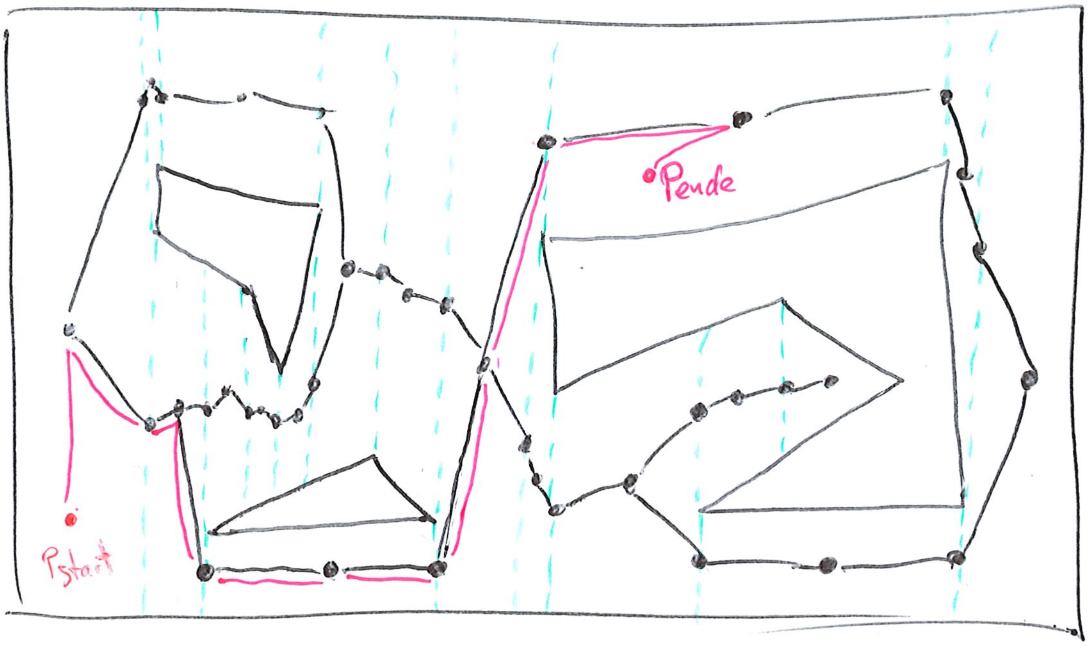
EAG-Übung

a) ~~Rod~~ Roadmap bestimmen

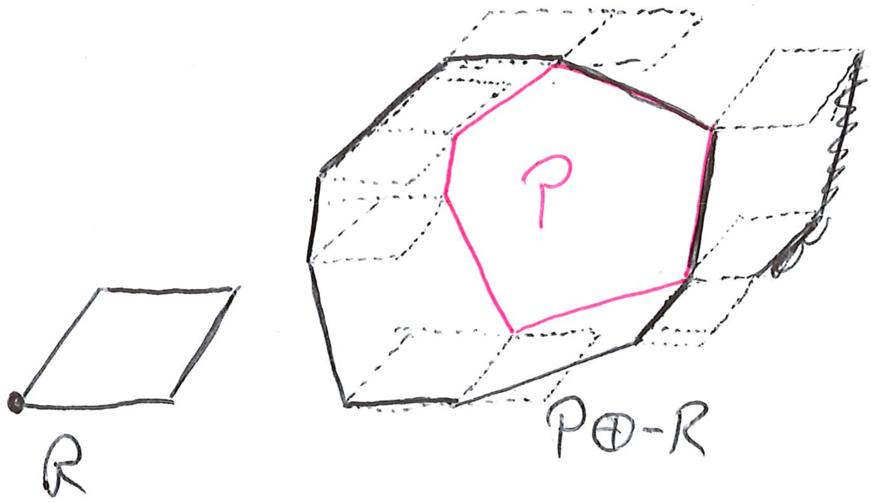
b) Minkowski-Summe Beispiel

c) Beweis Aufgabe

a)



b)



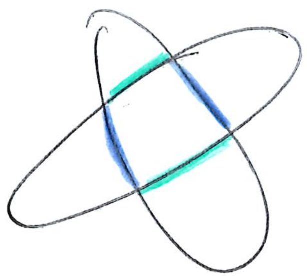
c)

Lemma:

