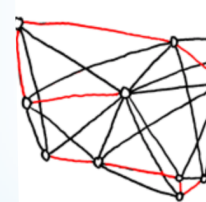

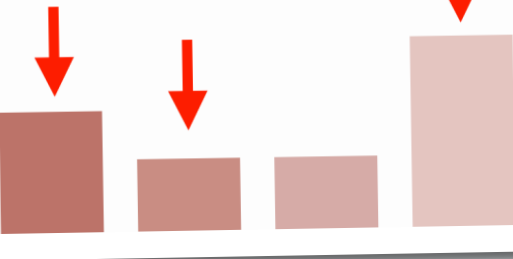


<p>BRUTE-FORCE SOLUTION: $O(n!)$</p> 	<p>DYNAMIC PROGRAMMING ALGORITHMS: $O(n^2 2^n)$</p> 	<p>Algorithmus 4.3 Greedy: Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$ Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ $G_0 = \max_{S \subseteq \{1, \dots, n\}} \{G(S)\}$ return G_0</p>	
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------

4 Approximation

*Algorithmen und Datenstrukturen 2
Sommer 2023*

Prof. Dr. Sándor Fekete

4.1 Motivation

Optimierungsprobleme

Optimierungsprobleme

1	2	3	4	5	6
20	32	40	8	16	4
3	3	10	5	2	4
	8	32	11	12	13
	5	5	28	20	16
7	40	9	3	9	24
32	9	8	14	16	10
2	2	20	3	4	
		3	15	16	
			40	24	
			10	4	

Kann Knut die Klausur bestehen?

Optimierungsprobleme

0-1 Knapsack

Nummer	Minuten	Punkte
1	20	3
2	32	3
3	40	10
4	8	5
5	16	2
6	4	4
7	32	2
8	40	9
9	9	8
10	32	5
11	28	3
12	20	9
13	16	16
14	20	3
15	40	10
16	24	4
17	4	10

Kann Knut die Klausur bestehen?

Optimierungsprobleme

0-1 Knapsack

Nummer	Minuten	Punkte
1	20	3
2	32	3
3	40	10
4	8	5
5	16	2
6	4	4
7	32	2
8	40	9
9	9	8
10	32	5
11	28	3
12	20	9
13	16	16
14	20	3
15	40	10
16	24	4

Kann Knut die Klausur bestehen?

Max

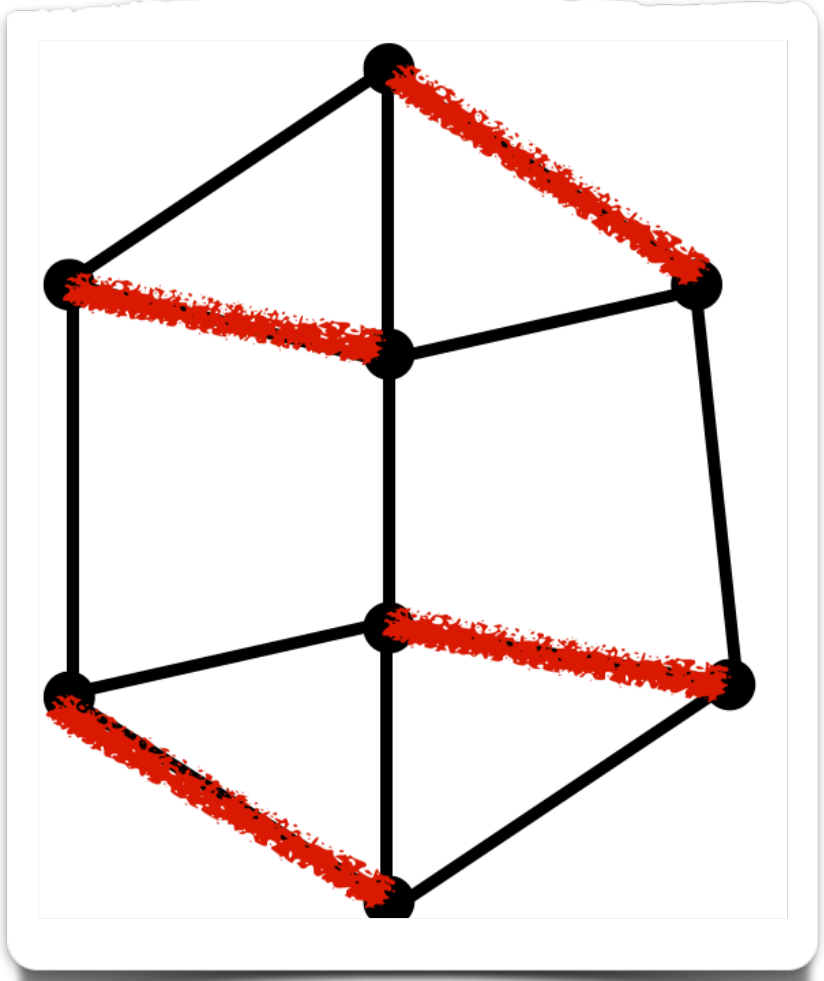
Optimierungsprobleme

0-1 Knapsack

1	2	3	4	5	6
20	32	40	8	16	4
3	3	10	5	2	4
8	10	32	11	12	13
40	5	28	20	16	16
9	9	3	9	24	10
32	8	14	15	4	
2	2	20	40		
		3	10		

Kann Knut die Klausur bestehen?

Max



Optimierungsprobleme

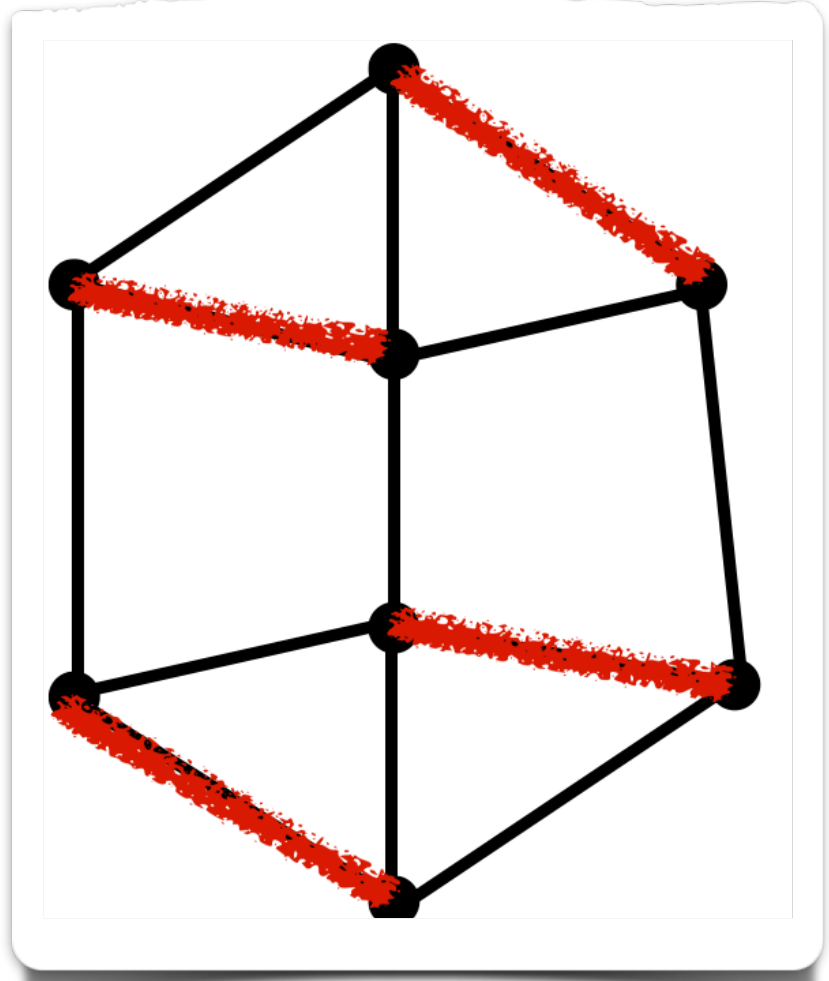
0-1 Knapsack

1	2	3	4	5	6
20	32	40	8	16	4
3	3	10	5	2	4
8	10	32	11	12	13
40	5	5	28	20	16
9	9	14	3	9	24
32	8	20	15	16	4
2	2	3	40	10	10

Kann Knut die Klausur bestehen?

Max

Matching



Optimierungsprobleme

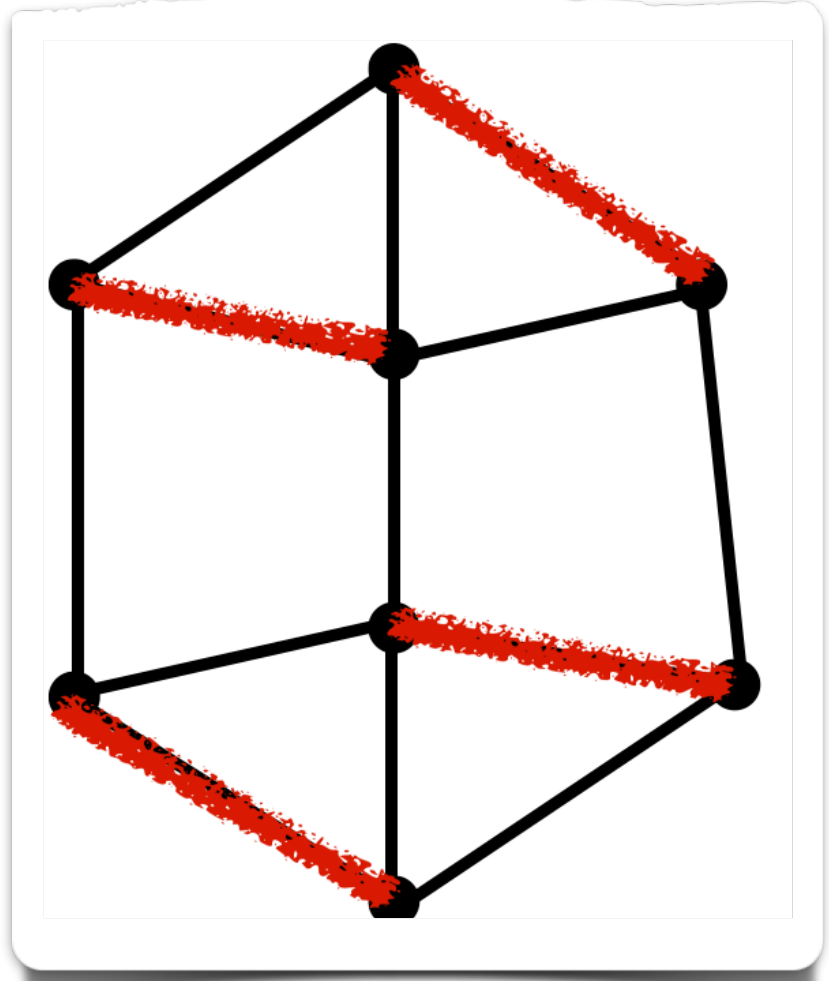
0-1 Knapsack

1	2	3	4	5	6
20	32	40	8	16	4
3	3	10	5	2	4
3	10	32	11	12	13
8	5	28	20	16	16
40	9	3	9	24	10
32	8	14	15	4	
2	2	20	40		
		3	10		

Kann Knut die Klausur bestehen?

Max

Matching



Max

Optimierungsprobleme

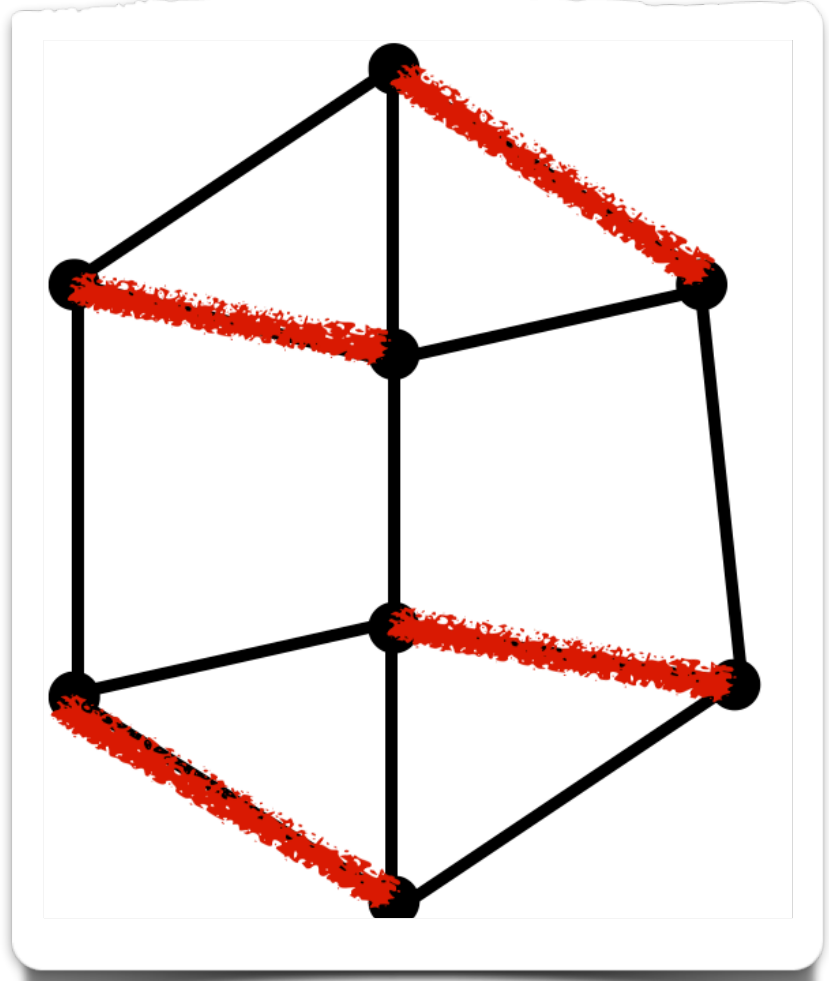
0-1 Knapsack

1	2	3	4	5	6
20	32	40	8	16	4
3	3	10	5	2	4
8	10	32	11	12	13
40	5	5	28	20	16
9	9	14	3	9	24
32	8	20	15	16	4
2	2	3	40	10	10

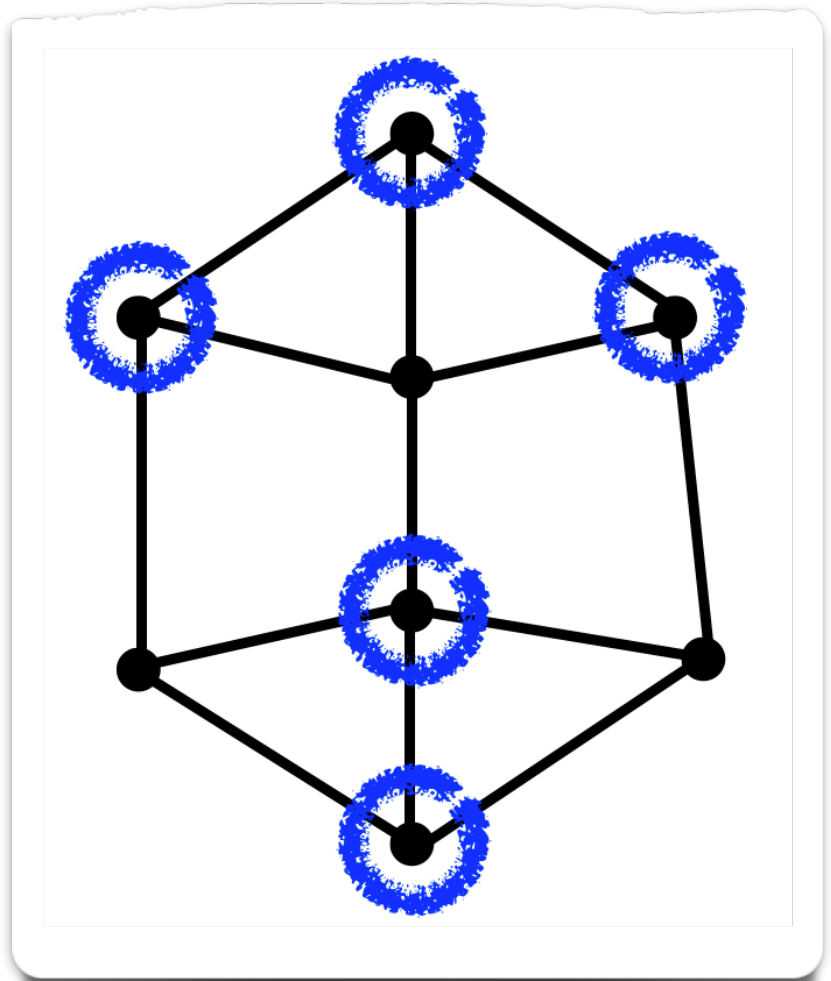
Kann Knut die Klausur bestehen?

