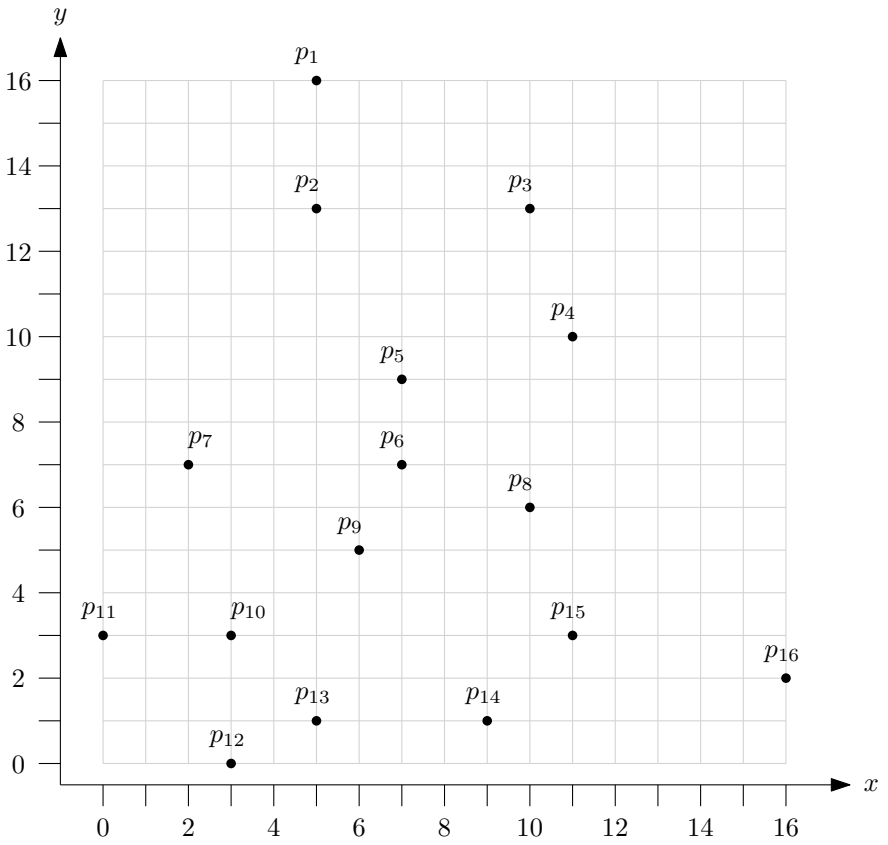
Einführung in Algorithmische Geometrie **Sommer 2025**
Dr. Arne Schmidt **Abgabe:** 15.05.2025
Kai Kobbe **Besprechung:** 22.05.2025

Übungsblatt 1

Abgabe der Lösungen bis zum 15.05.2025 um 13:15 Uhr in der Vorlesung oder in den Hausaufgabenkasten der Algorithmik.

Pflichtaufgabe 1 (Quadtrees): **(4+4 Punkte)**
Betrachte folgende Punktmenge P.

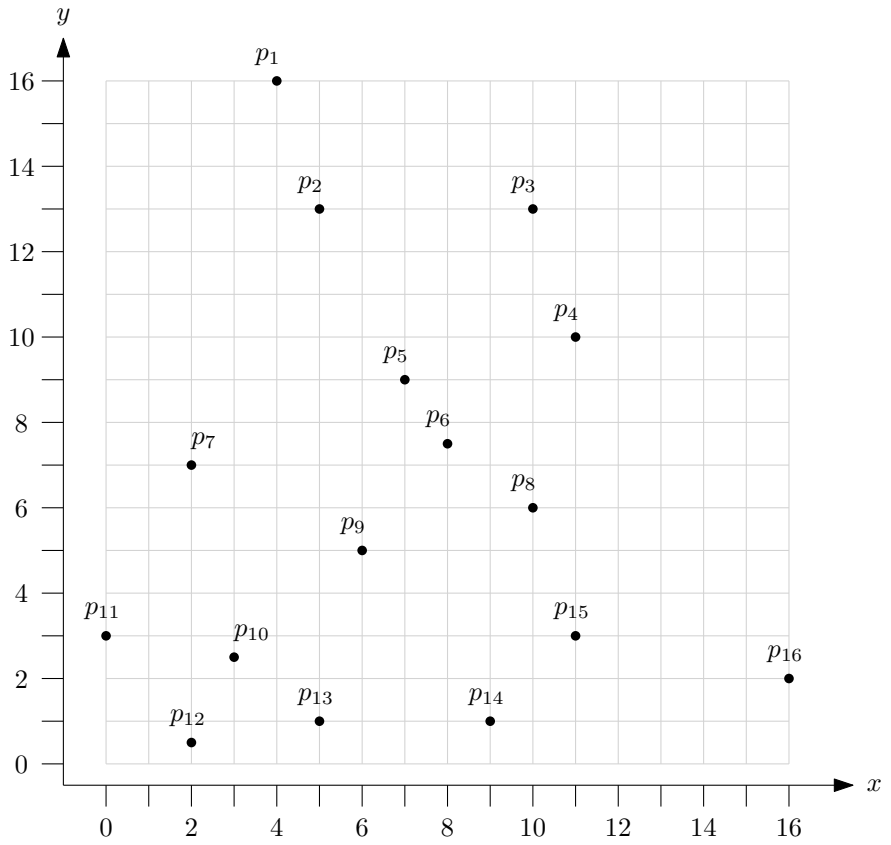


a) Zeichne den zu P gehörigen Quadtree und gib den hierarchischen Baum an. Liegt zu einem Zeitpunkt ein Punkt auf einer horizontalen (vertikalen) Linie, gehört dieser zum Bereich darunter (links) von der Linie.

b) Führe eine Range-Query mit dem Rechteck $R := [2, 6] \times [6, 14]$ aus. Zeichne den Suchbaum äquivalent zum Quadtree auf und markiere dabei, welche Kinder eines Knotens nicht weiter betrachtet werden. Gib anschließend alle Punkte an, die in R liegen.

Pflichtaufgabe 2 (kD-Tree): **(4+4 Punkte)**

Betrachte folgende Punktmenge P.



a) Zeichne den zu P gehörigen kD-Tree. Beschrifte dabei die trennenden Linien und gibt den zugehörigen Suchbaum an. Ein Punkt auf einer horizontalen (vertikalen) Linie gehört zum Bereich darunter (links) von der Linie.

b) Führe eine Range-Query mit dem Rechteck $R := [4, 11] \times [4, 11]$ aus. Zeichne den Suchbaum auf und markiere dabei, welche Kinder eines Knotens nicht weiter betrachtet werden. Gib anschließend alle Punkte an, die in R liegen.

Pflichtaufgabe 3 (Laufzeit kD-Trees): **(4 Punkte)**

Wir haben gezeigt, dass Range-Queries in kD-Trees in Zeit $O(\sqrt{n} + k)$ Zeit gelöst werden kann.

Zeige, dass die Range-Query im Worst-Case $\Omega(\sqrt{n})$ mit $k \notin \Omega(\sqrt{n})$ Zeit benötigt. Gib dazu eine Familie an Punktmengen mit n Punkten an, sodass für mind. ein Rechteck $\Omega(\sqrt{n})$ Knoten im Suchbaum betrachtet werden müssen.