

## VL 10 - Notizen

### 2-approx für ETSP

Idee: 1. Erstelle einen eulerschen Graphen (zshgd + gerade Knotengrade), der nicht viel länger als eine opt. Tour ist.

2. Wie teuer ist es überhaupt, alle Knoten untereinander zu verbinden?

Zu 2.

Wähle Kantenmenge  $E$ , sodass  $E$  einen Baum aufspannt (zshgd + kreisfrei) und  $\sum_{e \in E} c_e$  minimal.

Ein solcher Baum wird als Minimum Spanning Tree (MST) genannt.

Theorem: Sei  $C$  der Wert eines MSTs und  $T$  der Wert einer TSP-Tour. Dann gilt  $C \leq T$

Beweis:

~~Da~~ Jede Tour minus eine Kante ist ein Baum.  
Dieser ist mindestens so teuer wie  $C$ .  $\square$

Zu 1. Können wir einen MST nutzen, um eine Tour zu bauen? Können wir ihn eulersch ~~zu~~ erweitern?

Ja! Verdopple je Kante!

⇒ Kosten verdoppeln sich und es existiert eine Tour.

⇒  $\text{Tour} \leq 2 \cdot \text{OPT-Tour}$

Verbesserung: Verbindet man die ungeraden Knoten des MST mit einem günstigen Matching, reduziert sich der Faktor auf 1,5.

Sowohl ein MST, als auch ein Matching kann in polynomieller Zeit gefunden werden.

Für MST existieren sogar Greedy-Algorithmen:

- Sortiere Kanten nach Gewicht
- Füge Kante ein, wenn sie keinen Kreis schließt
- sonst: ~~nimm~~ fahre mit nächster Kante fort.