Max

Matching



Max



Optimierungsprobleme

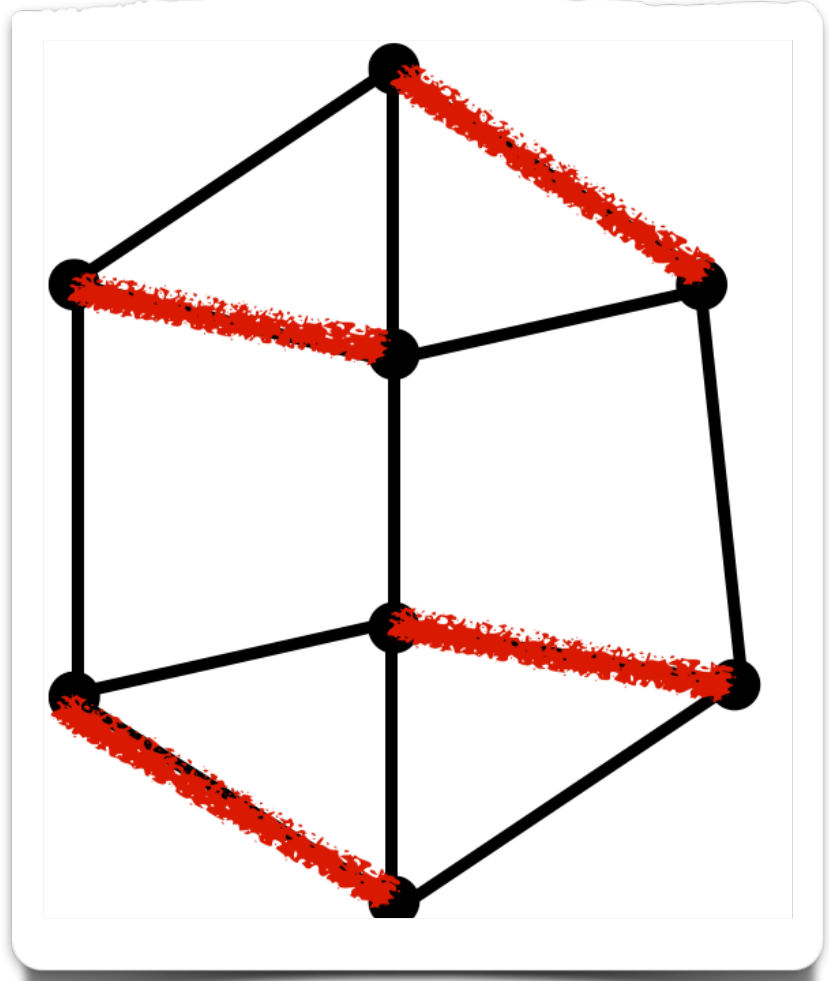
0-1 Knapsack

Nummer	Minuten	Punkte
1	20	3
2	32	3
3	40	10
4	8	5
5	16	2
6	4	4
7	32	2
8	40	9
9	9	8
10	5	14
11	28	3
12	20	9
13	16	16
14	24	4
15	40	10

Kann Knut die Klausur bestehen?

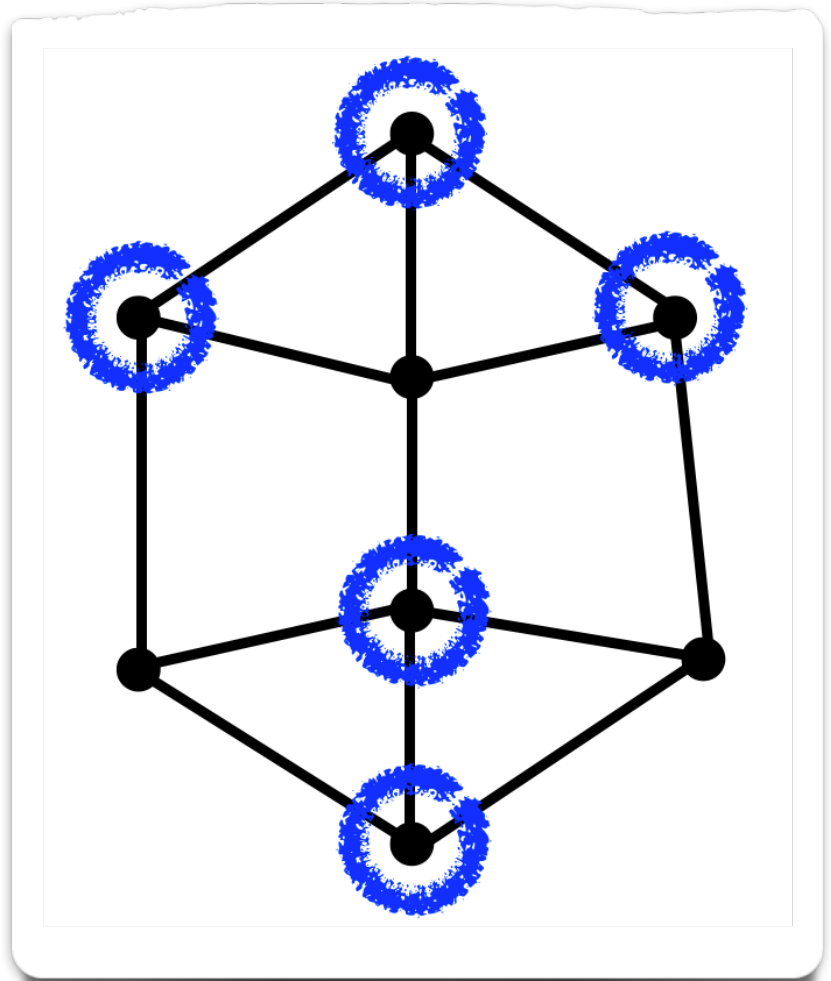
Max

Matching



Max

Vertex Cover



Optimierungsprobleme

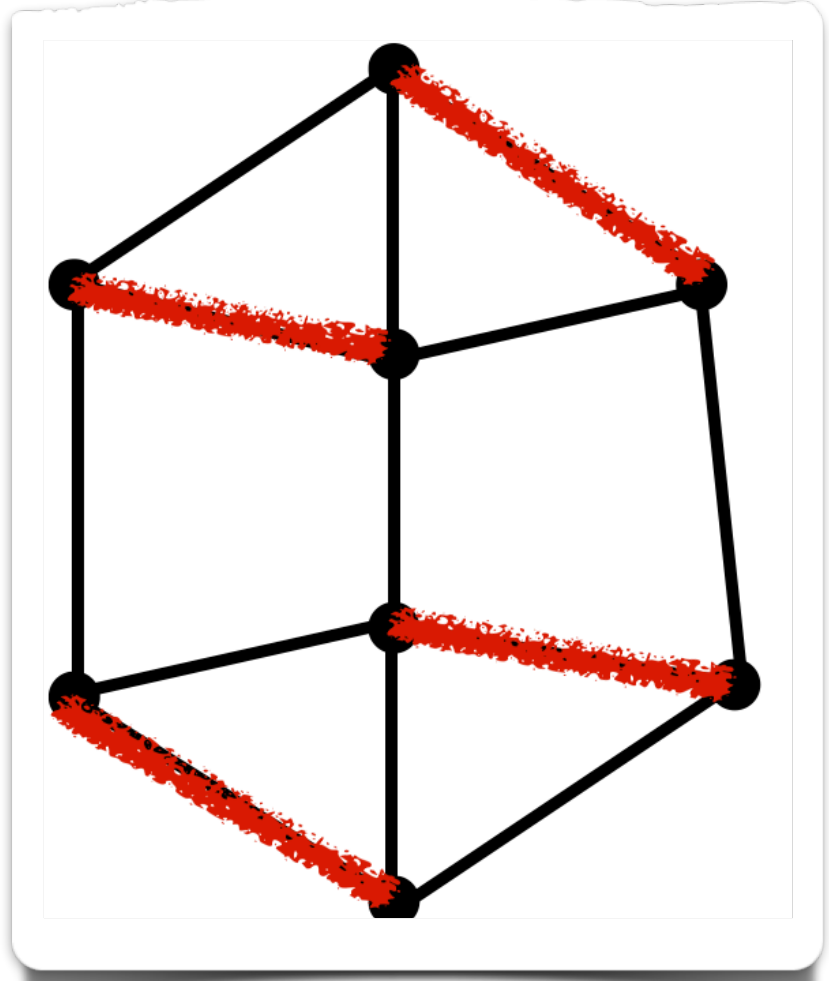
0-1 Knapsack

Nummer	Minuten	Punkte
1	20	3
2	32	3
3	40	10
4	8	5
5	16	2
6	4	4
7	32	2
8	40	9
9	9	8
10	5	14
11	28	3
12	20	9
13	16	16
14	24	4
15	40	10

Kann Knut die Klausur bestehen?

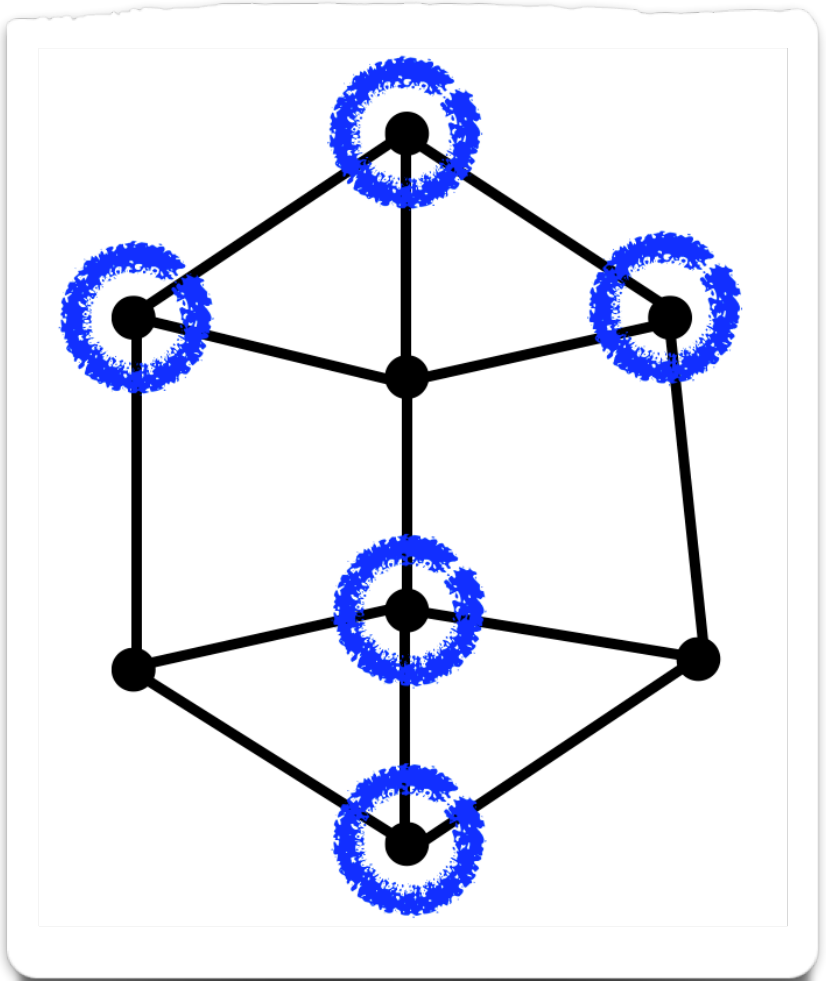
Max

Matching



Max

Vertex Cover



Min

Optimierungsprobleme

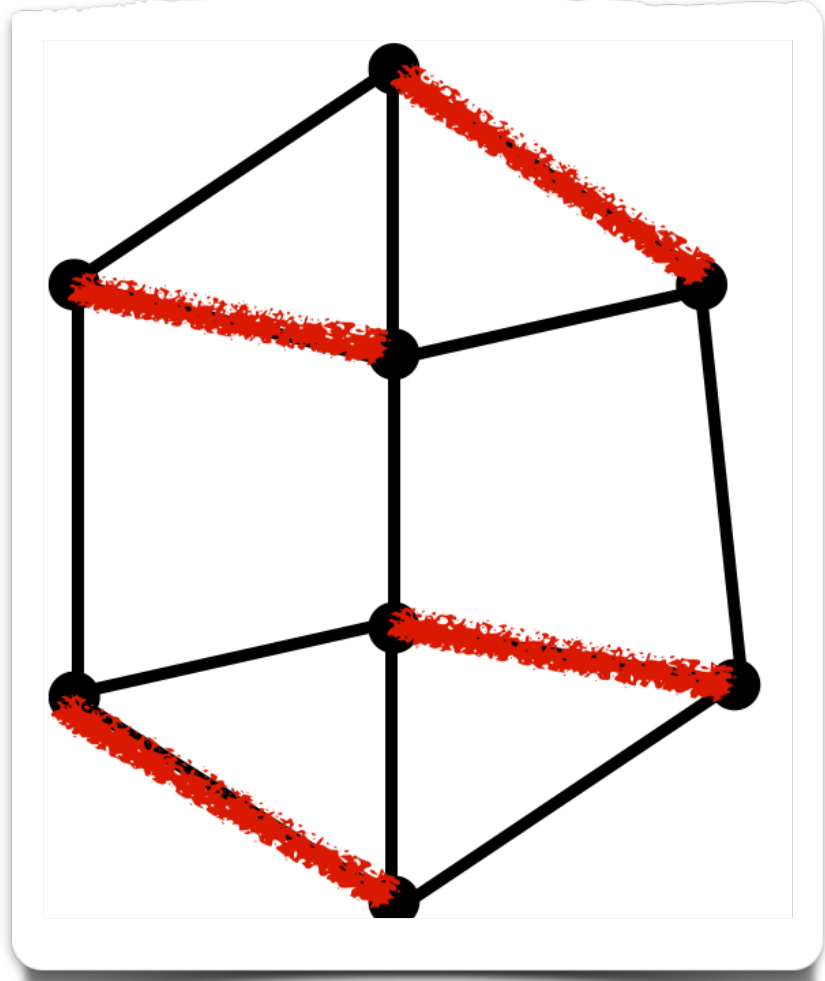
0-1 Knapsack

1	2	3	4	5	6
20	32	40	8	16	4
3	3	10	5	2	4
8	10	32	11	12	13
40	5	28	3	20	16
9	9	3	15	9	24
32	8	14	40	16	4
2	2	20	10	4	10

Kann Knut die Klausur bestehen?

