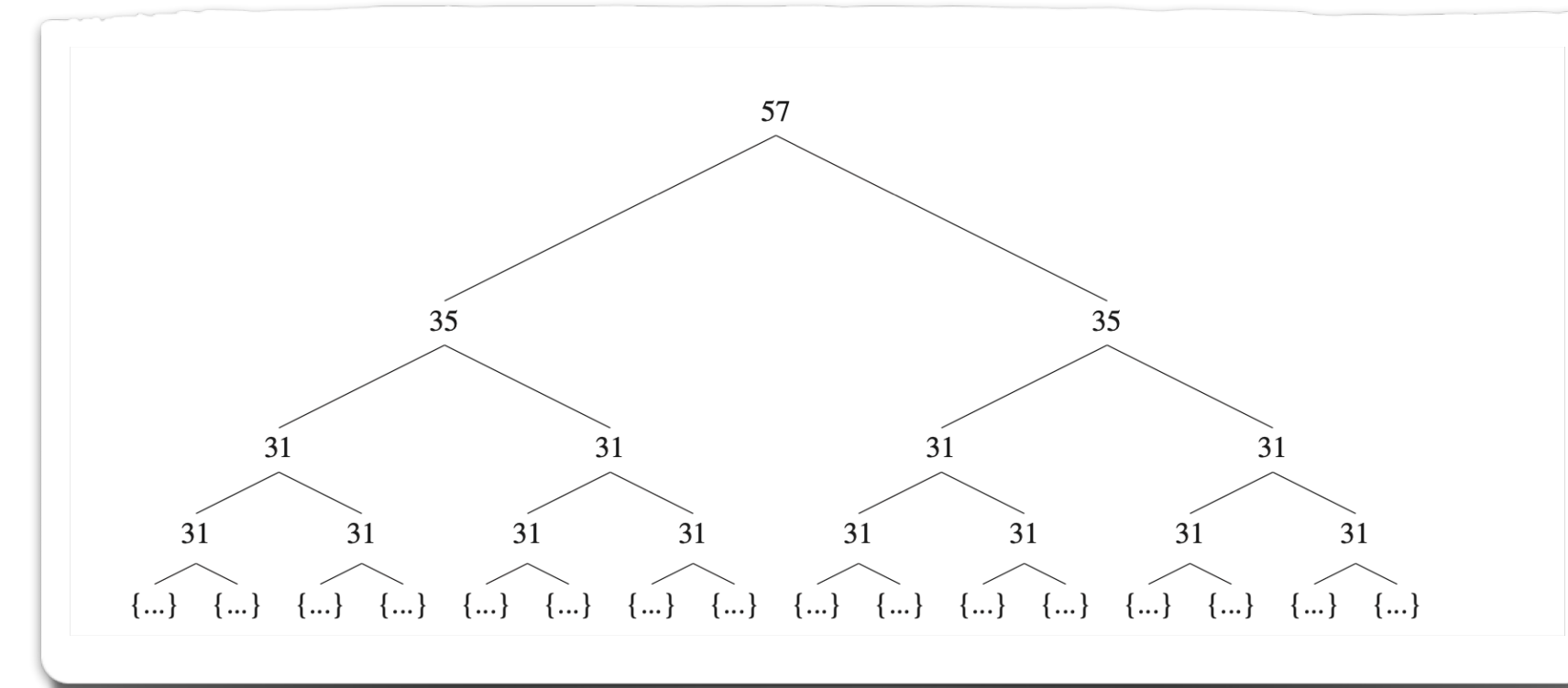
- Exponentiell viele Fälle!
- Wo sparen wir Arbeit?

Effizienz?!

$$O(nZ)$$

$i \backslash x$	0	1	2	3	3	5	6	7	...	13	14	15	16	17	18	19	20	...	240
0	1	0	0	0	0	0	+7	0	0	...	0	0	0	0	0	0	0	...	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0	1										
2																			
3																			

$$2^n$$



2

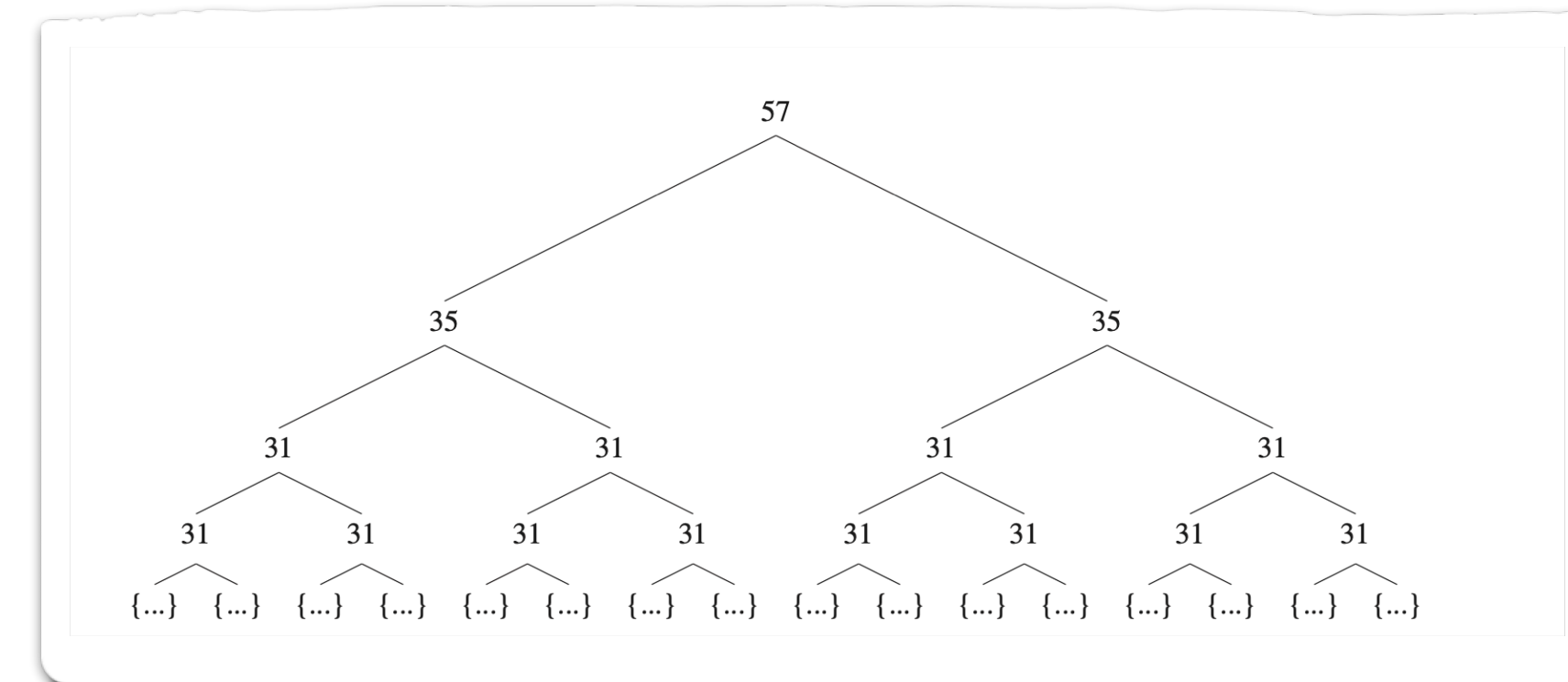
- Exponentiell viele Fälle!
- Wo sparen wir Arbeit?

