

Range-Queries Kd-Trees

Beweis

Th. 2.17:

Betrachte ein Rechteck R . Dieses Rechteck:

a) beinhaltet c vollst. Regionen mit k_i vielen Punkten

b) schneidet m Regionen

Für Teil a) ist die Laufzeit

$$O\left(\sum_{i=1}^c k_i\right) = O(k)$$

Teil b) ist etwas komplizierter. Wir zeigen:

Jede Seite von R kann nur $O(\sqrt{n})$ Regionen schneiden. Damit schneidet R insgesamt $O(\sqrt{n})$ Regionen.

O.B.d.A. betrachte die linke Seite L von R , sowie eine aufteilende, ^{vertikale} Linie l mit $l \cap R \neq \emptyset$.

L kann nur auf einer Seite von l liegen.

Damit bleiben nur zwei von vier nächsten, vertikalen Linien l', l'' übrig,

auf die wir testen müssen

An l' bzw. l'' hängen nur je

$\frac{n}{4}$ aller Knoten, sodass wir

folgende Rekursionsgleichung erhalten

$$T(n) = 2 \cdot T\left(\frac{n}{4}\right) + O(1)$$

$\Rightarrow T(n) \in O(\sqrt{n}) \Rightarrow \text{Theorem gilt}$

□