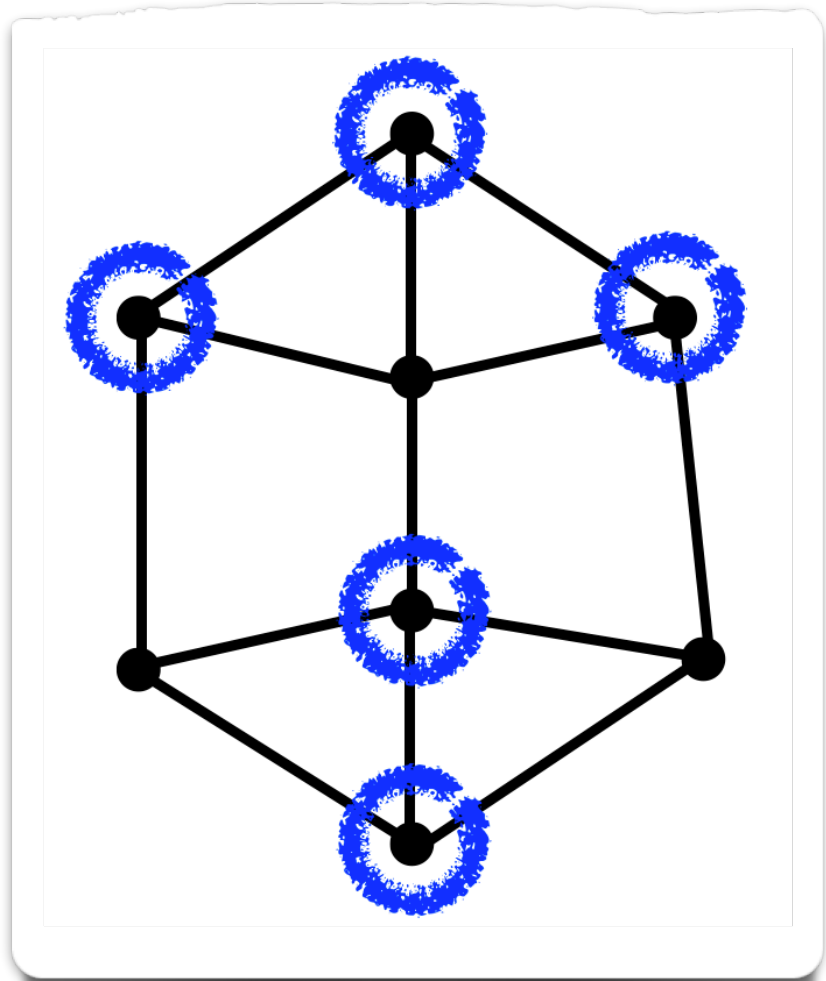
Max

Matching

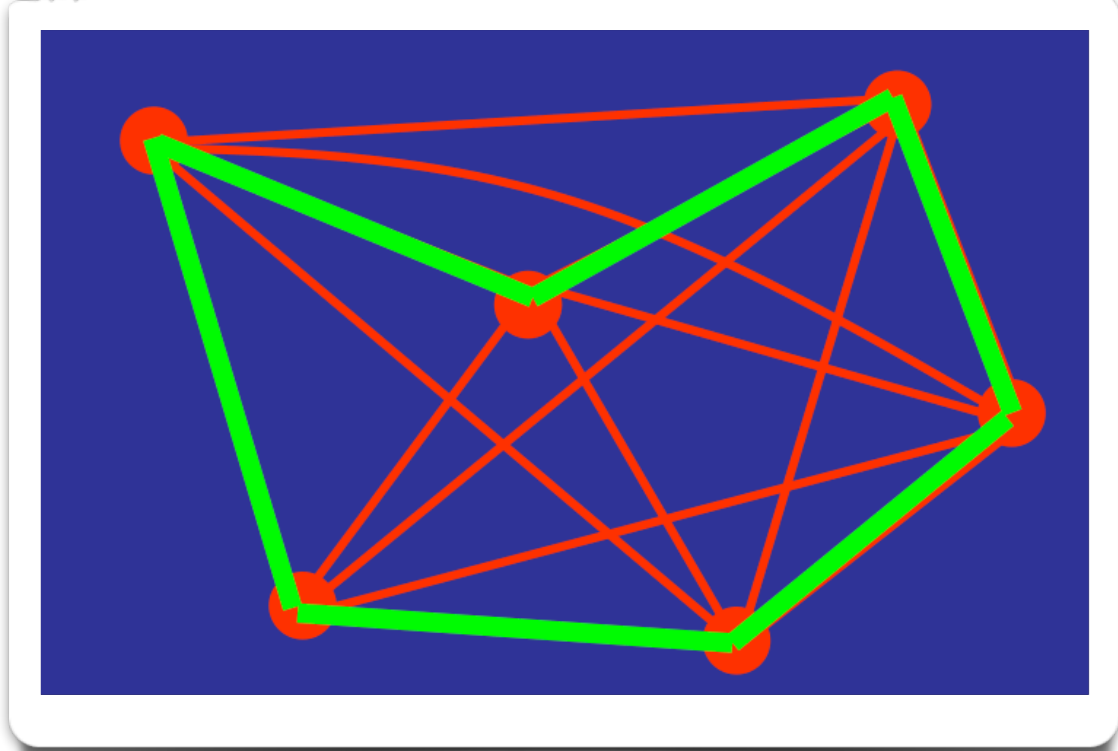


Max

Vertex Cover



Min



Optimierungsprobleme

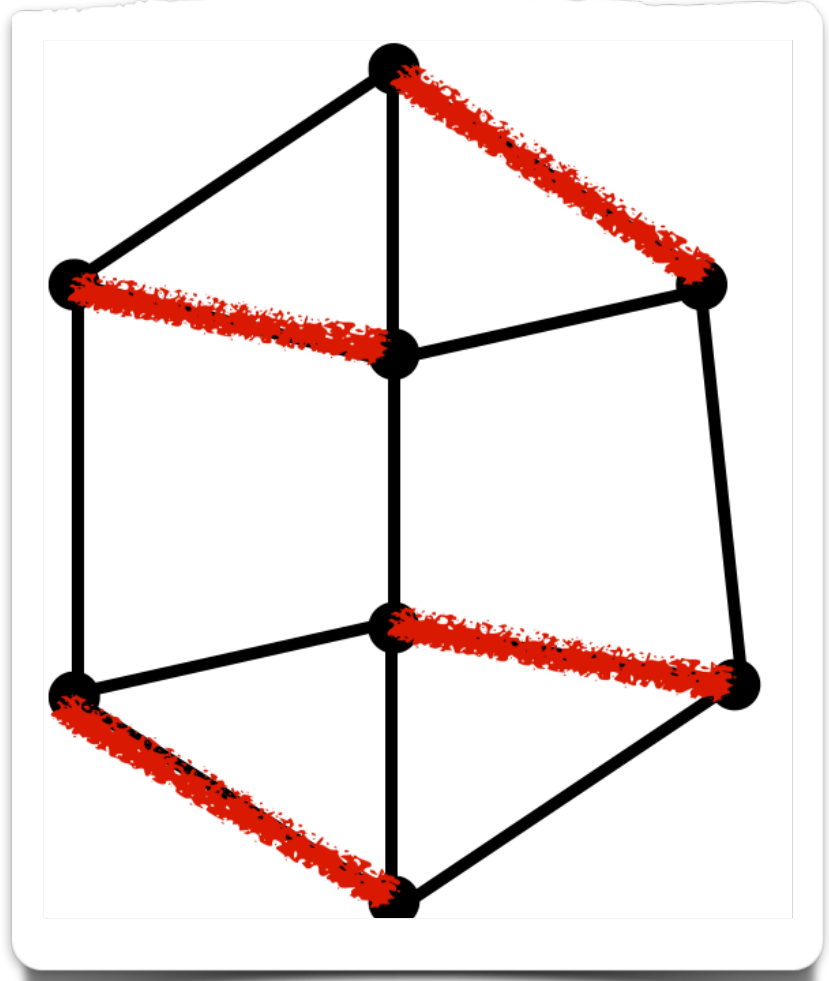
0-1 Knapsack

1	2	3	4	5	6
20	32	40	8	16	4
3	3	10	5	2	4
8	10	32	11	12	13
40	5	28	20	16	16
9	9	3	9	24	10
32	8	14	15	4	
2	2	20	40		
		3	10		

Kann Knut die Klausur bestehen?

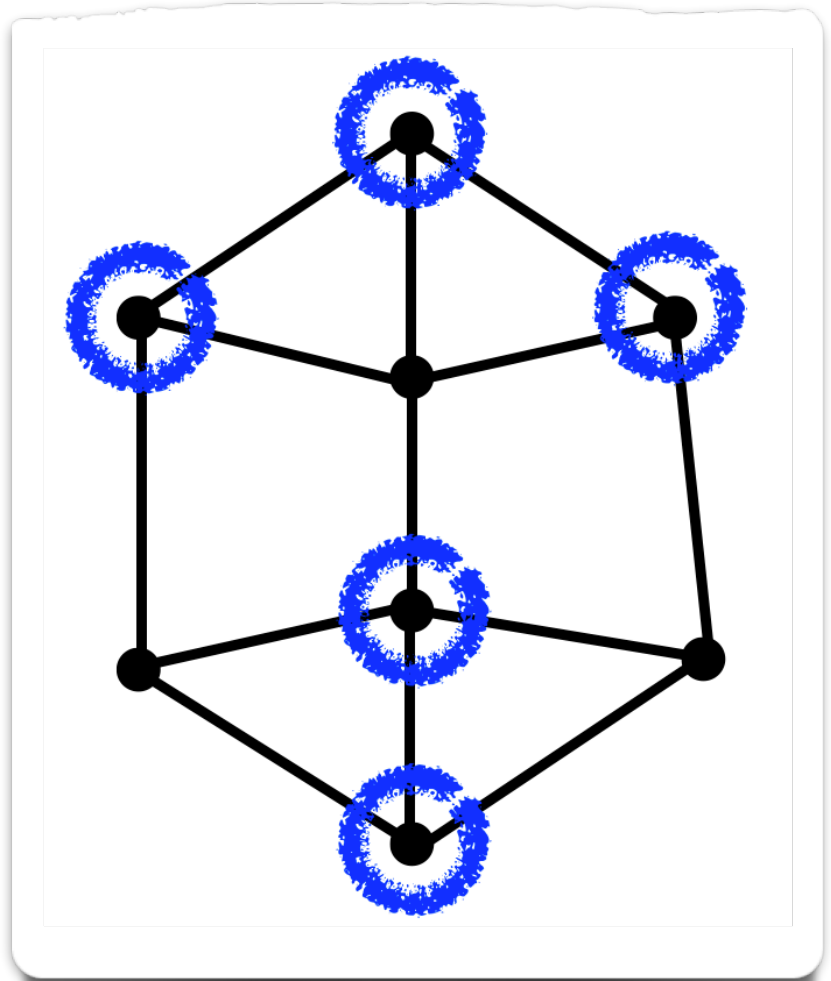
Max

Matching



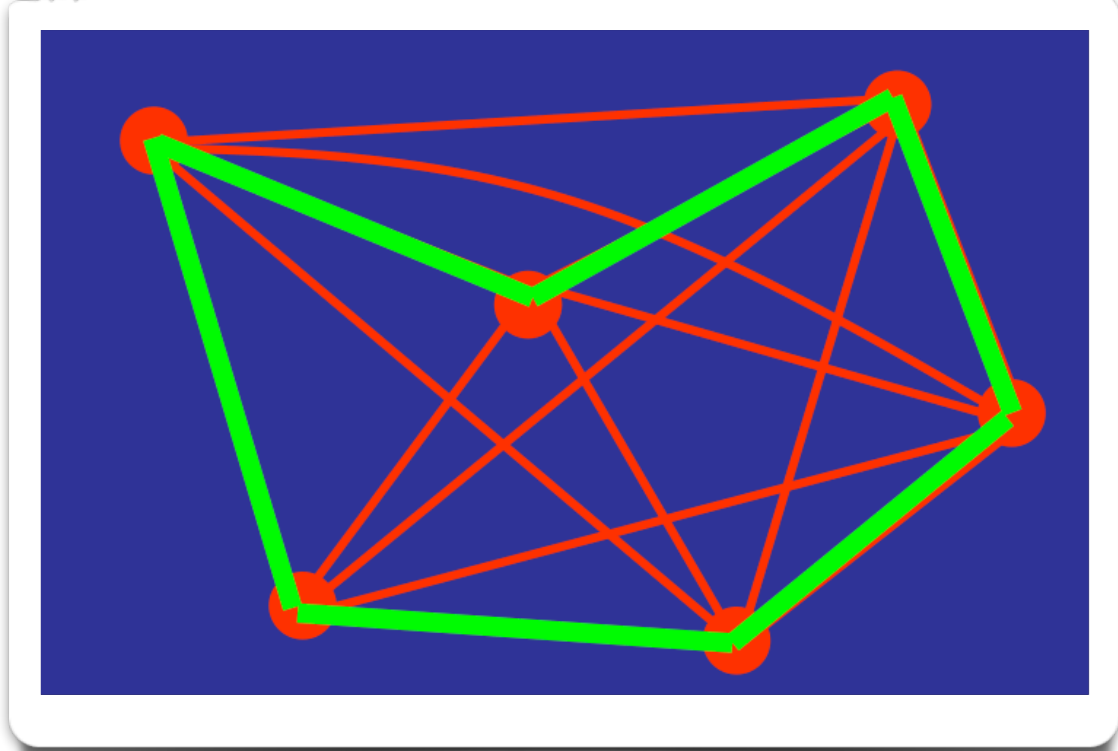
Max

Vertex Cover



Min

Traveling Salesman



Optimierungsprobleme

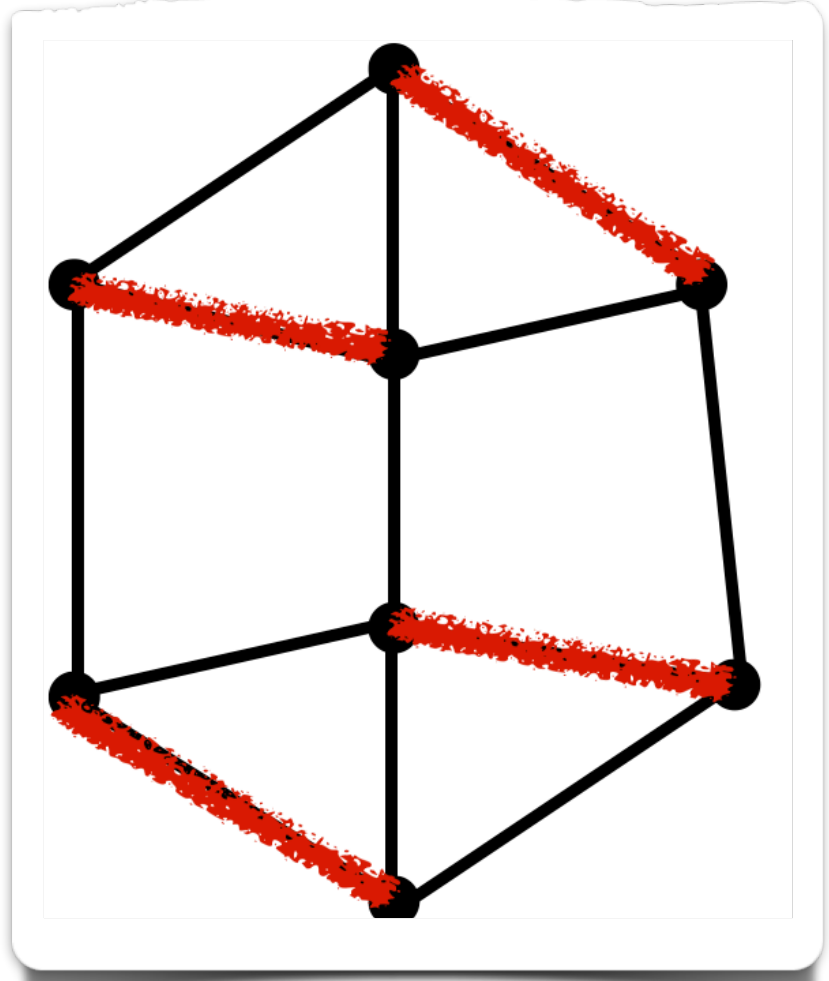
0-1 Knapsack

1	2	3	4	5	6
20	32	40	8	16	4
3	3	10	5	2	4
8	10	32	11	12	13
40	5	28	20	9	16
9	9	3	9	16	24
32	8	14	15	4	10
2	2	20	40		
		3	10		

Kann Knut die Klausur bestehen?

