

VL 9 - Notizen

Beweis φ erfüllbar $\Leftrightarrow G_\varphi$ besitzt VC der Größe $n+2m$

" $\Rightarrow$ ": Klar; Wähle das VC entsprechend einer erfüllenden Belegung. Da ^{bei} jedem Dreieck der Klauselgadget wird eine Kante durch Variablen Gadget abgedeckt wird, reichen uns hier je 2 Knoten für das VC.
 $\Rightarrow n+2m$ Knoten genügen.

" $\Leftarrow$ ": Annahme φ ist nicht erfüllbar.

Durch Konstruktion benötigt G_φ mindestens $n+2m$ Knoten im VC:

- 1 für jedes Variablen gadget
- 2 für jedes Klausel gadget.

~~Be~~ Dementsprechend können wir in keinem Var. gadget 2 Knoten ~~oder~~ ^{und} in keinem Kl. gadget 3 Knoten für das VC benutzen. D.h. eine Knoten-Wahl mit dieser Bedingung ~~ist ein~~ entspricht einer Variablenbelegung.

Da φ nicht erfüllbar, muss es ein ~~Dreieck~~ Klauselgadget K geben, dessen drei eingehenden Kanten nicht abgedeckt sind. Da wir nur 2 Knoten im VC für K nutzen können, können nicht alle 3 Kanten abgedeckt werden $\Rightarrow$ kein VC der Größe $n+2m$ $\square$