Effizienz?!

$$O(nZ)$$

$i \backslash x$	0	1	2	3	3	5	6	7	...	13	14	15	16	17	18	19	20	...	240
0	1	0	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0	0	0	0	...	0
1	1	0	0	0	0	0	0	1	...	0	0	0	+13	0	0	0	0	...	0
2	1	0	0	0	+13	0	1	...	1	0	0	0	0	0	0	0	1	...	0
3																			

$$2^n$$



2

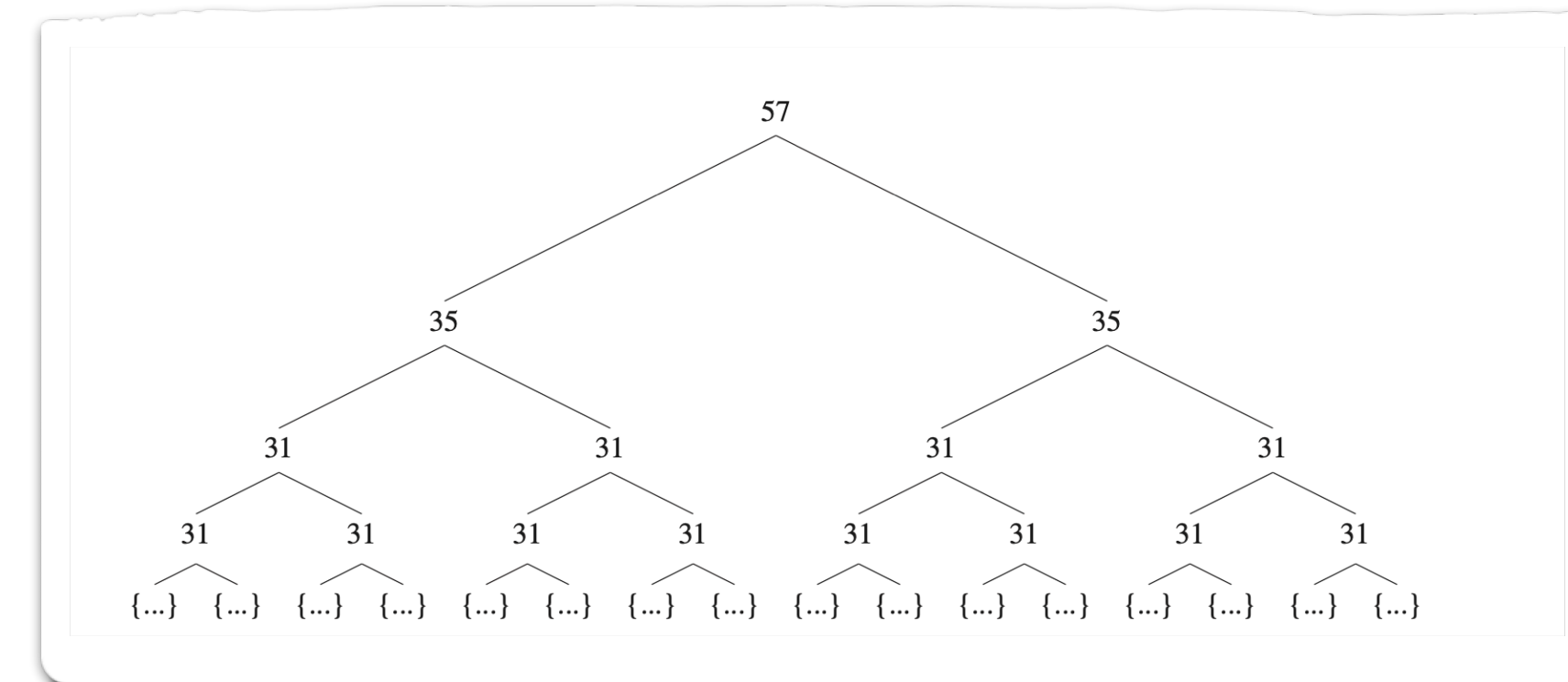
- Exponentiell viele Fälle!
- Wo sparen wir Arbeit?

Effizienz?!

$$O(nZ)$$

$i \backslash x$	0	1	2	3	3	5	6	7	...	13	14	15	16	17	18	19	20	...	240
0	1	0	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0	0	0	0	...	0
1	1	0	0	0	0	0	0	1	...	0	0	0	+13	0	0	0	0	...	0
2	1	0	0	0	+13	0	1	...	1	0	0	0	0	0	0	0	1	...	0
3																			

$$2^n$$



4

- Exponentiell viele Fälle!
- Wo sparen wir Arbeit?