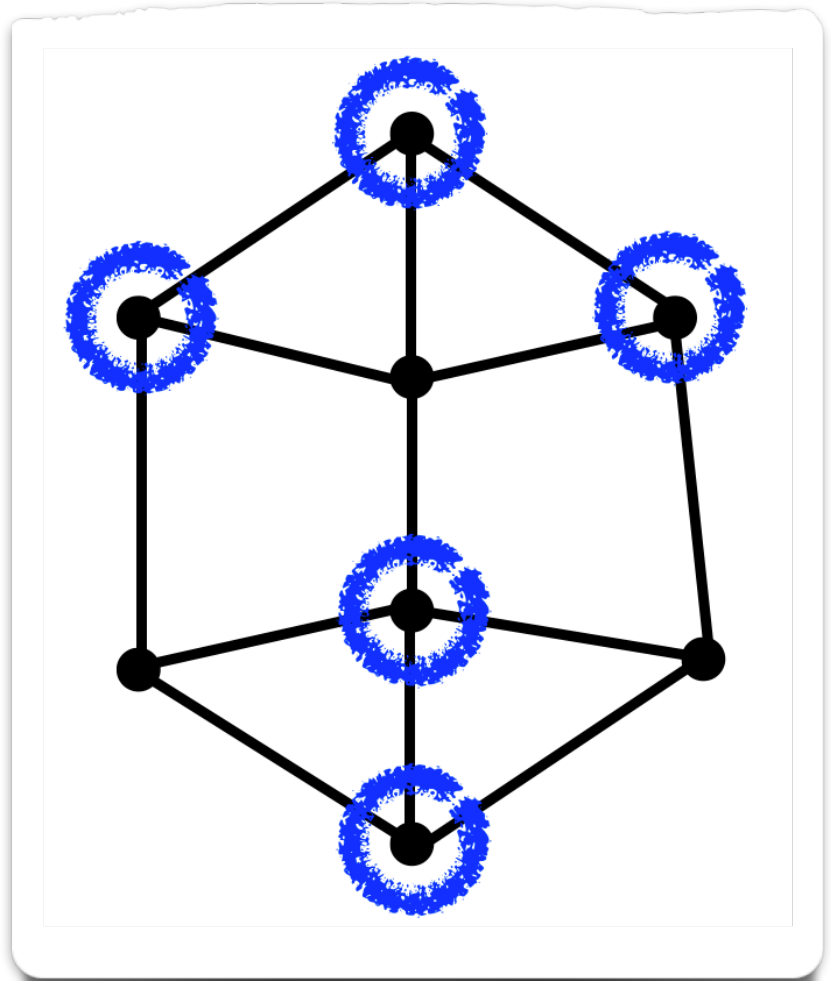
Max

Matching



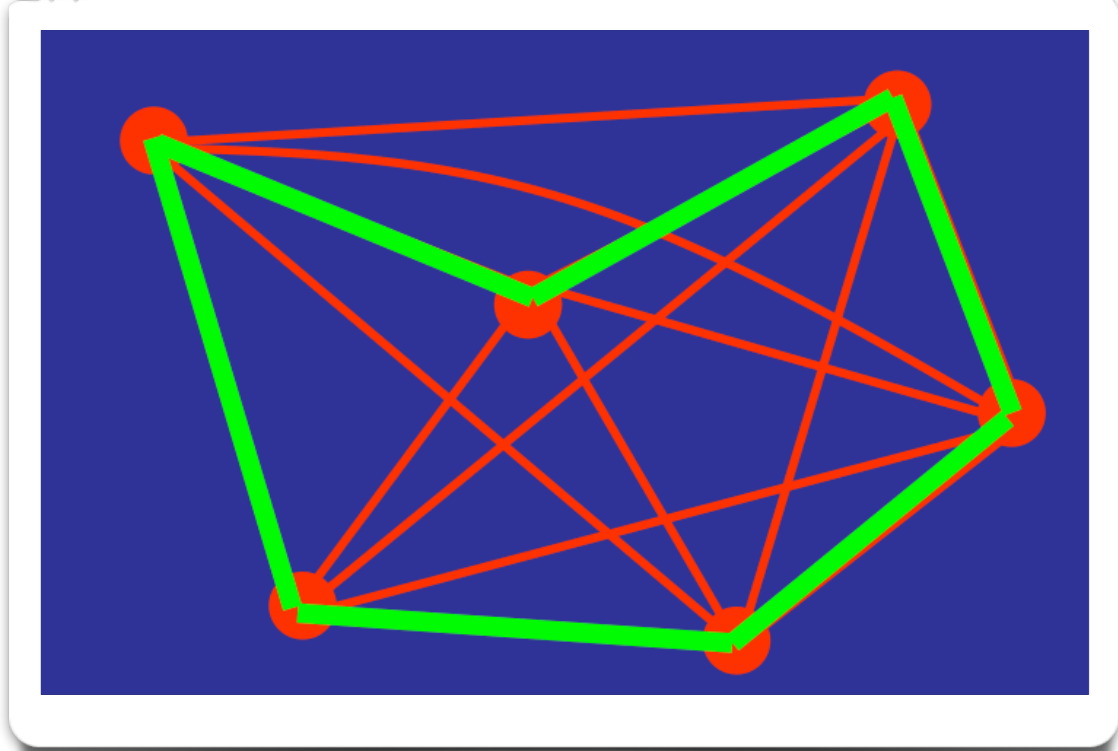
Max

Vertex Cover



Min

Traveling Salesman



Min

Optimierungsprobleme

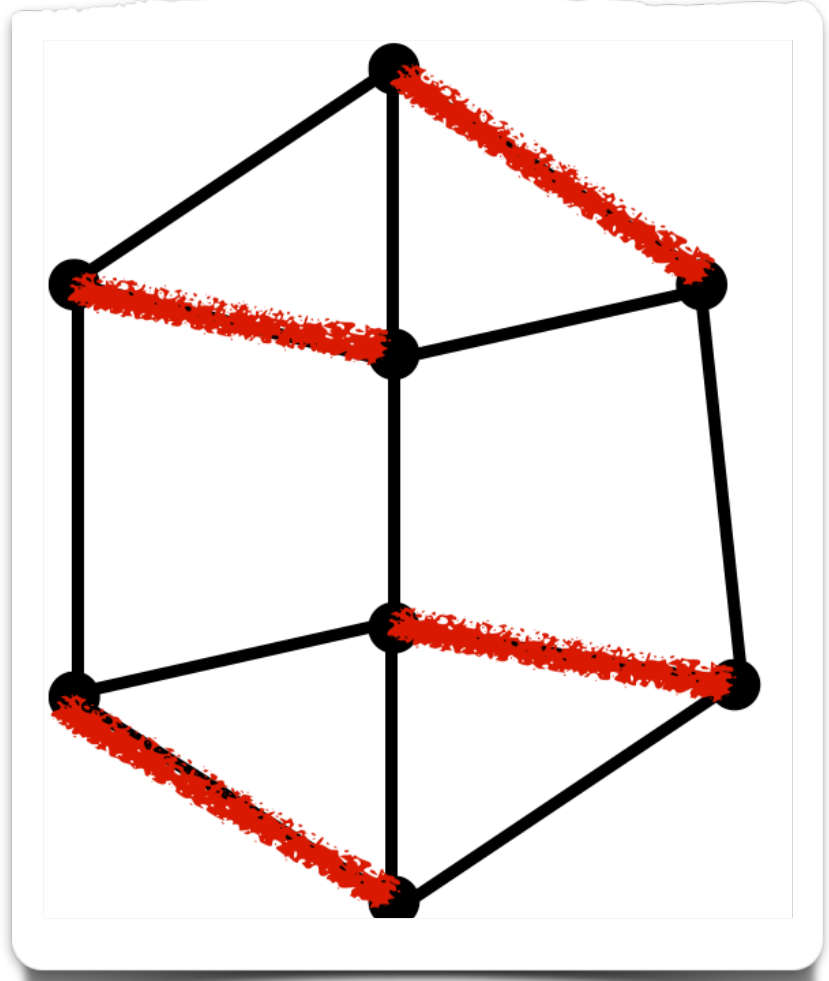
0-1 Knapsack

1	2	3	4	5	6
20	32	40	8	16	4
3	3	10	5	2	4
8	10	32	11	12	13
40	5	28	20	9	16
9	9	3	9	16	24
32	8	14	15	4	10
2	2	20	40		
		3	10		

Kann Knut die Klausur bestehen?

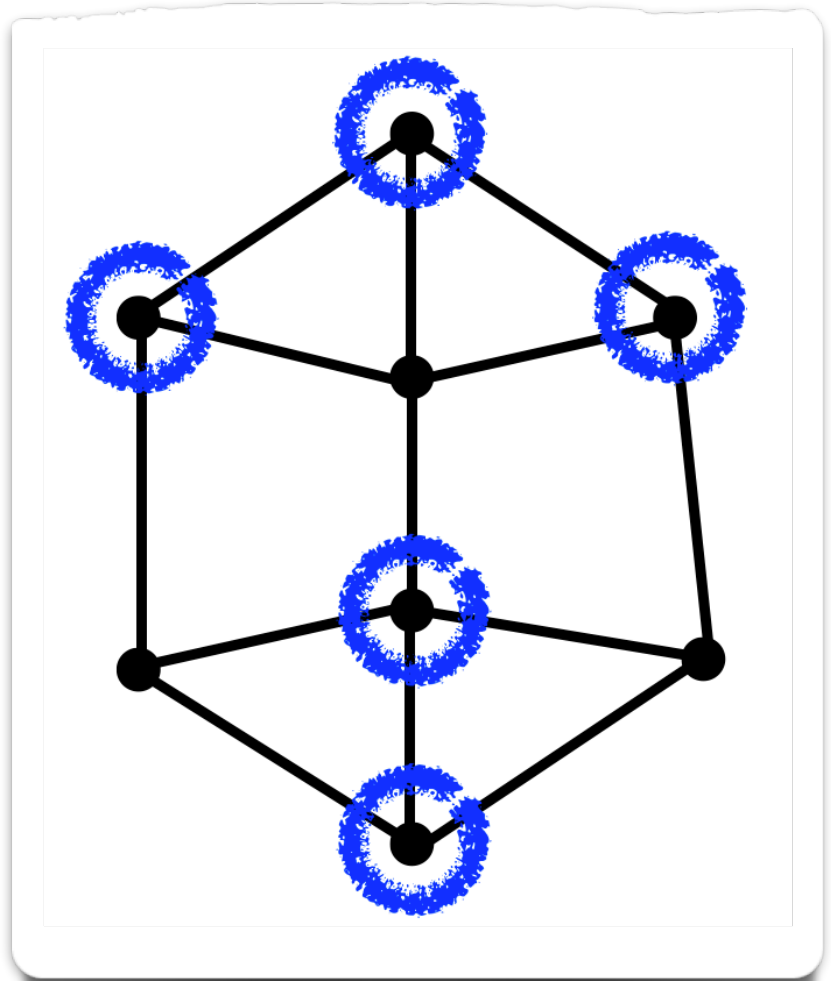
Max

Matching



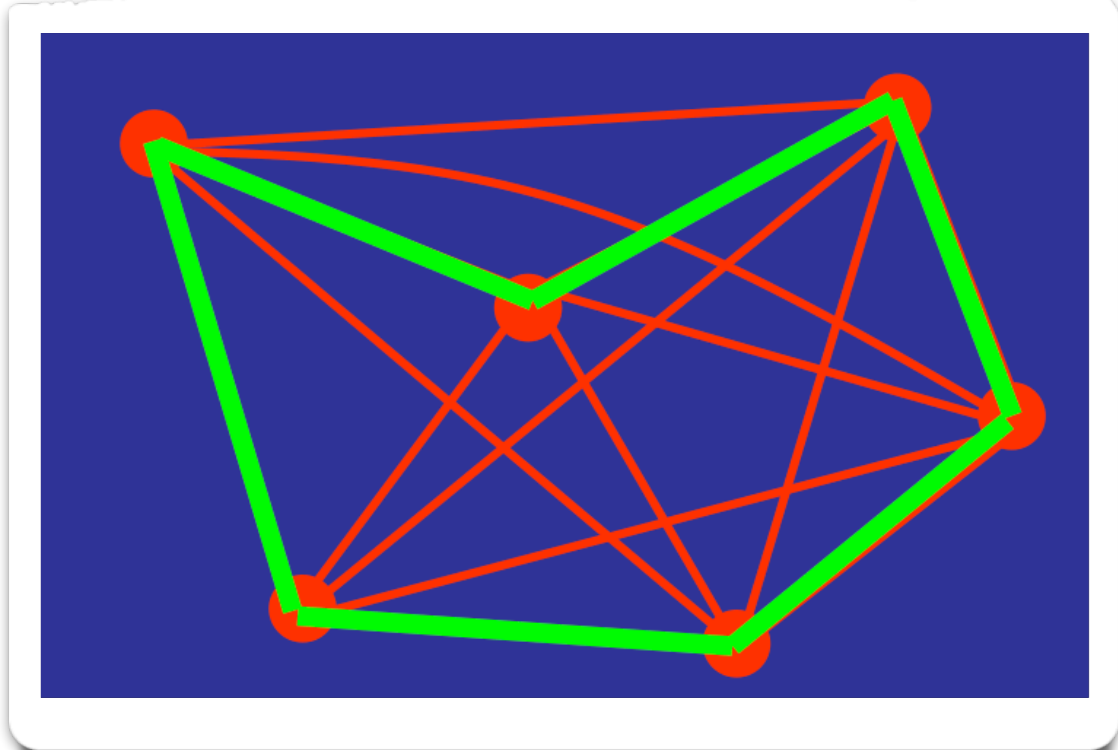
Max

Vertex Cover



Min

Traveling Salesman



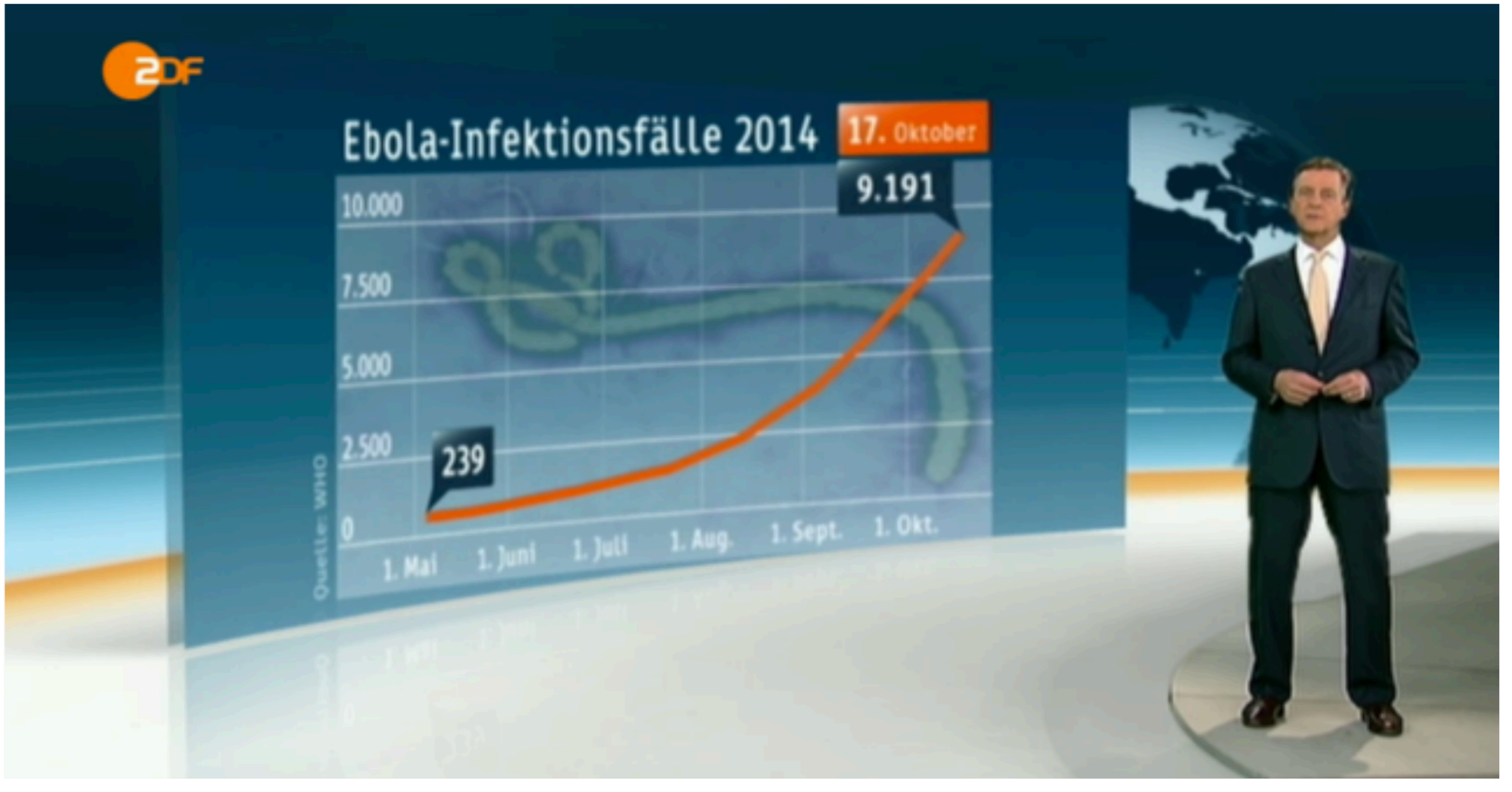
Min

Ziel: Finde eine bestmögliche Lösung unter **exponentiell** vielen möglichen!

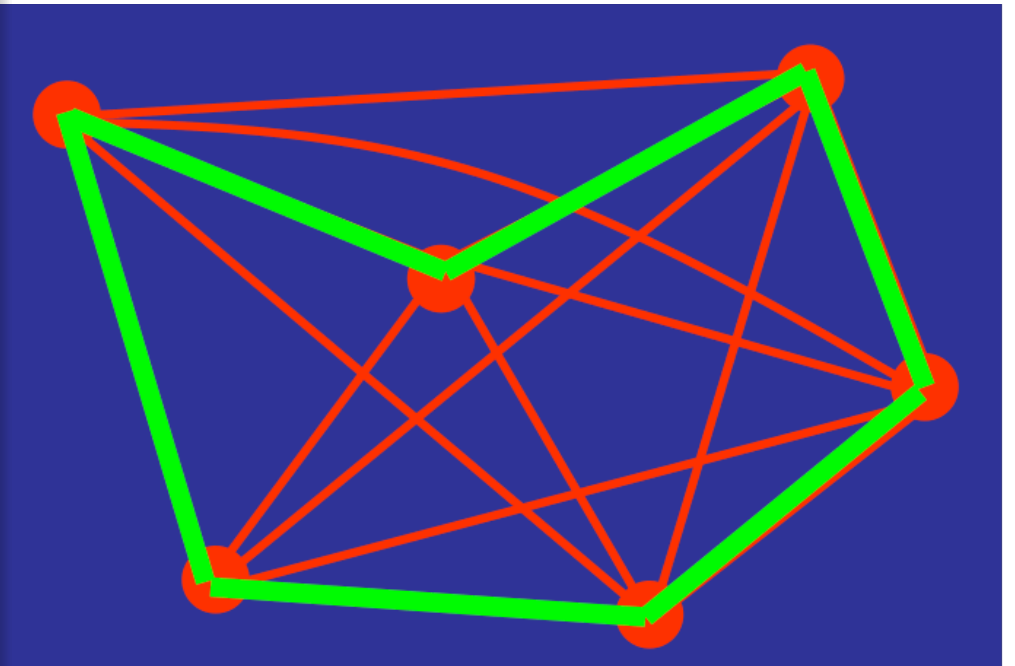
Optimierungsprobleme

0-1

1	Nummer	2		
20	Minuten	32		
3	Punkte	3	10	
			32	
	8		5	
7	40	9		
32	9	8		
2		2		



Traveling Salesman



Min

Ziel: Finde eine bestmögliche Lösung unter **exponentiell** vielen möglichen!

