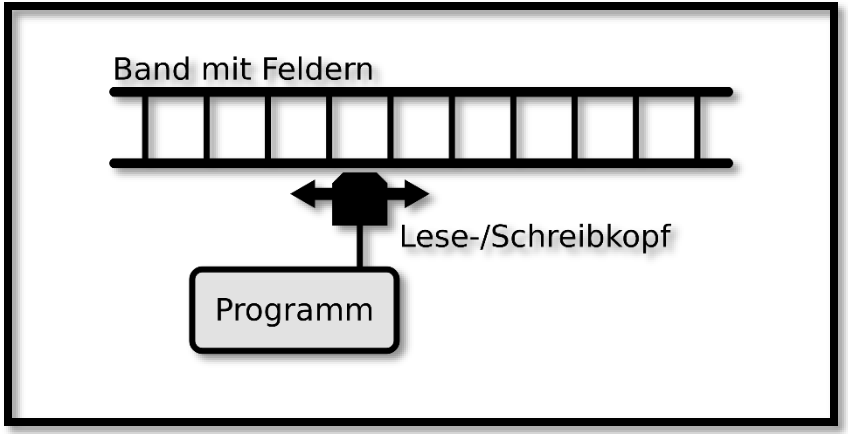
Technische Universität Braunschweig

Theoretische Informatik 2

Arne Schmidt

Turing-Maschinen



Wichtige Lemma:

- Für jede k-Band-TM existiert eine 1-Band-TM, die die gleiche Sprache akzeptiert.
- Für jede TM existiert eine TM, welche nur 0 und 1 benutzt und die gleiche Sprache akzeptiert.

Kapitel 1.3 – Linear-beschränkte Automaten

Definition

Definition 1.12
Ein **linear-beschränkter Automat** (LBA) ist eine nicht-deterministische Turing-Maschine $M = (Q, \Gamma, \Sigma \,\dot{\cup}\, \{\$_L, \$_R\}, q_0, \delta, Q_F)$.
Anstatt der Blank-Symbole stehen nun der **linke Endmarker** $\$_L$ und der **rechte Endmarker** $\$_R$ links bzw. rechts von der Eingabe auf dem Band. Mit den Endmarkern führen wir noch zwei Einschränkungen ein.

1. Der linke (rechte) Endmarker darf nicht nach links (rechts) überschritten werden, d.h. $\forall q \in Q : \nexists\, (q', \$_L, L) \in \delta(q, \$_L)$ und $\forall q \in Q : \nexists (q', \$_R, R) \in \delta(q, \$_R)$.
2. Die Endmarker dürfen nicht überschrieben werden, d.h. $\forall q \in Q : \nexists (q', a, d) \in \delta(q, \$_L)$ und $\forall q \in Q : \nexists (q', a, d) \in \delta(q, \$_R)$ für $a \in \Gamma, \$_L \neq a \neq \$_R$ und $d \in \{L, R, N\}$.

Die Sprache eines linear beschränkten Automaten ist die Menge aller Wörter w, so dass eine Berechnung, gemäß der beiden Einschränkungen, von der Startkonfiguration $q_0\$_L w\$_R$ zu einer akzeptierenden Konfiguration existiert.
$\mathcal{L}(M) = \{w \in \Sigma^* \mid q_0\$_L w\$_R \;\to^*\; uq'v \in \Gamma^* Q_F \Gamma^*\}$.

Bemerkung 1.13 (Bandkompression)

$\boxed{\$_L\text{EingabeWort}\$_R}$

$\underbrace{\hphantom{\$_L\text{EingabeWort}\$_R}}_{|w|}$

$\boxed{\$_L\_\_\_\_\_\_\_\_\text{EingabeWort}\_\_\_\_\_\_\_\_\$_R}$

$\underbrace{\hphantom{\$_L\_\_\_\_\_\_\_\_\text{EingabeWort}\_\_\_\_\_\_\_\_\$_R}}_{c \cdot |w|, c \in \mathbb{N}}$

In beiden Fällen besitzen die LBA die gleiche Mächtigkeit, wir können also linear viel Platz annehmen. Daher auch ‚Linear-Beschränkte Automaten'.

Satz von Kuroda

Theorem 1.14
Eine Sprache $\mathcal{L} \subseteq \Sigma^*$ wird genau dann von einem LBA akzeptiert, wenn sie kontextsensitiv ist.

Beweis: Später an der Tafel.

Bemerkung 1.15
Die Konstruktion ist analog, wenn wir die Länge-erhaltende Eigenschaft der Grammatik und die Längen-Beschränktheit bei der Turing-Maschine fallen lassen.

Korollar 1.16
Die NTM-akzeptierten Sprachen sind genau die rekursiv aufzählbaren Sprachen.

Kapitel 1.4 – Determinismus

Fragen

Akzeptieren nicht-deterministische TMs die gleiche Sprache wie deterministische TMs?

Wie ist das bei linear-beschränkten Automaten?

Fragen von Kuroda

1. Sind die durch deterministische LBAs (DLBAs) akzeptierten Sprachen genau die Sprachen welche von den nicht-deterministischen LBAs (NLBAs) akzeptiert werden?

Die Frage ist noch offen!

2. Sind die NLBA-Sprachen unter Komplement abgeschlossen?

Wir beweisen später, dass das tatsächlich der Fall ist.

Wir schauen uns zunächst unbeschränkte Automaten an.

Determinismus

Theorem 1.17
Eine Sprache $\mathcal{L}$ wird von einer NTM M_1 akzeptiert gdw. $\mathcal{L}$ von einer DTM M_2 akzeptiert wird.

Beweis: Gleich an der Tafel.

Bemerkung 1.19
Diese Konstruktion klappt nicht für LBAs. Weil die Sequenzen $s \in \{1, \ldots, r\}^*$ sehr lang werden können, wird die lineare Beschränktheit der LBAs möglicherweise verletzt.

Nächstes Mal