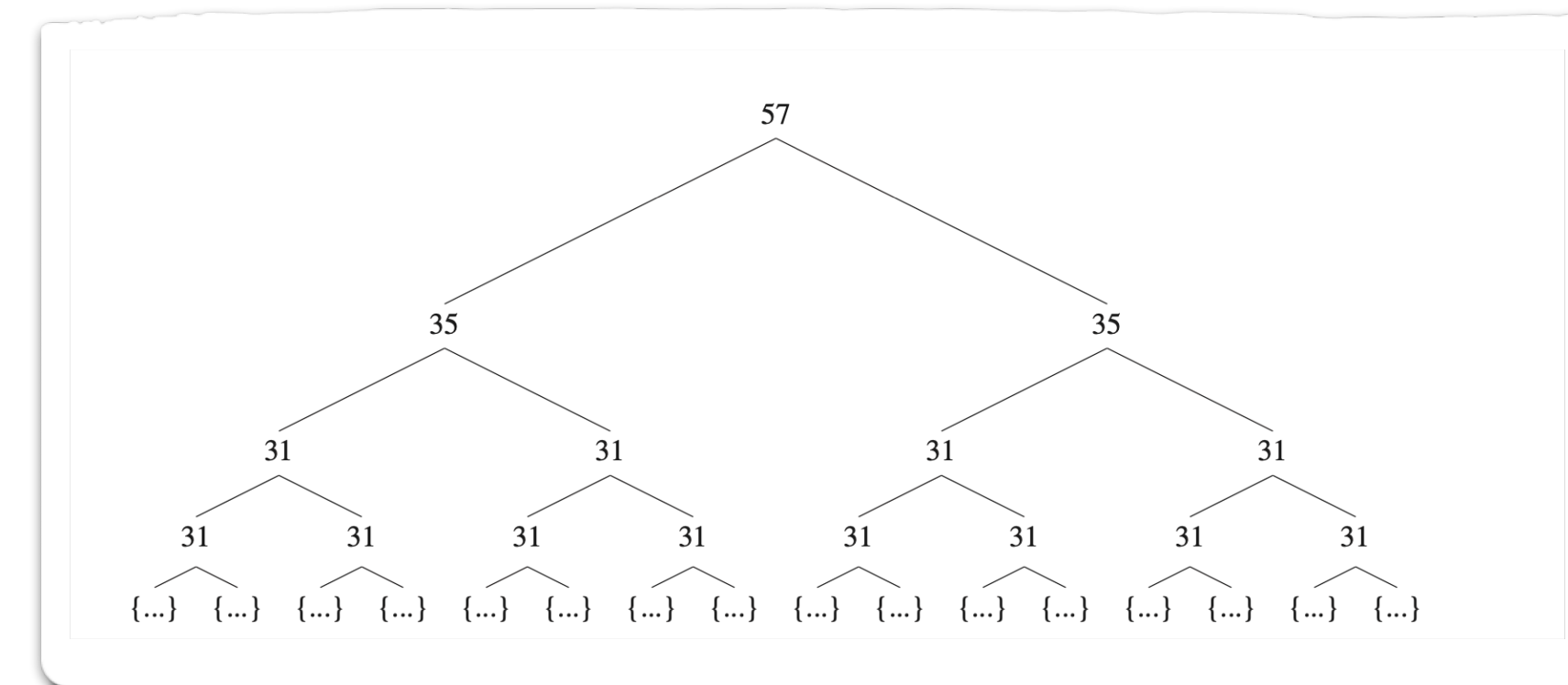
Effizienz?!

$$O(nZ)$$

$$2^n$$

$i \backslash x$	0	1	2	3	3	5	6	7	...	13	14	15	16	17	18	19	20	...	240
0	1	0	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0	0	0	0	...	0
1	1	0	0	0	0	0	0	1	...	0	0	0	0	0	0	0	0	...	0
2	1	0	0	0	0	0	0	1	...	1	0	0	0	0	0	0	1	...	0
3	1	0	0	0	0	0	0	1	...	1	0	0	0	1	0	0	1	...	0

Annotations: A blue arrow points to row 3. A green arrow points from row 2 to row 3, labeled +17. Red arrows point down to the 1s in row 2 at columns 0, 8, 10, and 17.



4

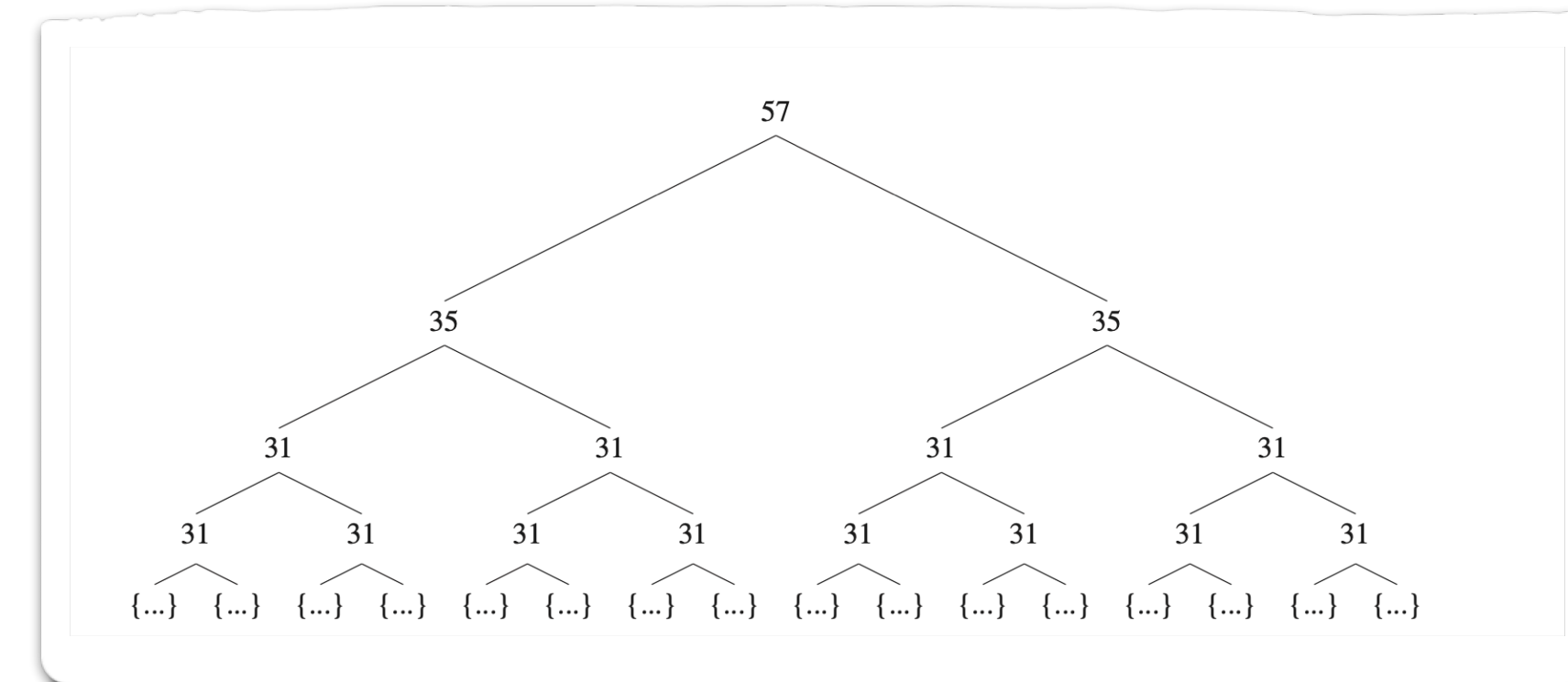
- Exponentiell viele Fälle!
- Wo sparen wir Arbeit?