Laufzeit?

0-1 Knapsack

1	Nummer	2	3	4	5	6
20	Minuten	32	40	8	16	4
3	Punkte	3	10	5	2	4
	8					
	40					
7						
32	9					
2						
		9				
		8				
		2				
			10			
			32			
			5			
				11		
				28		
				3		
					12	
					20	
					9	
						13
						16
						10
			14			
			20			
			3			
				15		
				40		
				10		

Kann Knut die Klausur bestehen?

Laufzeit?

0-1 Knapsack

$$O(nZ)$$

1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6
20	32	40	8	16	4
3	3	10	5	2	4

7	8	9	10	11	12	13
7	8	9	10	11	12	13
32	40	8	32	28	20	16
2	9	5	5	3	9	10

14	15	16
14	15	16
20	40	24
3	10	4

Kann Knut die Klausur bestehen?

Laufzeit?

0-1 Knapsack

$$O(nZ)$$

$$O(2^n f(n))$$

1	2	3	4	5	6
20	32	40	8	16	4
3	3	10	5	2	4

7	8	9	10	11	12	13
32	40	8	32	28	20	16
2	9	5	5	3	9	10

14	15	16
20	40	24
3	10	4

Kann Knut die Klausur bestehen?

Laufzeit?

0-1 Knapsack

Traveling Salesman

$$O(nZ)$$

$$O(2^n f(n))$$

1	2	3	4	5	6
20	32	40	8	16	4
3	3	10	5	2	4
	8				
	40	10			
	9	32			
		5			
7			11	12	
32			28	20	13
2			3	9	16
	9				10
		14		16	
		20		24	
		3		4	
			15		
			40		
			10		

Kann Knut die Klausur bestehen?

Laufzeit?

0-1 Knapsack

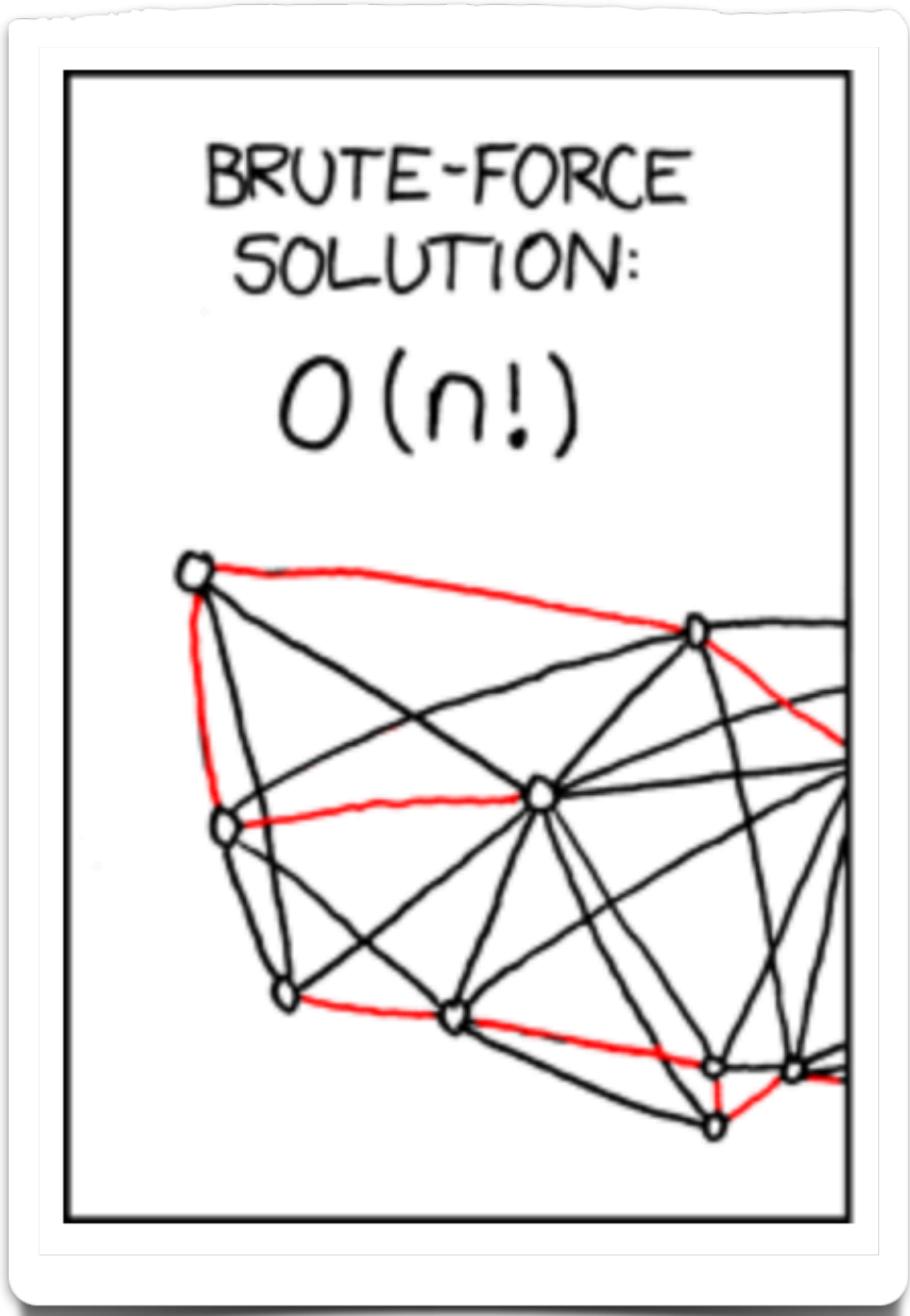
$O(nZ)$

$O(2^n f(n))$

1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6
20	32	40	8	16	4
3	3	10	5	2	4
	8	32	11	12	13
7	40	5	28	20	16
32	9	14	3	9	10
2	2	20	15	16	
		3	40	24	
			10	4	

Kann Knut die Klausur bestehen?

Traveling Salesman



Laufzeit?

0-1 Knapsack

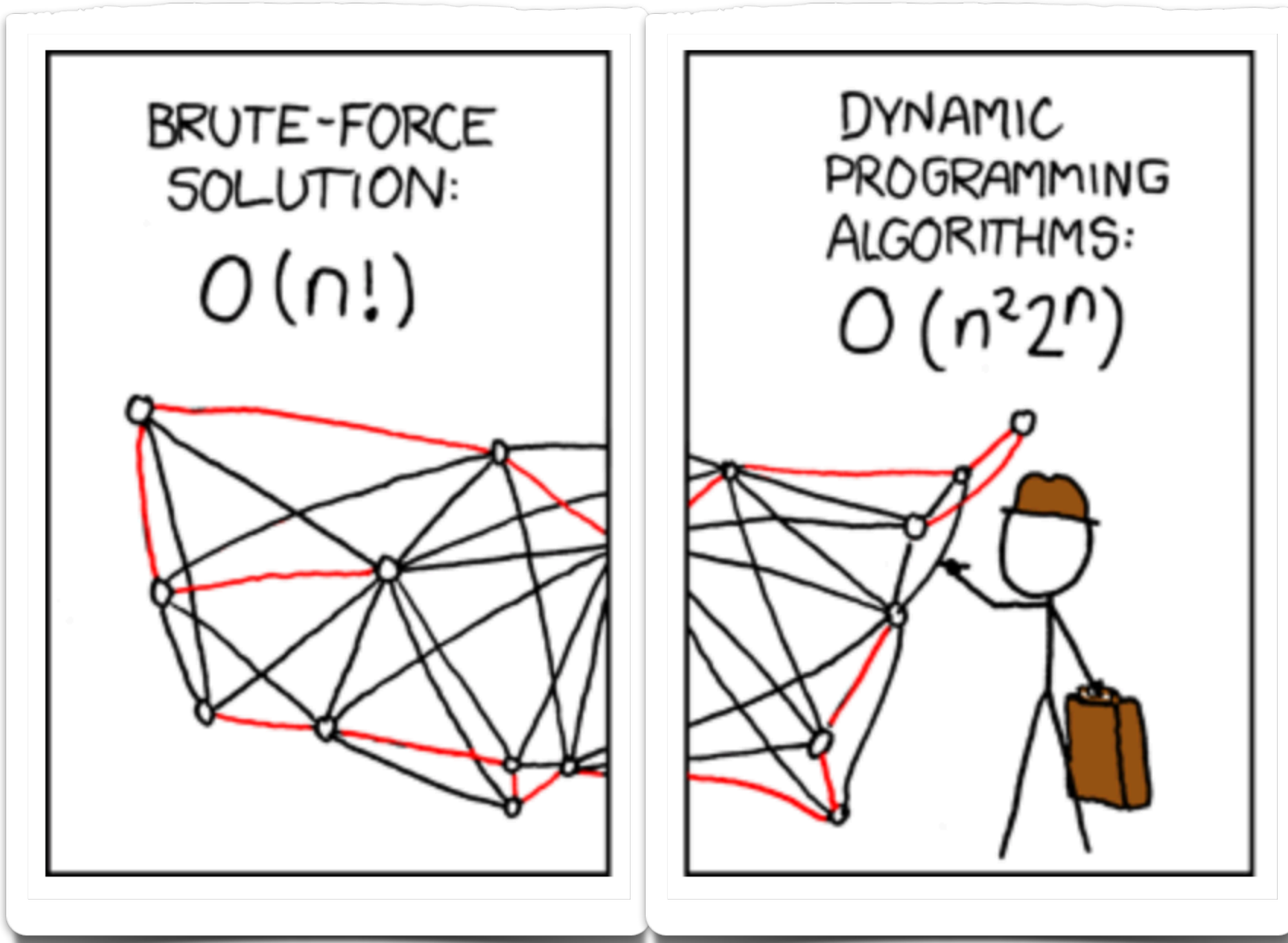
$O(nZ)$

$O(2^n f(n))$

Nummer	Minuten	Punkte
1	20	3
2	32	3
3	40	10
4	8	5
5	16	2
6	4	4
7	32	2
8	40	9
9	8	2
10	32	5
11	28	3
12	20	9
13	16	24
14	14	3
15	20	40
16	4	10

Kann Knut die Klausur bestehen?

Traveling Salesman



Laufzeit?

0-1 Knapsack

$O(nZ)$

$O(2^n f(n))$

1	Nummer	2	3	4	5	6
					16	4

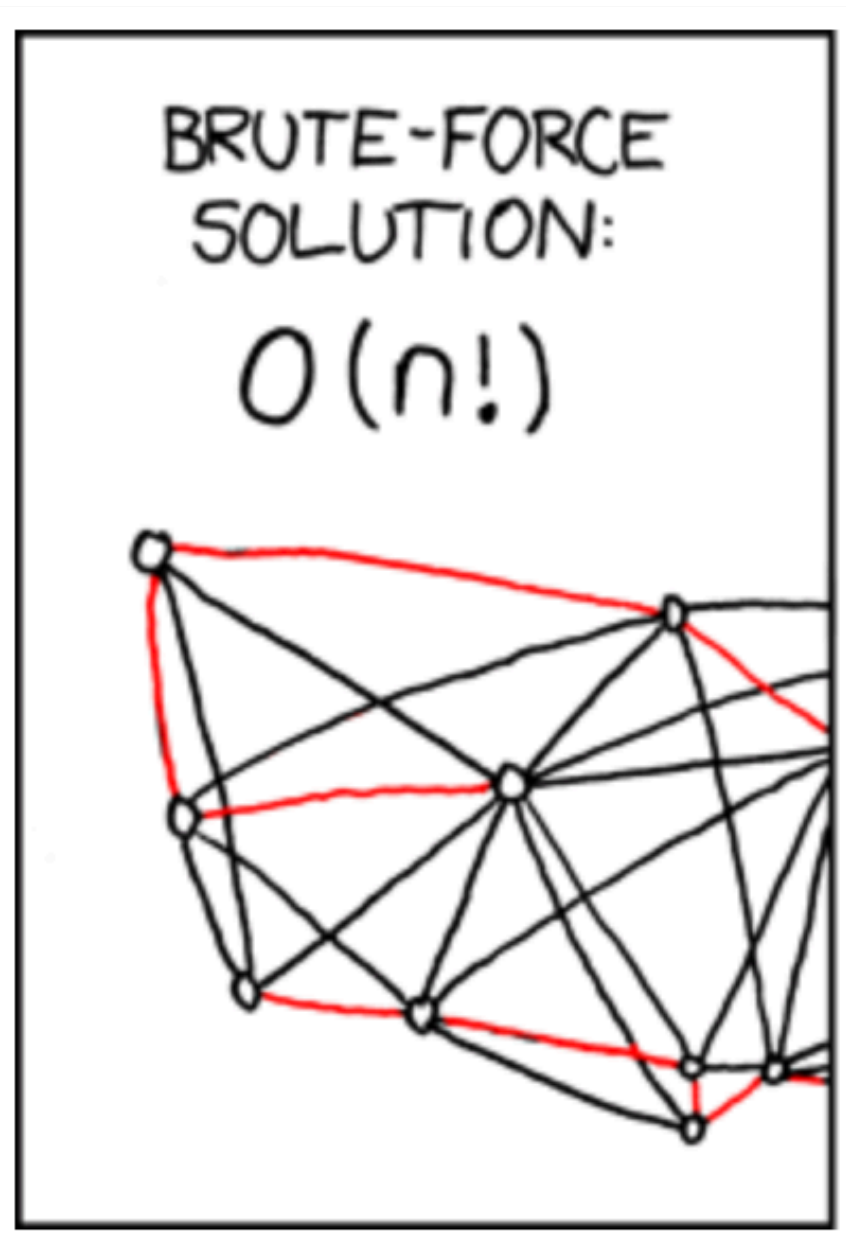
Kann Knut die Klausur bestehen?

32	9	8	14		9	4
2		2	20	15		
			3	40		
				10		

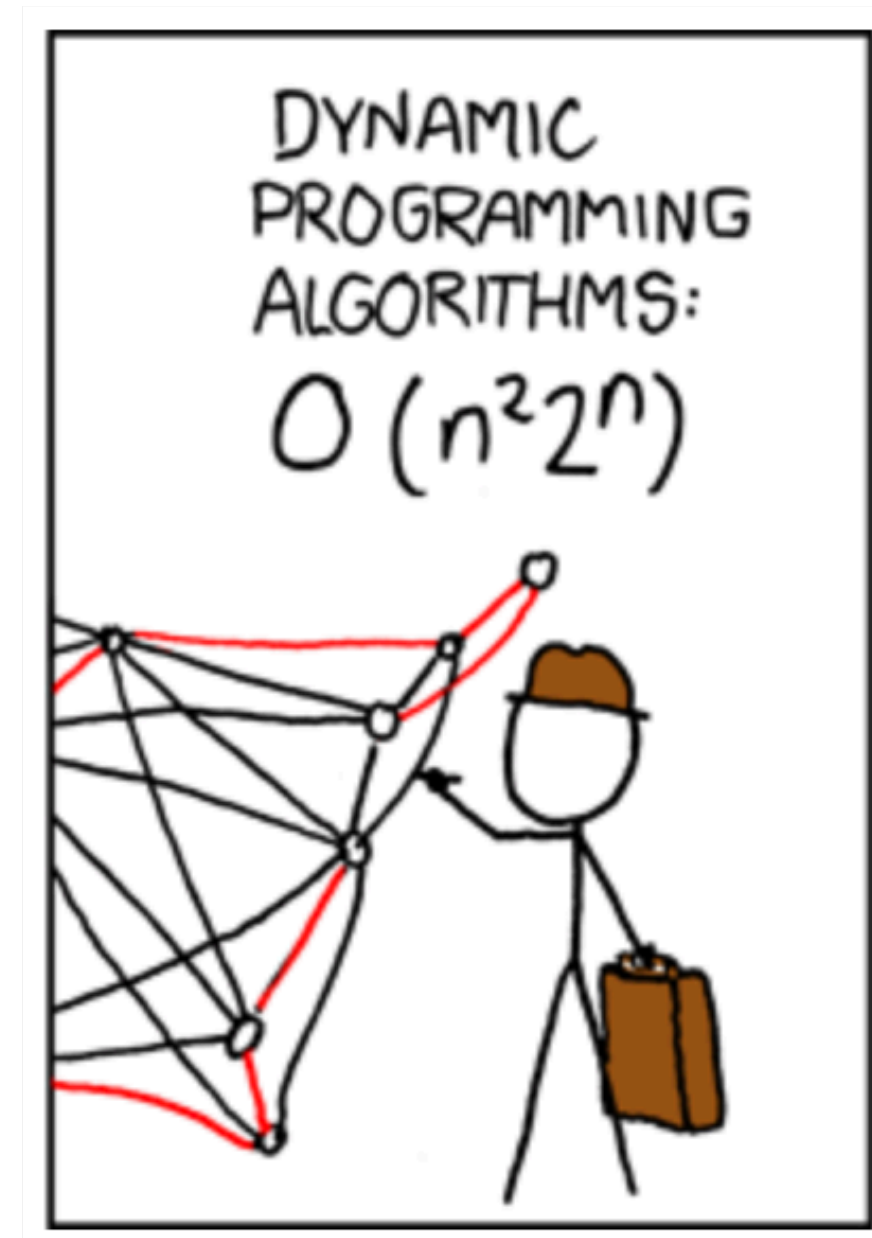
Kann Knut die Klausur bestehen?