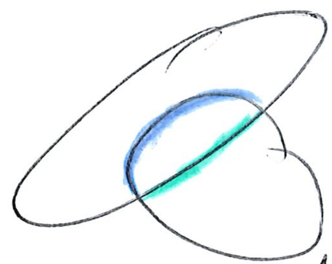
Seien P_1, P_2 disjunkte Polygone und konvex, sowie R ein konvexer Roboter. Dann gilt

$$\partial CP_1 \cap \mathrm{int}(CP_2) \text{ ~~oder~~ und } \partial CP_2 \cap \mathrm{int}(CP_1)$$

ist zusammenhängend.



nicht zusammenhängend

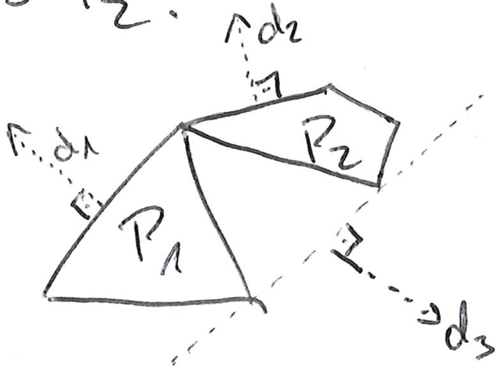


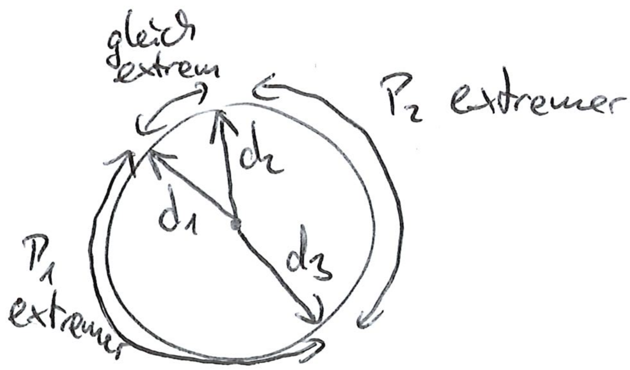
zusammenhängend.

∂P beschreibt die Begrenzung von P
int(P) das Innere von P.

Beobachtung:

Gibt es zwei Richtungen d_1, d_2 in welche P_1 mehr extrem ist als P_2, dann ist P_1 in alle Richtungen d_1 bis d_2 oder d_2 bis d_1 mehr extrem als P_2.

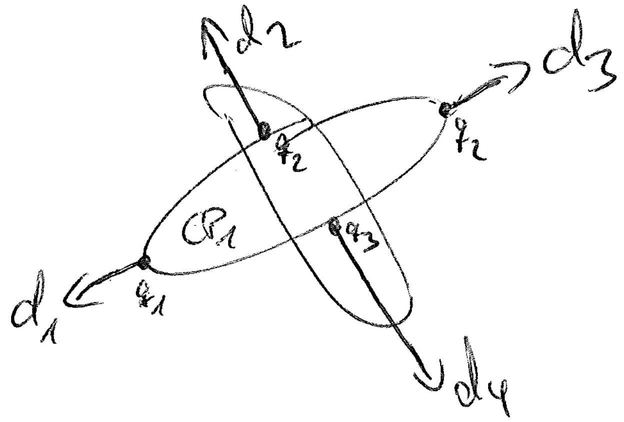




Annahme $\partial CP_1 \cap int(CP_2)$ ist nicht zusammenhängend.

Dann müssen vier Richtungen ~~existier~~ $d_1, \dots, d_4$ existieren, sodass

- CP_1 ist extremer als CP_2 in Richtungen d_1, d_3
- CP_2 ist extremer als CP_1 in Richtungen d_2, d_4
- d_2 liegt zwischen d_1, d_3
- d_4 liegt zwischen d_3, d_1



Seien q_i die Extrempunkte von CP_1 in Richtung d_i

Da $q_1, q_3 \notin int(CP_2)$ muss P_1 ~~d~~ in d_1, d_3 mehr extrem sein.

Da aber $q_2, q_4 \in int(CP_2)$ muss P_2 mehr extrem sein in d_2, d_4 als P_1.

Nach Beobachtung kann dann P_1 und P_2 nicht disjunkt sein! $\square$

$\Rightarrow$ Die Minkowski-Summen schneiden sich in maximal 2 Punkten.