Effizienz?!

$$O(nZ)$$

$$2^n$$

$i \backslash x$																									
		0	1	2	3	3	5	6	7	...	13	14	15	16	17	18	19	20	...	²⁴ 30 ₃₇	...	240			
0		1	0	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0	0	0	0	...	0					
1		1	0	0	0	0	0	0	1	...	0	0	0	0	0	0	0	0	...	0					
2		1	0	0	0	0	0	0	1	...	1	0	0	0	0	0	0	1	...	0					
3		1	0	0	0	0	0	0	1	...	1	0	0	0	1	0	0	1	...	0					



8

- Exponentiell viele Fälle!
- Wo sparen wir Arbeit?

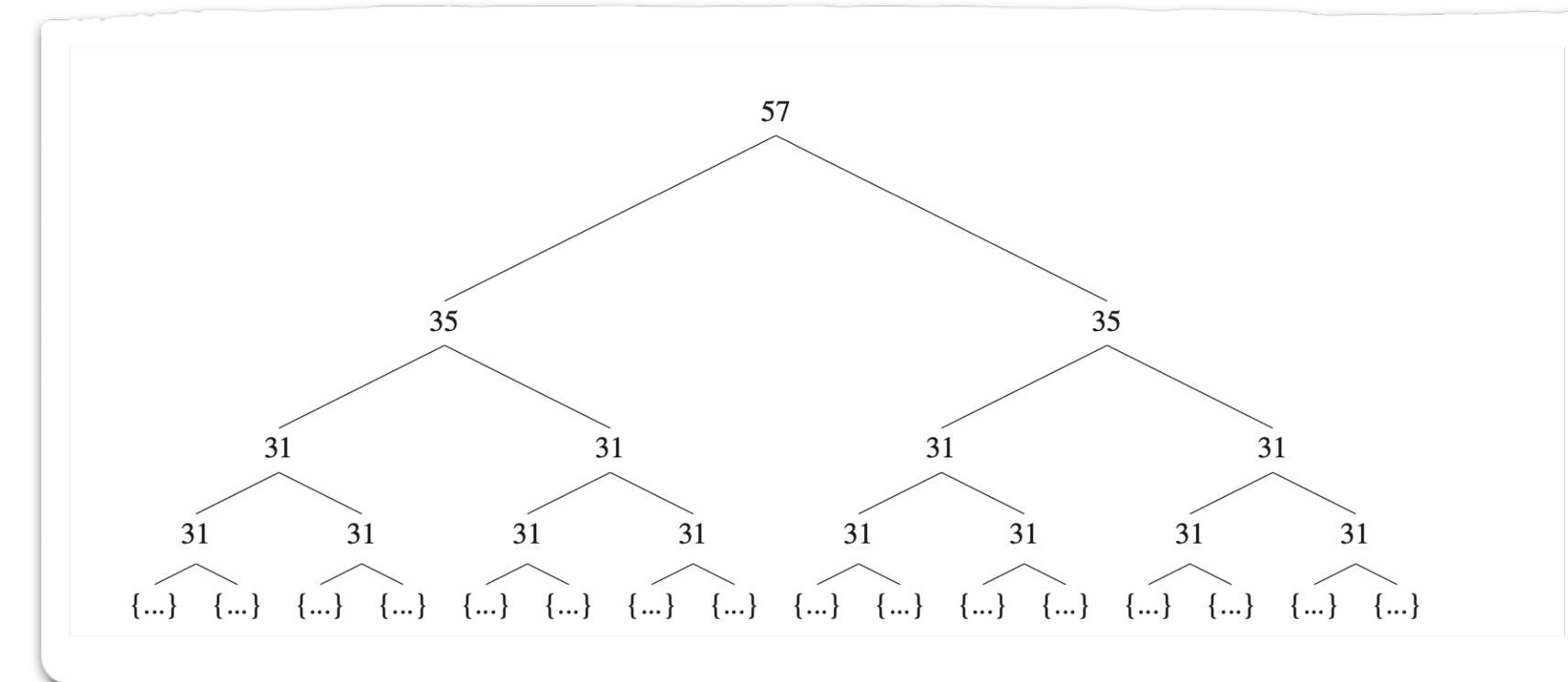
Effizienz?!

$$O(nZ)$$

$$2^n$$

$i \backslash x$																									
		0	1	2	3	3	5	6	7	...	13	14	15	16	17	18	19	20	...	24	30	37	...	240	
0		1	0	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0	0	0	0	...	0					
1		1	0	0	0	0	0	0	1	...	0	0	0	0	0	0	0	0	...	0					
2		1	0	0	0	0	0	0	1	...	1	0	0	0	0	0	0	1	...	0					
3		1	0	0	0	0	0	0	1	...	1	0	0	0	1	0	0	1	...	0					

Handwritten annotations: A blue arrow points to row 3. A green arrow points from row 2, column 7 to row 3, column 17, with the label "+17" written below it. Red arrows point down to the '1' values in row 2 at columns 7, 10, and 17, and to the '1' value in row 3 at column 17.



16

- Exponentiell viele Fälle!
- Wo sparen wir Arbeit?