Traveling Salesman

BRUTE-FORCE SOLUTION:
 $O(n!)$



DYNAMIC PROGRAMMING ALGORITHMS:
 $O(n^2 2^n)$



Laufzeit?

0-1 Knapsack

$O(nZ)$

$O(2^n f(n))$

1	Nummer	2	3	4	5	6
					16	4

Kann Knut die Klausur bestehen?

32	9	8	14		9	4
2		2	20	15		
			3	40		
				10		

Kann Knut die Klausur bestehen?

Traveling Salesman

BRUTE-FORCE SOLUTION:
 $O(n!)$

DYNAMIC PROGRAMMING ALGORITHMS:
 $O(n^2 2^n)$

Ziel: Vielleicht nicht die *bestmögliche* Lösung, sondern eine *gute*, aber dafür schneller...?!

4.2 Greedy und Approximation

Beispiel 4.1: Knapsack

Beispiel 4.1: Knapsack



Beispiel 4.1: Knapsack



$$Z=N$$

Beispiel 4.1: Knapsack



$Z=N$
 $n=2$

Beispiel 4.1: Knapsack



Beispiel 4.1: Knapsack



$Z=N$
 $n=2$



$z_1 = 1$

Beispiel 4.1: Knapsack

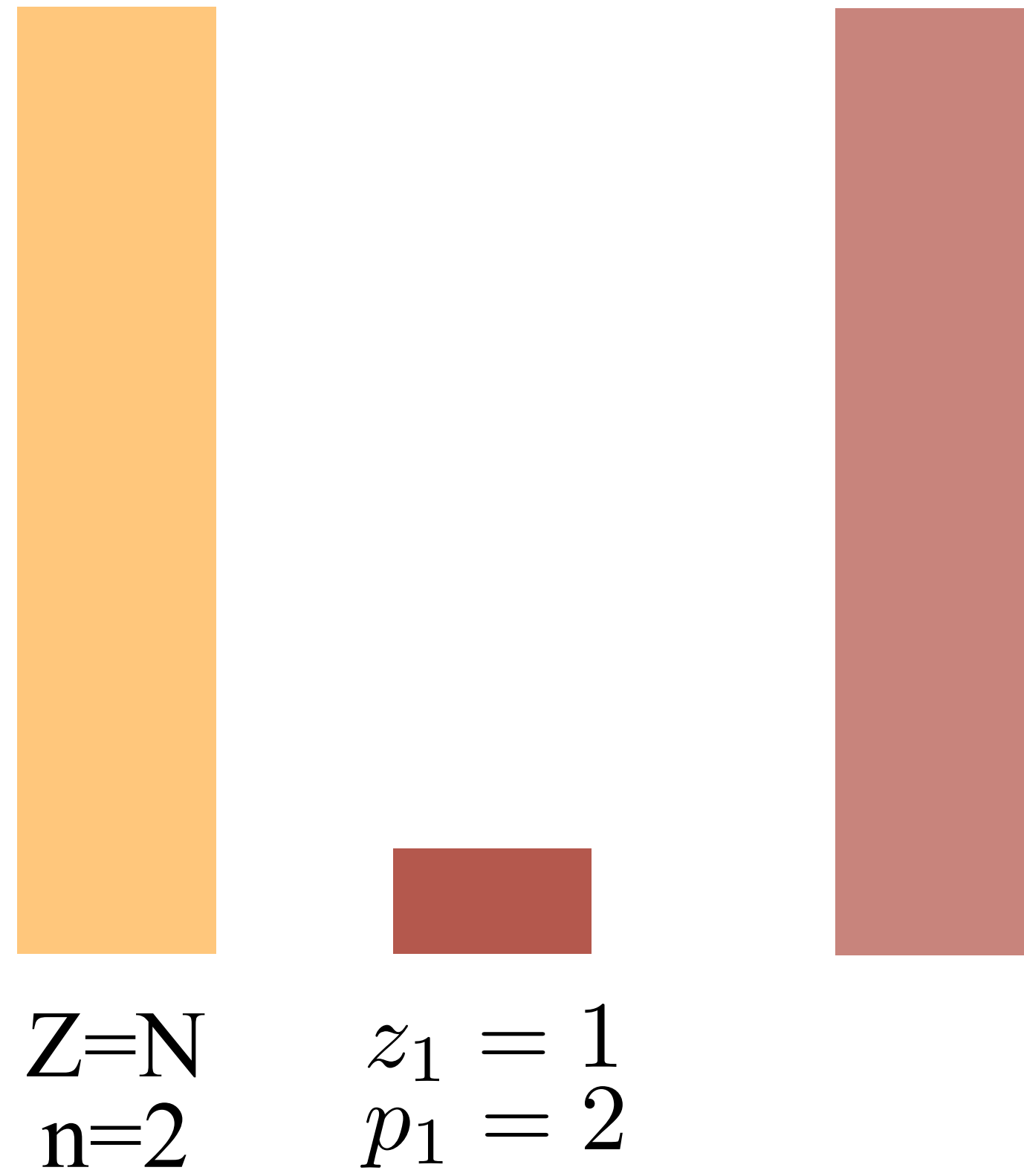