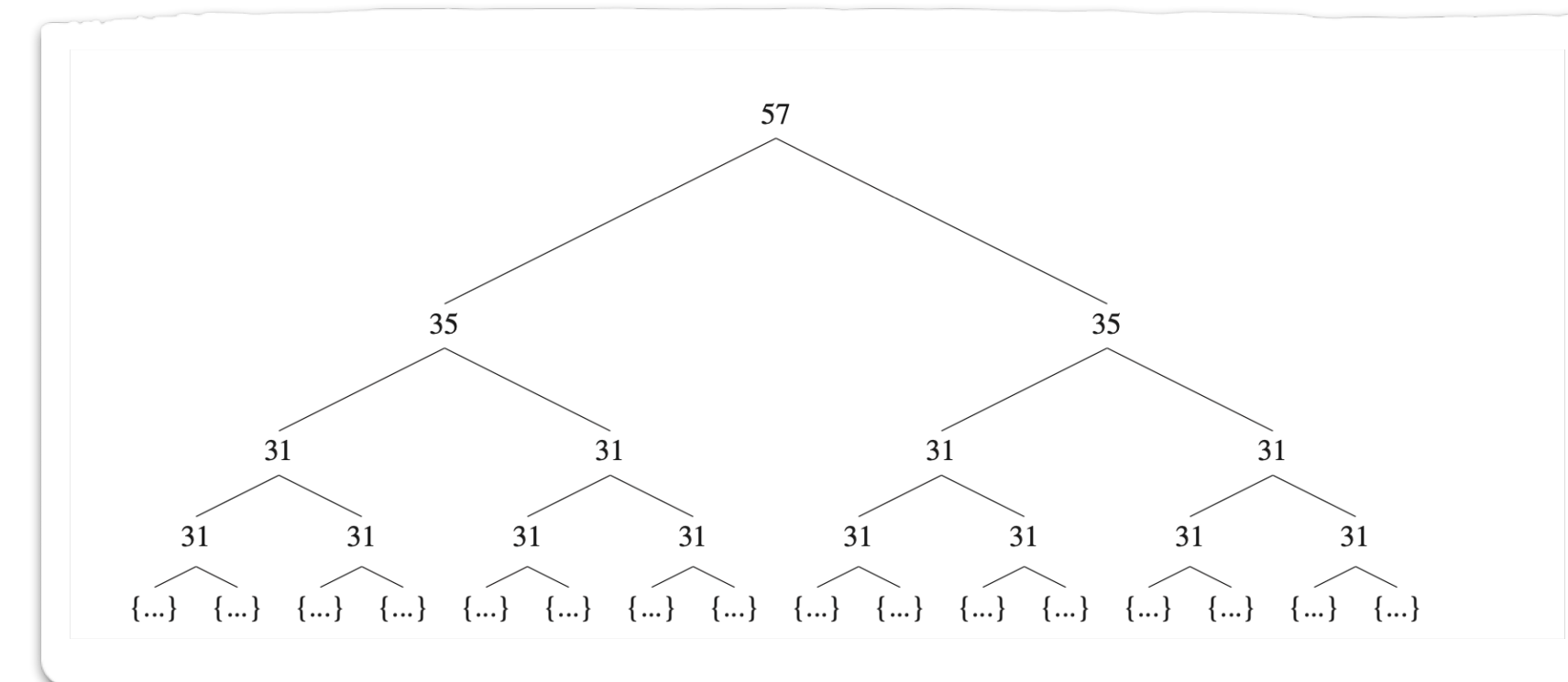
Effizienz?!

$$O(nZ)$$

2^n

$i \backslash x$	0	1	2	3	3	5	6	7	...	13	14	15	16	17	18	19	20	...	240
0	1	0	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0	0	0	0	...	0
1	1	0	0	0	0	0	0	1	...	0	0	0	0	0	0	0	0	...	0
2	1	0	0	0	0	0	0	1	...	1	0	0	0	0	0	0	1	...	0
3	1	0	0	0	0	0	0	1	...	1	0	0	0	1	0	0	1	...	0

Annotations: A blue arrow points to row 3. A green arrow points from row 2 to row 3. A green arrow points from row 3 to column 17, labeled +17. Red arrows point down to the 1s in columns 0, 7, 10, and 17.



32

- Exponentiell viele Fälle!
- Wo sparen wir Arbeit?

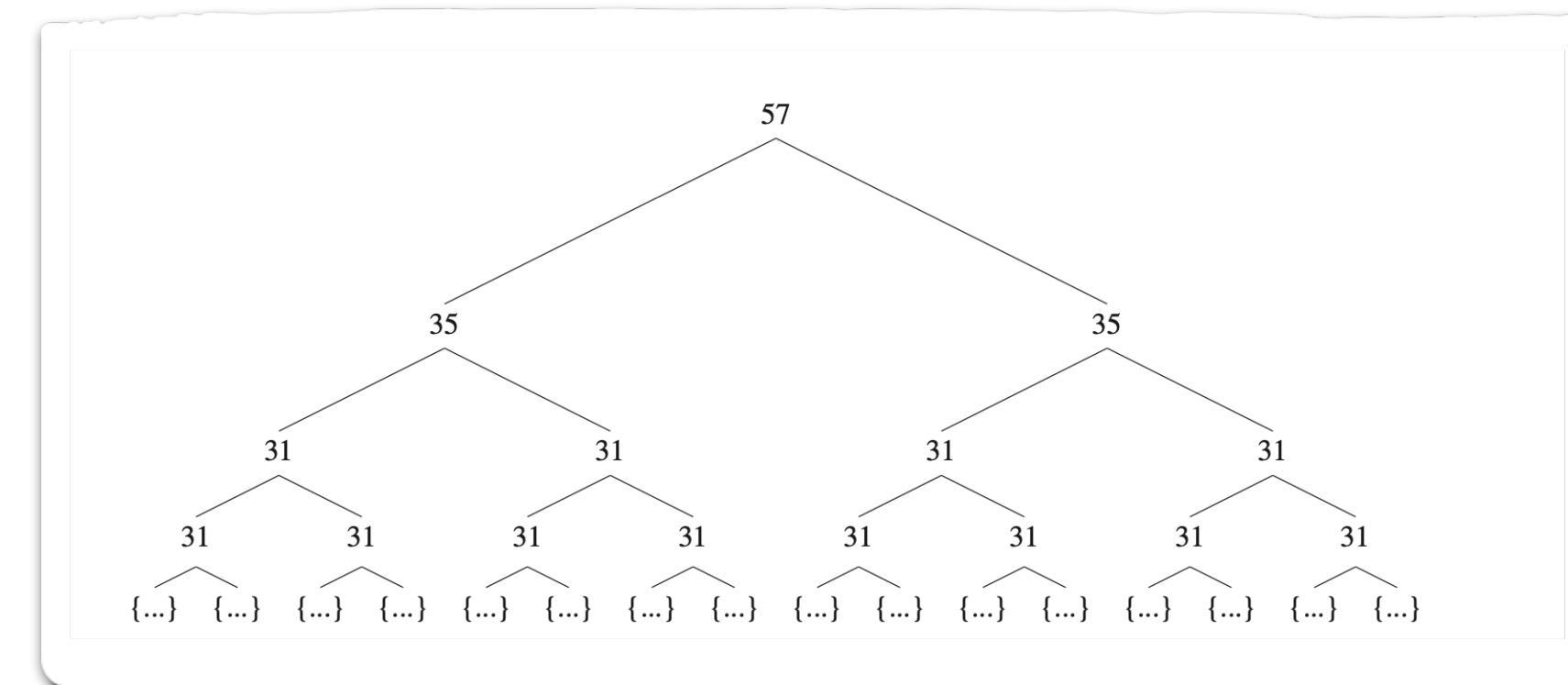
Effizienz?!

$$O(nZ)$$

		<div><div>24</div><div>30</div><div>37</div><div>240</div></div>																							
		0	1	2	3	3	5	6	7	...	13	14	15	16	17	18	19	20	...	240					
$i \backslash x$																									
0		1	0	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0	0	0	0	...	0					
1		1	0	0	0	0	0	0	1	...	0	0	0	0	0	0	0	0	...	0					
2		1	0	0	0	0	0	0	1	...	1	0	0	0	0	0	0	1	...	0					
3		1	0	0	0	0	0	0	1	...	1	0	0	0	1	0	0	1	...	0					

</

$$2^n$$



64

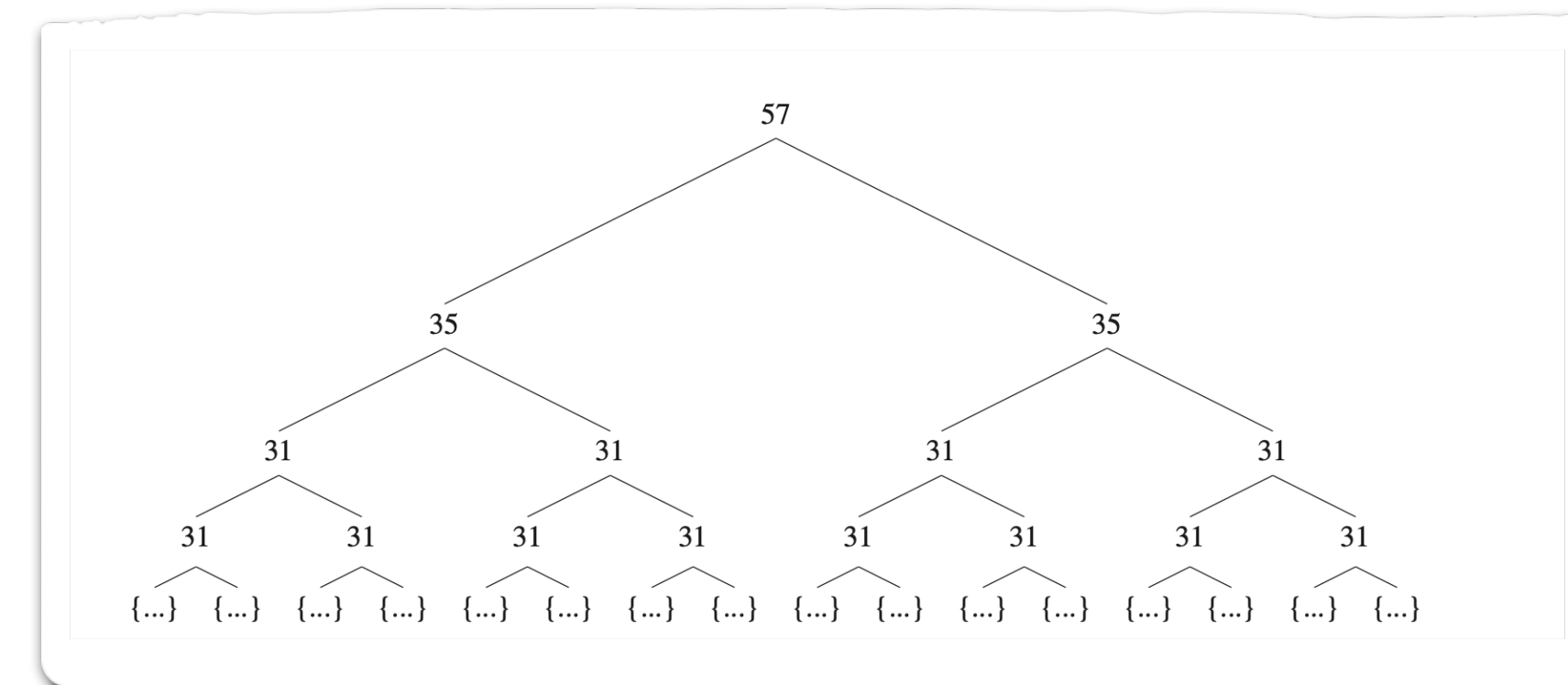
- Exponentiell viele Fälle!
- Wo sparen wir Arbeit?

Effizienz?!

$$O(nZ)$$

		<div><div>243037</div><div>240</div></div>																							
$i \backslash x$		0	1	2	3	3	5	6	7	...	13	14	15	16	17	18	19	20	...	240					
0		1	0	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0	0	0	0	...	0					
1		1	0	0	0	0	0	0	1	...	0	0	0	0	0	0	0	0	...	0					
2		1	0	0	0	0	0	0	1	...	1	0	0	0	0	0	0	1	...	0					
3		1	0	0	0	0	0	0	1	...	1	0	0	0	1	0	0	1	...	0					

$$2^n$$



128

- Exponentiell viele Fälle!
- Wo sparen wir Arbeit?