$Z=N$
 $n=2$

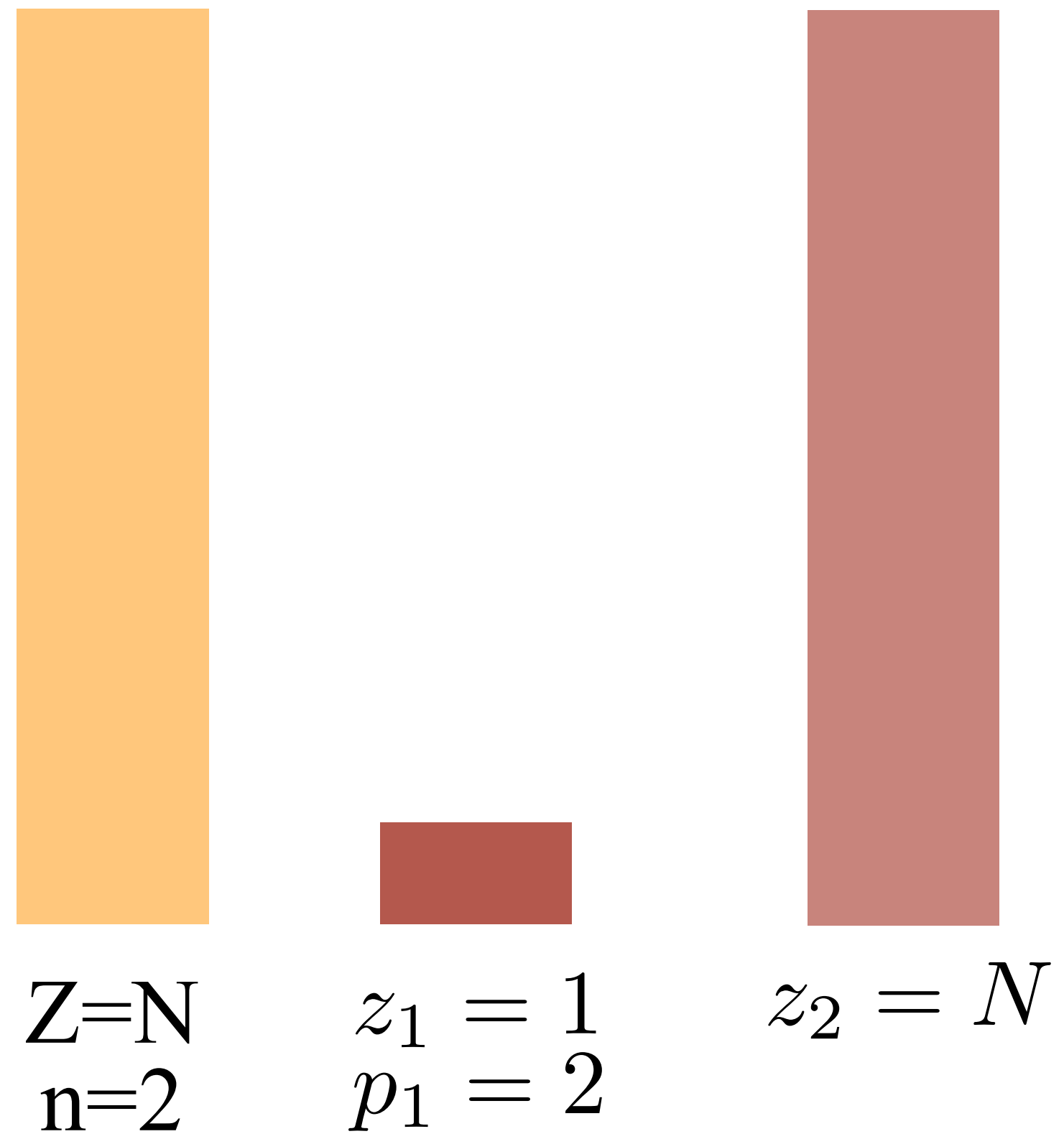


$z_1 = 1$
 $p_1 = 2$

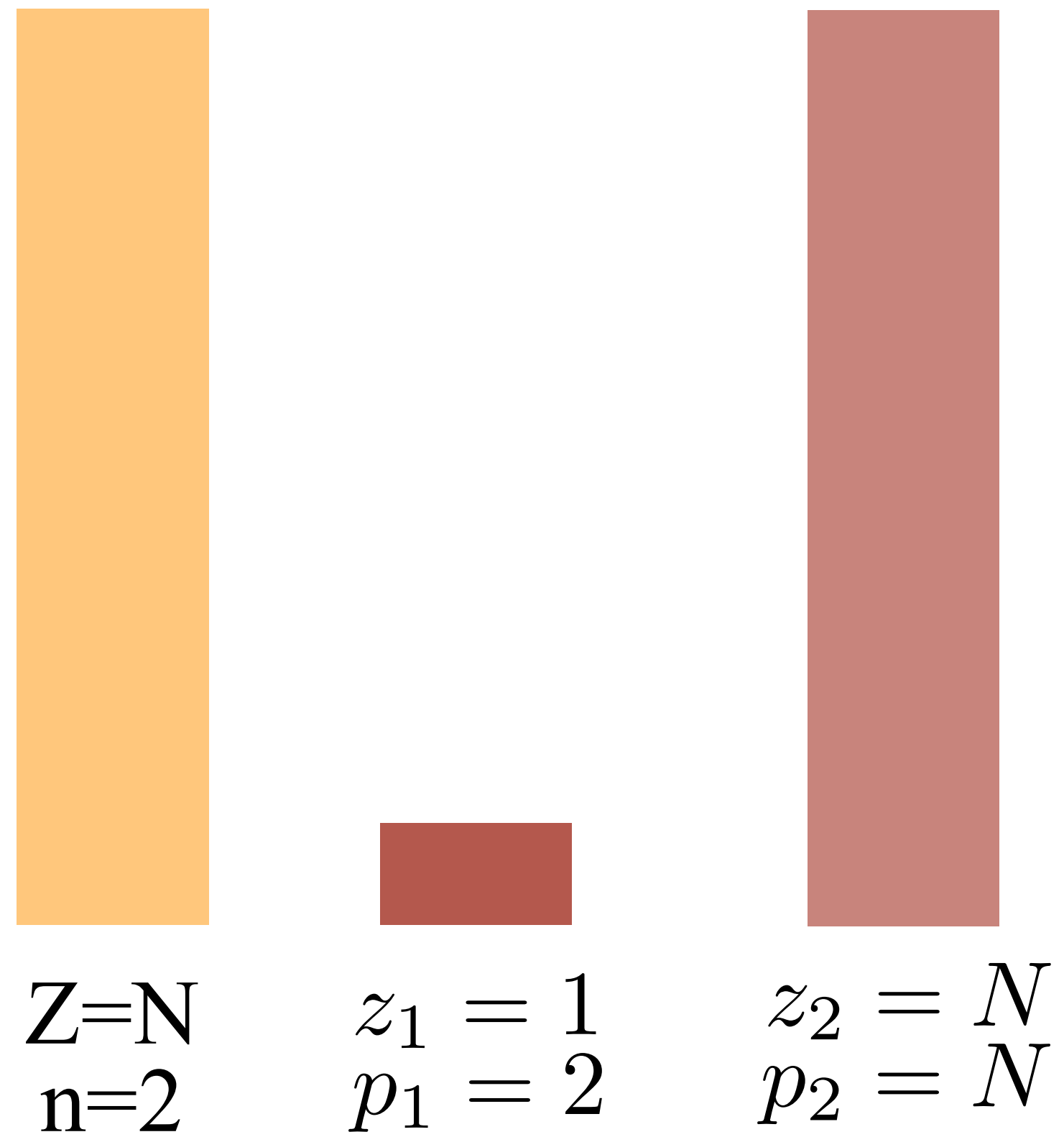
Beispiel 4.1: Knapsack



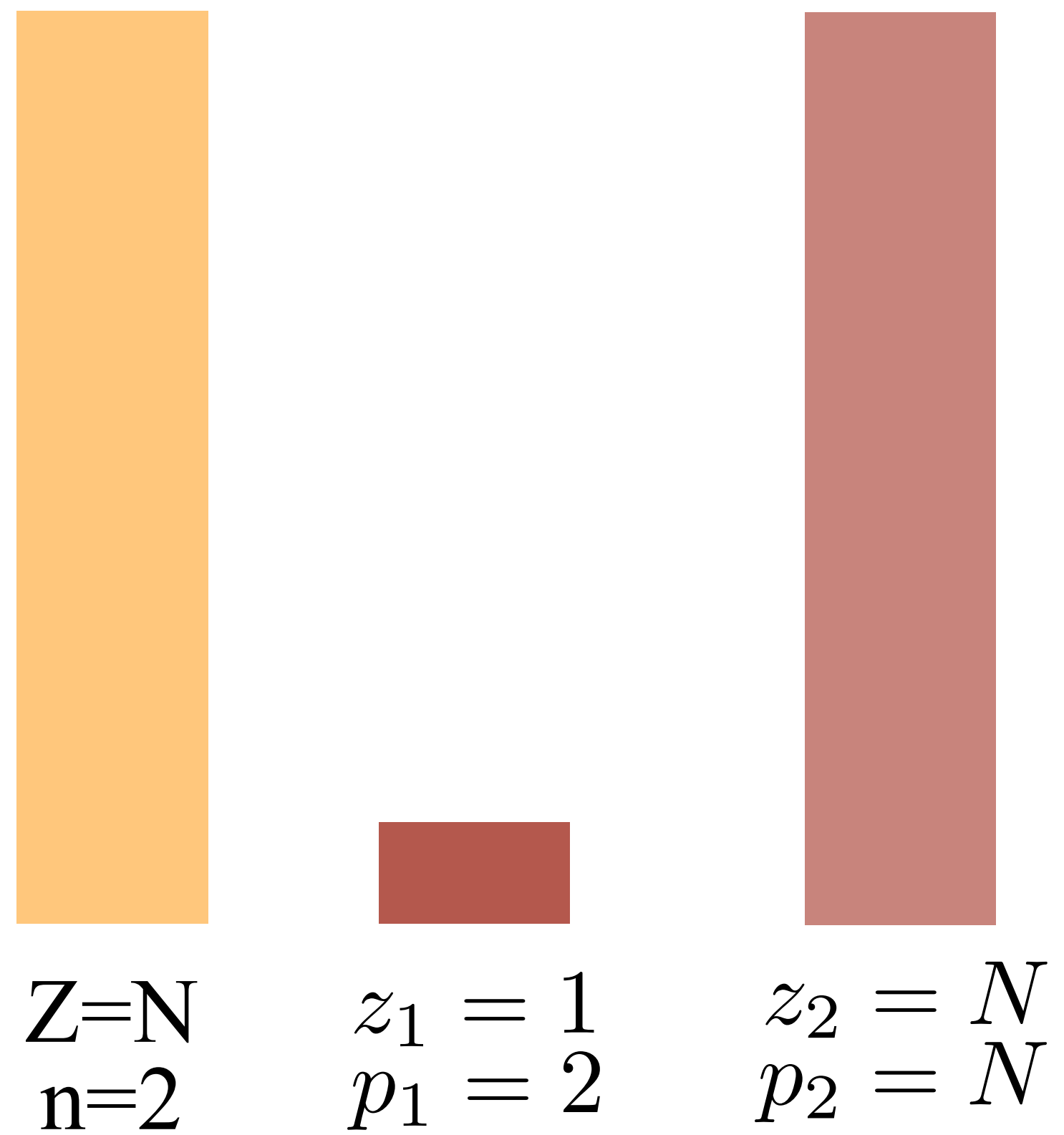
Beispiel 4.1: Knapsack



Beispiel 4.1: Knapsack

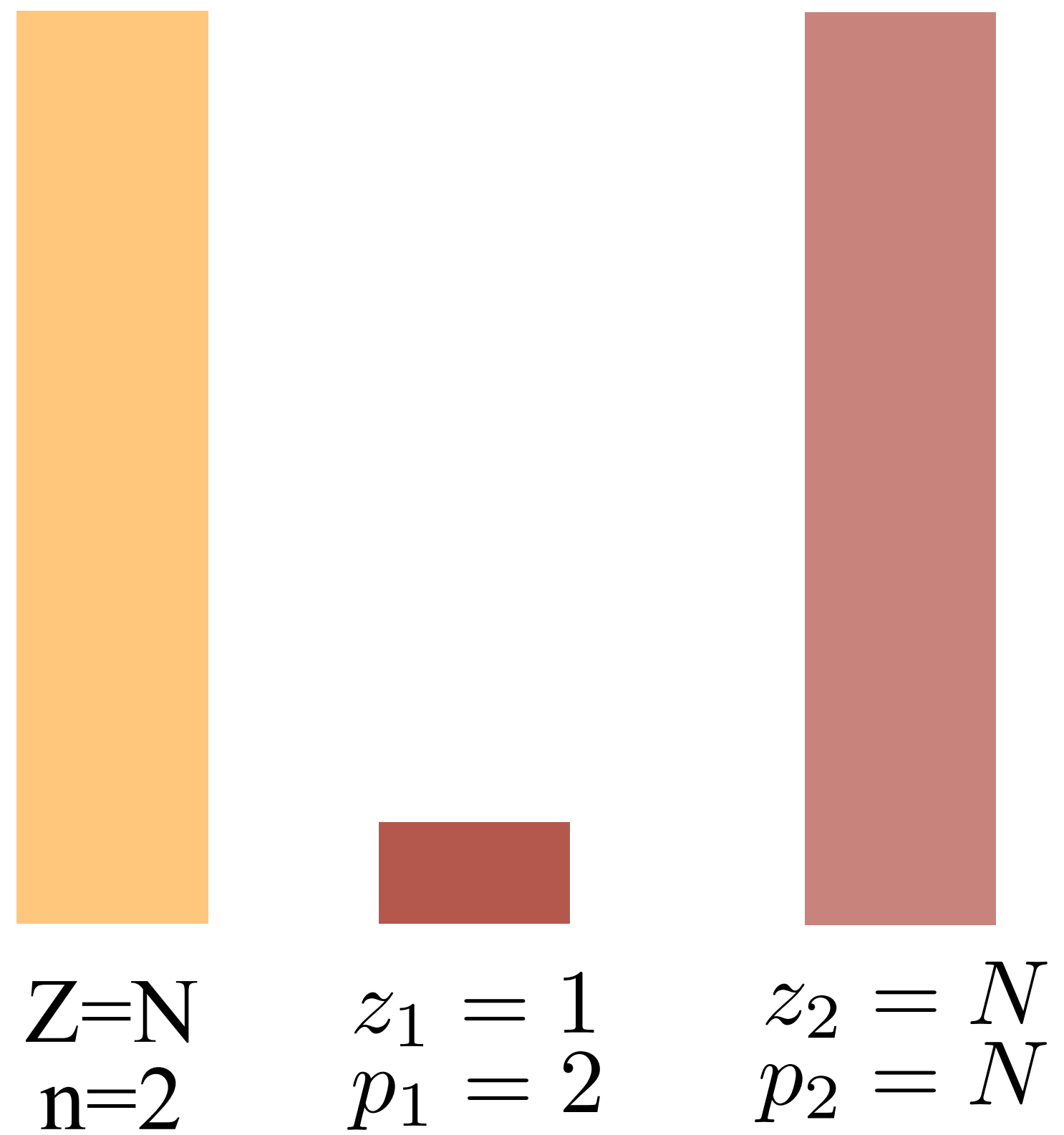


Beispiel 4.1: Knapsack



Algorithmus 4.2 GREEDY₀

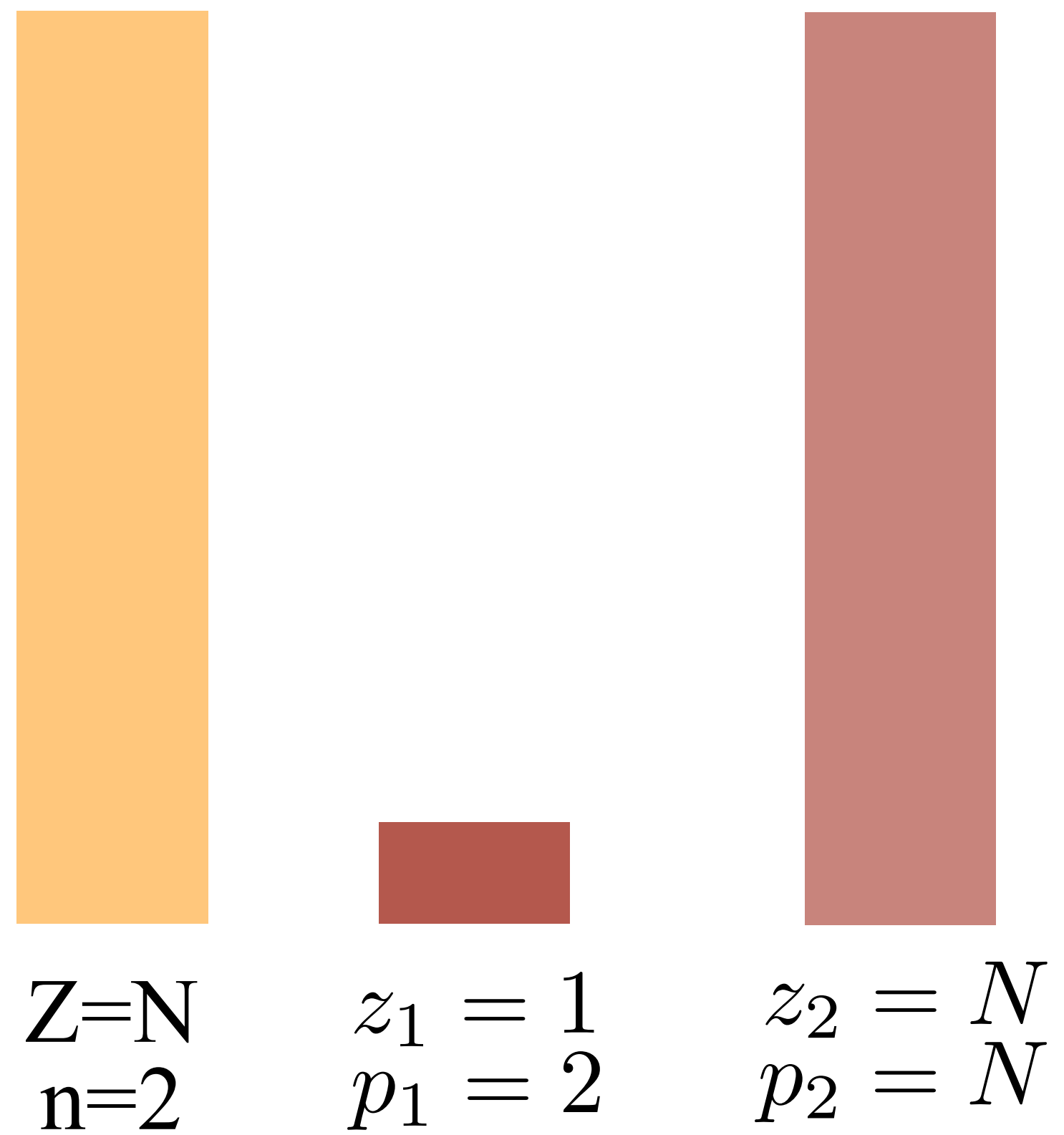
Beispiel 4.1: Knapsack



Algorithmus 4.2 GREEDY₀

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Beispiel 4.1: Knapsack

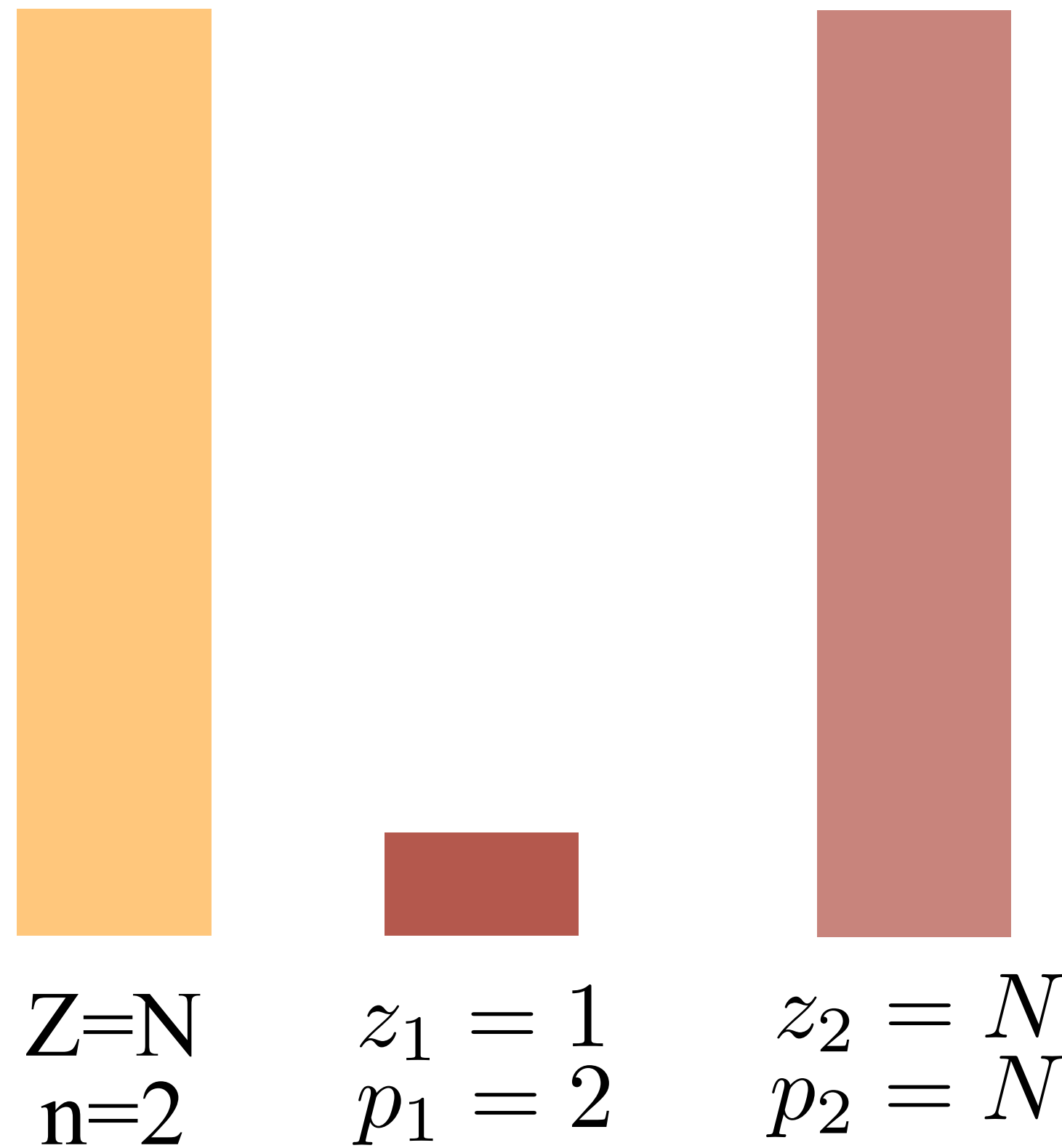


Algorithmus 4.2 GREEDY₀

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ und G_0

Beispiel 4.1: Knapsack



Algorithmus 4.2 GREEDY₀

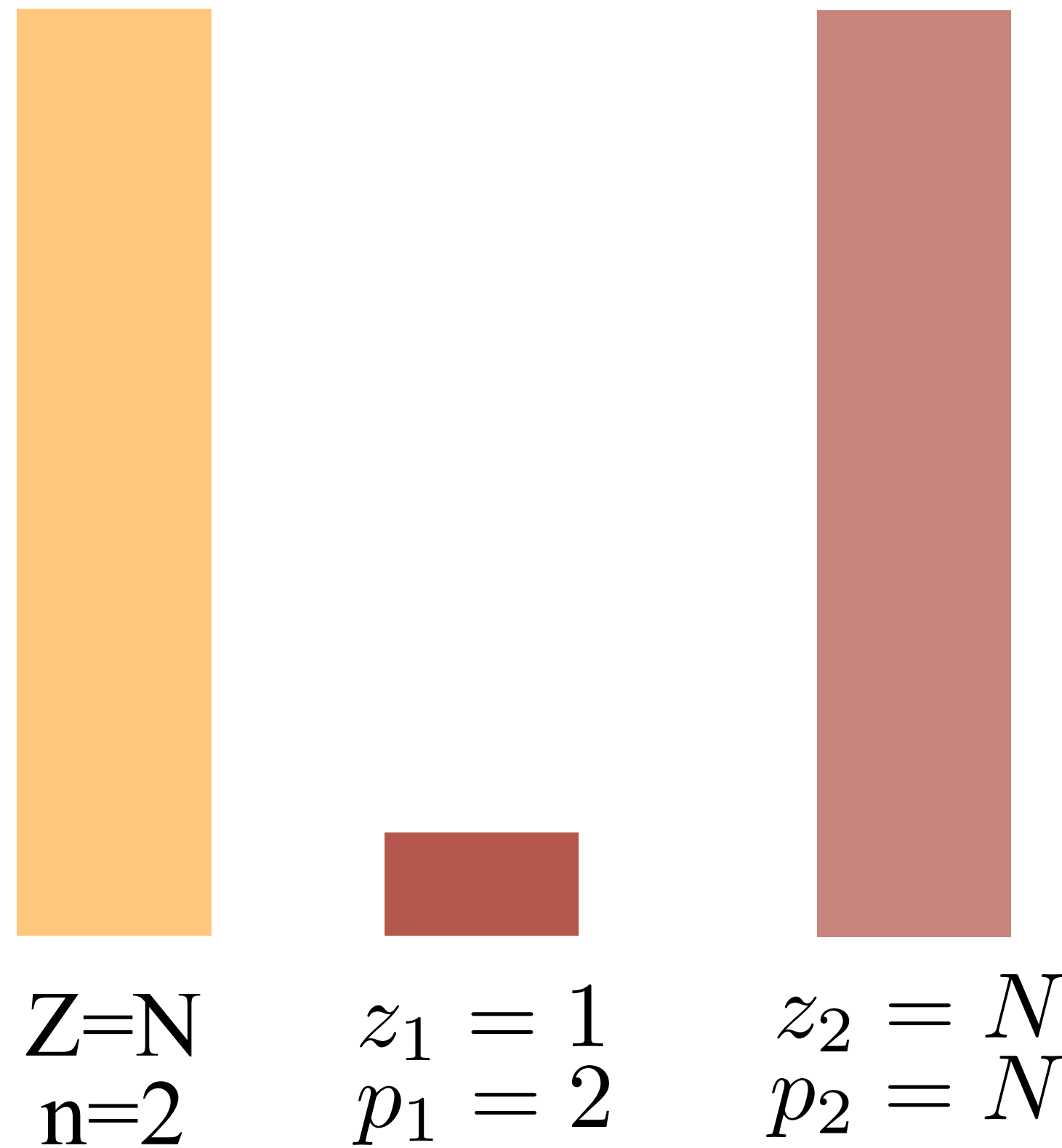
Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ und G_0