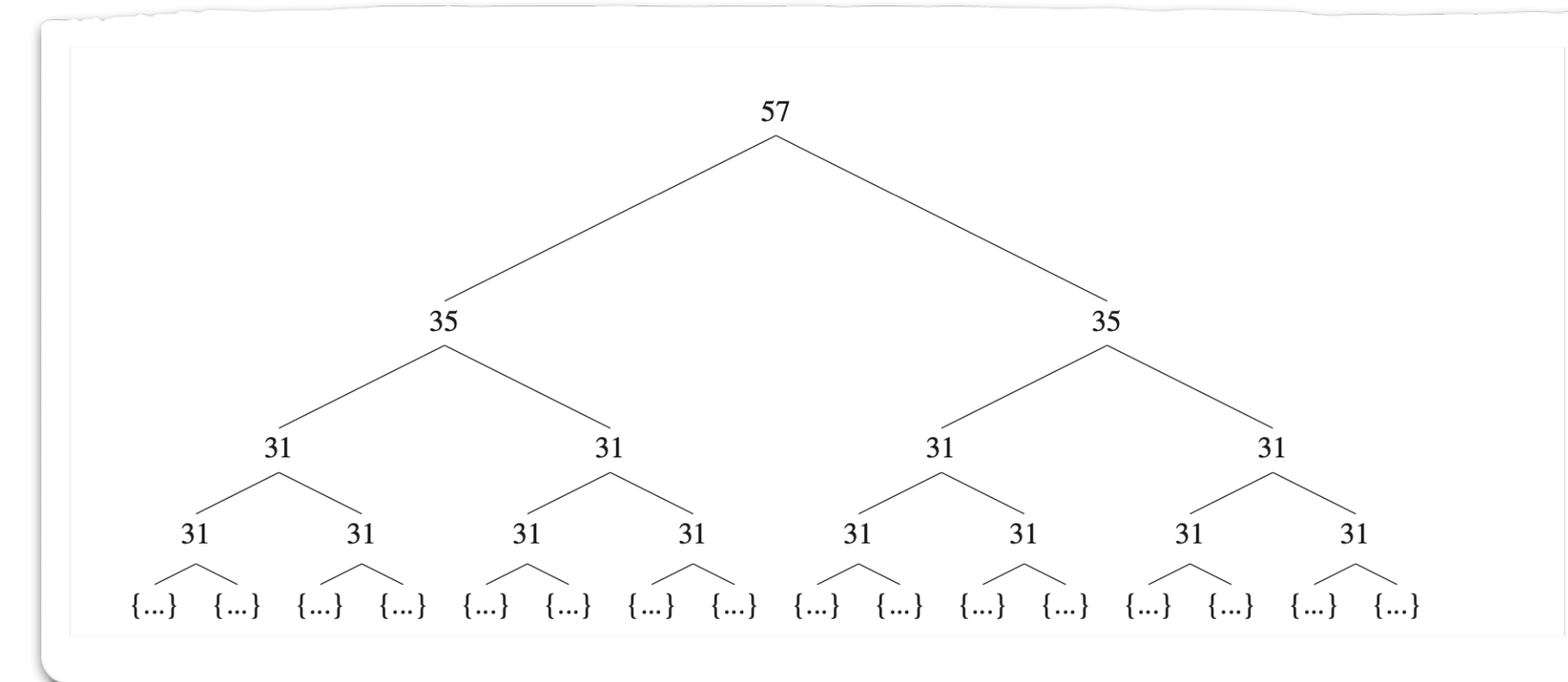
Effizienz?!

$$O(nZ)$$

$$2^n$$

$i \backslash x$	0	1	2	3	3	5	6	7	...	13	14	15	16	17	18	19	20	...	240
0	1	0	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0	0	0	0	...	0
1	1	0	0	0	0	0	0	1	...	0	0	0	0	0	0	0	0	...	0
2	1	0	0	0	0	0	0	1	...	1	0	0	0	0	0	0	1	...	0
3	1	0	0	0	0	0	0	1	...	1	0	0	0	1	0	0	1	...	0

Handwritten annotations: A blue arrow points to row 3. A green arrow points from the '1' at (2,7) to the '1' at (3,17). A red arrow points down from the '1' at (2,7) to the '1' at (3,7). Another red arrow points down from the '1' at (2,20) to the '1' at (3,20). A green '+17' is written below the '1' at (3,17).



256?!

- Exponentiell viele Fälle!
- Wo sparen wir Arbeit?

Z klein im Vergleich zu 2^n : viele Duplikate gespart
 Z groß im Vergleich zu 2^n : viel unnötige Arbeit

Fragen

- Wie lässt sich das Prinzip verallgemeinern?
- Wie geht das für Knapsack?
- Wie geht das für andere Probleme?

Knapsack

- Objekte $1, \dots, n$
- Kosten $z_1, \dots, z_n$
- Nutzen $p_1, \dots, p_n$

Von Subset Sum zu Knapsack

$$\mathcal{S}(x, i) = \begin{cases} 1, & \text{falls } x \text{ mit } z_1, \dots, z_i \text{ erzeugt werden kann} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

$i \backslash x$	0	1	2	3	3	5	6	7	...	13	14	15	16	17	18	19	20	...	240
0	1	0	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0	0	0	0	...	0
1	1	0	0	0	0	0	0	1	...	0	0	0	0	0	0	0	0	...	0
2	1	0	0	0	0	0	0	1	...	1	0	0	0	0	0	0	1	...	0
3	1	0	0	0	0	0	0	1	...	1	0	0	0	1	0	0	1	...	0

$P(x, i)$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten

$1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

Beispiel: Knapsack

Beispiel 2.4 (Knapsackproblem).

Sei $Z = 9$ und seien folgende sieben Objekte gegeben:

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

Dynamic Programming für Knapsack

$P(x, i)$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$P(x, i)$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0									
2										
3										
4										
5										
6										
7										



Dynamic Programming für Knapsack

$P(x, i)$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0								
2										
3										
4										
5										
6										
7										



Dynamic Programming für Knapsack

$P(x, i)$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0								
2										
3										
4										
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$P(x, i)$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6							
2										
3										
4										
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$P(x, i)$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6						
2										
3										
4										
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6					
2										
3										
4										
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$P(x, i)$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6				
2										
3										
4										
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6			
2										
3										
4										
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6		
2										
3										
4										
5										
6										
7										



Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	
2										
3										
4										
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$P(x, i)$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2										
3										
4										
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$P(x, i)$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2										
3										
4										
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$i \backslash x$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0									
3										
4										
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$P(x, i)$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0								
3										
4										
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6							
3										
4										
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6							
3										
4										
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$P(x, i)$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6						
3										
4										
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6					
3										
4										
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11				
3										
4										
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11			
3										
4										
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$i \backslash x$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11		
3										
4										
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$i \backslash x$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	
3										
4										
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3										
4										
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$i \backslash x$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3										
4										
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0									
4										
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0								
4										
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6							
4										
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6						
4										
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6					
4										
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11				
4										
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11			
4										
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$i \backslash x$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11		
4										
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	
4										
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4										
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4										
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0									
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0								
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6							
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6						
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6					
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11				
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11			
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11		
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5	0									
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5	0	0								
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5	0	0	6							
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5	0	0	6	6						
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5	0	0	6	6	6					
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5	0	0	6	6	6	11				
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5	0	0	6	6	6	11	11			
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5	0	0	6	6	6	11	11	12		
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5	0	0	6	6	6	11	11	12	14	
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
6	0									
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
6	0	0								
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
6	0	0	6							
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
6	0	0	6	6						
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
6	0	0	6	6	6					
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
6	0	0	6	6	6	11				
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
6	0	0	6	6	6	11	11			
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
6	0	0	6	6	6	11	11	12		
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
6	0	0	6	6	6	11	11	12	14	
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
6	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
6	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
6	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
7	0									

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
6	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
7	0	0								

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
6	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
7	0	0	6							

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
6	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
7	0	0	6	6						

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
6	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
7	0	0	6	6	6					

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
6	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
7	0	0	6	6	6	11				

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
6	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
7	0	0	6	6	6	11	11			

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
6	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
7	0	0	6	6	6	11	11	12		

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
6	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
7	0	0	6	6	6	11	11	12	14	

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
6	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
7	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0										
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										



Dynamic Programming für Knapsack

$P(x, i)$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2										
3										
4										
5										
6										
7										



Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2										
3										
4										
5										
6										
7										



Dynamic Programming für Knapsack

$P(x, i)$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2										
3										
4										
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2										
3										
4										
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2										
3										
4										
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3										
4										
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3										
4										
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3										
4										
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3										
4										
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3										
4										
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3										
4										
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3										
4										
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3										
4										
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3										
4										
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4										
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4										
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4										
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4										
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4										
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4										
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5										
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$P(x, i)$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
6										
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
6	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
6	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
6	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
7										

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
6	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
7	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
6	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
7	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
6	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
7	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
6	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
7	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
6	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
7	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
6	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
7	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15

Dynamic Programming für Knapsack

$$P(x, i)$$

der höchste Nutzen

der sich mit den Objekten $1, \dots, i$ erzielen lässt

wenn die Kosten auf x begrenzt sind

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	2	3	6	7	5	9	4
p_i	6	5	8	9	6	7	3

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
6	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
7	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15

Systematisch!

„Bellman-Rekursion“

$$P(x, i) = \begin{cases} P(x, i-1), & \text{falls } z_i > x \\ \max\{P(x, i-1), P(x - z_i, i-1) + p_i\} & \text{sonst} \end{cases}$$

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$

2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung

3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
6	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
7	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15

Historie



Richard Bellman (1920-1984)

DYNAMIC PROGRAMMING

BY

RICHARD BELLMAN

1957

PRINCETON UNIVERSITY PRESS
PRINCETON, NEW JERSEY

Preface

The purpose of this work is to provide an introduction to the mathematical theory of multi-stage decision processes. Since these constitute a somewhat formidable set of terms we have coined the term “dynamic programming” to describe the subject matter. Actually, as we shall see, the distinction involves more than nomenclature. Rather, it involves a certain conceptual framework which furnishes us a new and versatile mathematical tool for the treatment of many novel and interesting problems both in this new discipline and in various parts of classical analysis. Before expanding upon this theme, let us present a brief discussion of what is meant by a multi-stage decision process.

The functional equations which arise in this way are of a novel type, completely different from any of the functional equations encountered in classical analysis. The particular one we shall employ for purposes of discussion in this chapter is

$$(1) \quad f(x) = \operatorname{Max}_{0 \leq y \leq x} [g(y) + h(x - y) + f(ay + b(x - y))].$$

where g and h are known functions and a and b are known constants, satisfying the condition $0 \leq a, b < 1$.

Algorithmus

Algorithmus 2.5 (Dynamic Programming für Knapsack)

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: Funktion $P : \{1, \dots, Z\} \times \{1, \dots, n\} \rightarrow \mathbb{R}; (x, i) \mapsto P(x, i)$

mit $P(x, i) = \max \sum_{j=1}^i p_j y_j$ mit $\sum_{j=1}^i z_j y_j \leq x$, für $y_j \in \{0, 1\}$

1: **for** ($x = 0$) **to** Z **do**

2: $P(x, 0) := 0$

3: **for** ($i = 1$) **to** n **do**

4: **for** ($x = 0$) **to** $(z_i - 1)$ **do**

5: $P(x, i) := P(x, i - 1)$

6: **for** ($x = z_i$) **to** Z **do**

7: **if** ($(P(x - z_i, i - 1) + p_i) > P(x, i - 1)$) **then**

8: $P(x, i) := P(x - z_i, i - 1) + p_i$

9: **else**

0: $P(x, i) := P(x, i - 1)$

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
6	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
7	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15

Korrektheit und Laufzeit

Satz 2.6 *Algorithmus 2.5* berechnet besten Lösungswert für das Rucksackproblem in einer Laufzeit $O(nZ)$.

Algorithmus 2.5 (Dynamic Programming für Knapsack)

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$
Ausgabe: Funktion $P : \{1, \dots, Z\} \times \{1, \dots, n\} \rightarrow \mathbb{R}; (x, i) \mapsto P(x, i)$
mit $P(x, i) = \max \sum_{j=1}^i p_j y_j$ mit $\sum_{j=1}^i z_j y_j \leq x$, für $y_j \in \{0, 1\}$

1: for ($x = 0$) to Z do
2: $P(x, 0) := 0$

3: for ($i = 1$) to n do
4: for ($x = 0$) to $(z_i - 1)$ do
5: $P(x, i) := P(x, i - 1)$
6: for ($x = z_i$) to Z do
7: if $((P(x - z_i, i - 1) + p_i) > P(x, i - 1))$ then
8: $P(x, i) := P(x - z_i, i - 1) + p_i$
9: else
0: $P(x, i) := P(x, i - 1)$

$O(nZ)$ {

$x \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6
2	0	0	6	6	6	11	11	11	11	11
3	0	0	6	6	6	11	11	11	14	14
4	0	0	6	6	6	11	11	11	14	15
5	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
6	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15
7	0	0	6	6	6	11	11	12	14	15

Induktion!

1. Objekt i ist zu teuer für Kostenschranke x , falls $z_i > x$
2. Objekt i ist nicht zu teuer, bringt aber keine Verbesserung
3. Objekt i ist nicht zu teuer und bringt eine Verbesserung

Vielen Dank!

s.fekete@tu-bs.de