mit

$$\sum_{i \in S} z_i \leq Z$$

Beispiel 4.1: Knapsack



Algorithmus 4.2 GREEDY₀

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ und G_0

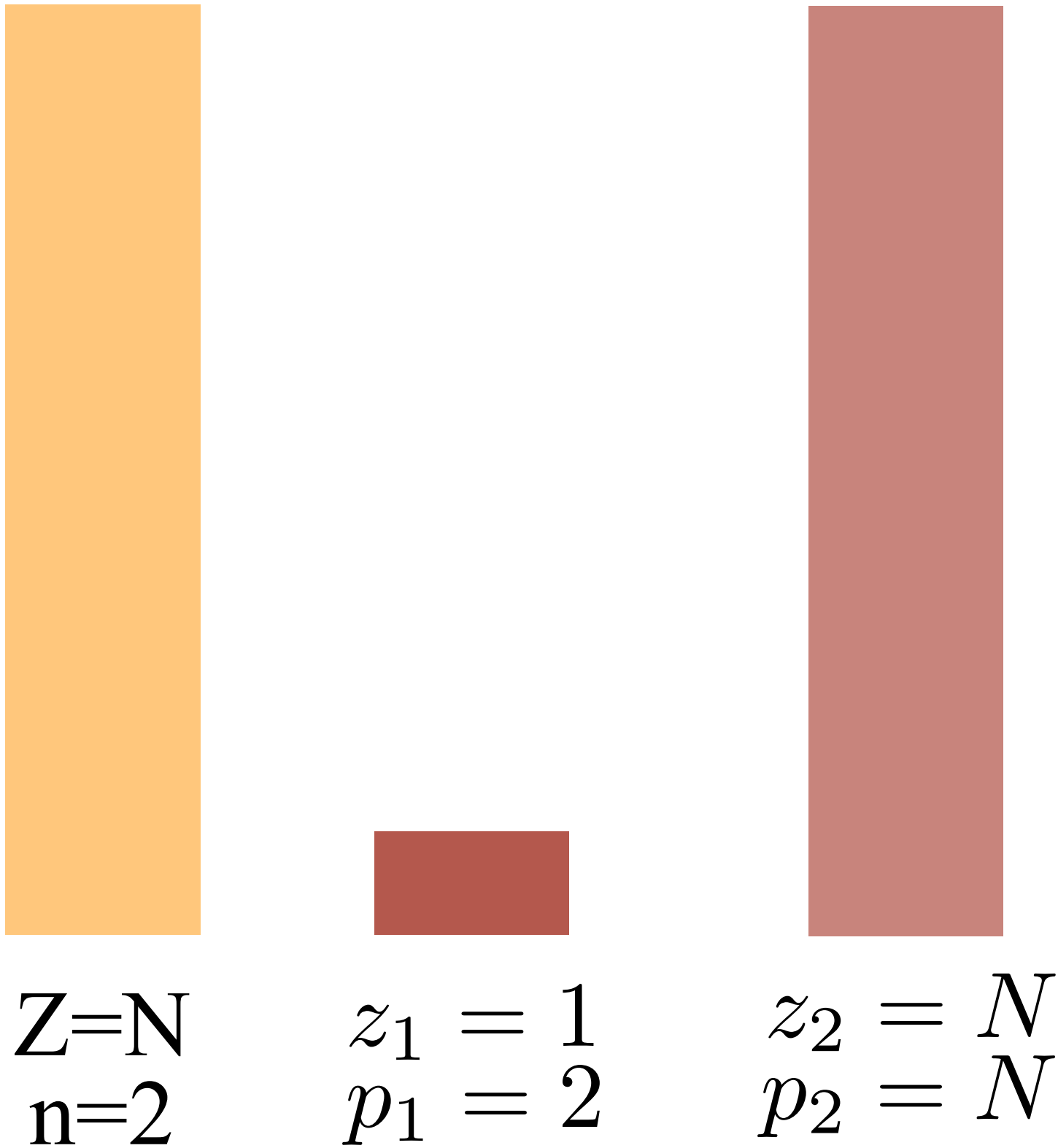
mit

$$\sum_{i \in S} z_i \leq Z$$

und

$$G_0 := \sum_{i \in S} p_i = \textit{Maximal}$$

Beispiel 4.1: Knapsack



Algorithmus 4.2 GREEDY₀

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ und G_0

mit

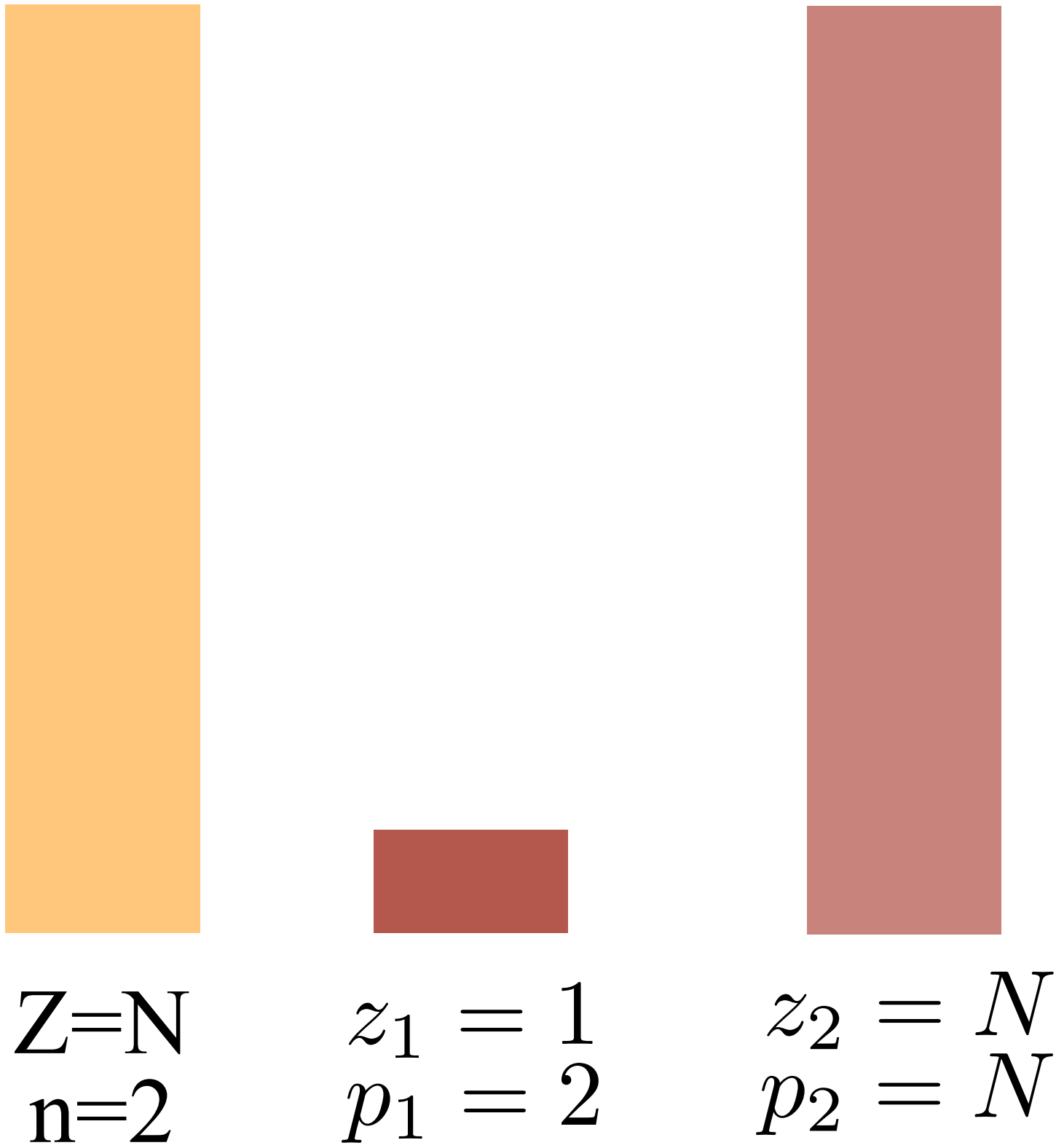
$$\sum_{i \in S} z_i \leq Z$$

und

$$G_0 := \sum_{i \in S} p_i = \textit{Maximal}$$

- 1: Sortiere $\{1, \dots, n\}$ nach $\frac{z_i}{p_i}$ aufsteigend;
Dies ergibt die Permutation $\pi(1), \dots, \pi(n)$.
Setze $j = 1$.

Beispiel 4.1: Knapsack



Algorithmus 4.2 GREEDY₀

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ und G_0

mit

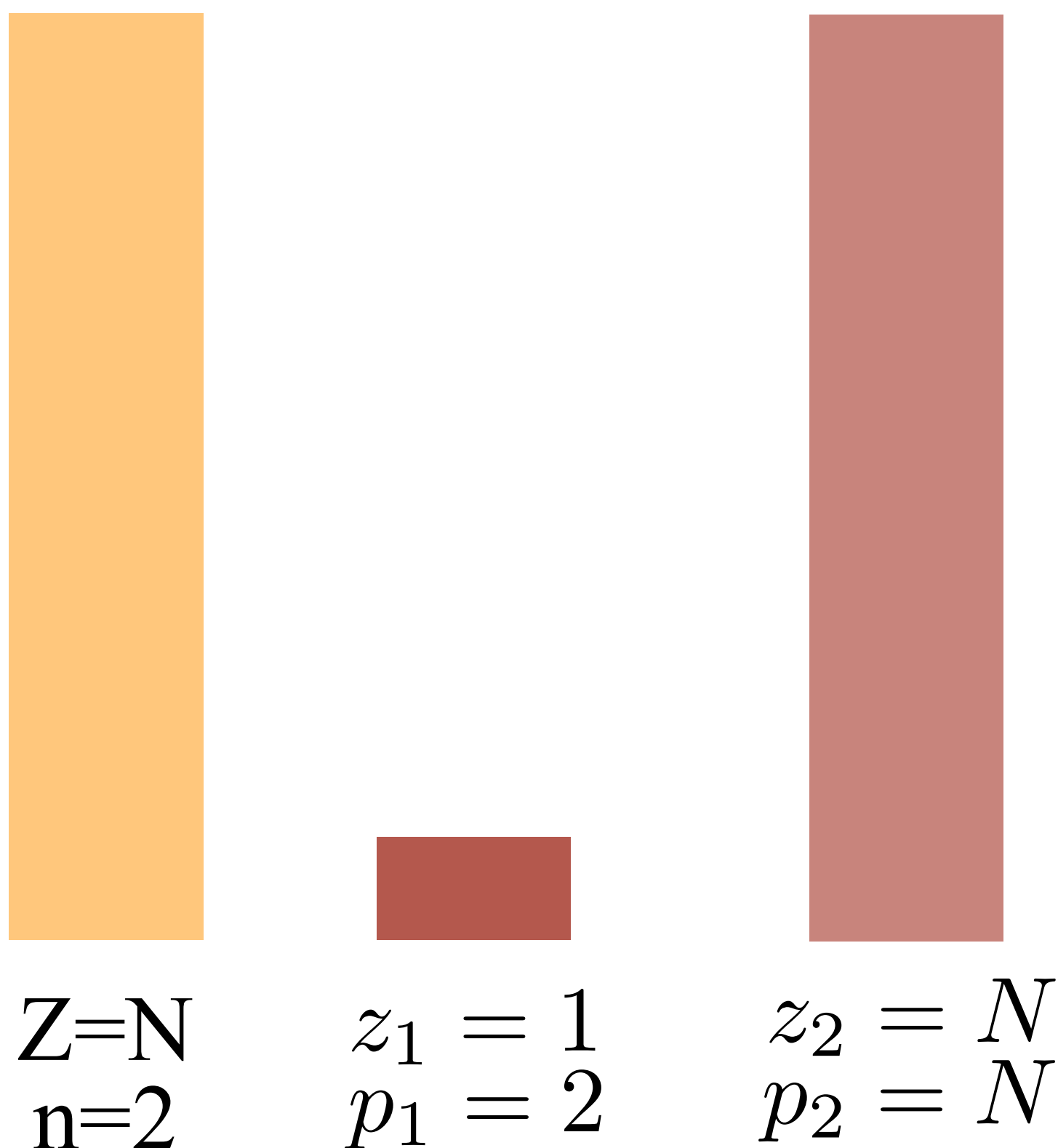
$$\sum_{i \in S} z_i \leq Z$$

und

$$G_0 := \sum_{i \in S} p_i = \textit{Maximal}$$

- 1: Sortiere $\{1, \dots, n\}$ nach $\frac{z_i}{p_i}$ aufsteigend;
Dies ergibt die Permutation $\pi(1), \dots, \pi(n)$.
Setze $j = 1$.
- 2: **while** ($j \leq n$) **do**

Beispiel 4.1: Knapsack



Algorithmus 4.2 GREEDY₀

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ und G_0

mit

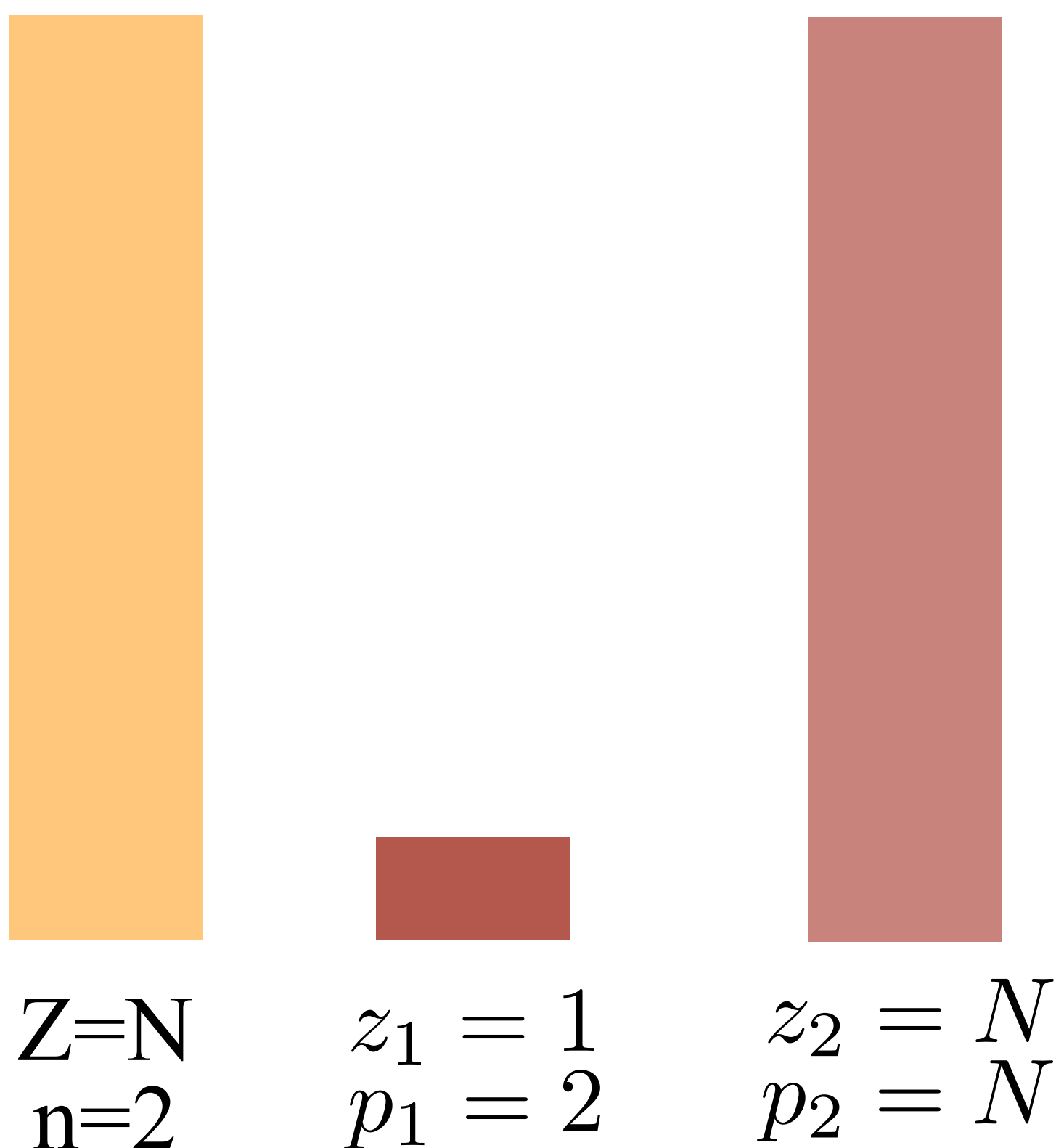
$$\sum_{i \in S} z_i \leq Z$$

und

$$G_0 := \sum_{i \in S} p_i = \textit{Maximal}$$

- 1: Sortiere $\{1, \dots, n\}$ nach $\frac{z_i}{p_i}$ aufsteigend;
Dies ergibt die Permutation $\pi(1), \dots, \pi(n)$.
Setze $j = 1$.
- 2: **while** ($j \leq n$) **do**
- 3: **if** ($\sum_{i=1}^{j-1} z_{\pi(i)} x_{\pi(i)} + z_{\pi(j)} \leq Z$) **then**

Beispiel 4.1: Knapsack



Algorithmus 4.2 GREEDY₀

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ und G_0

mit

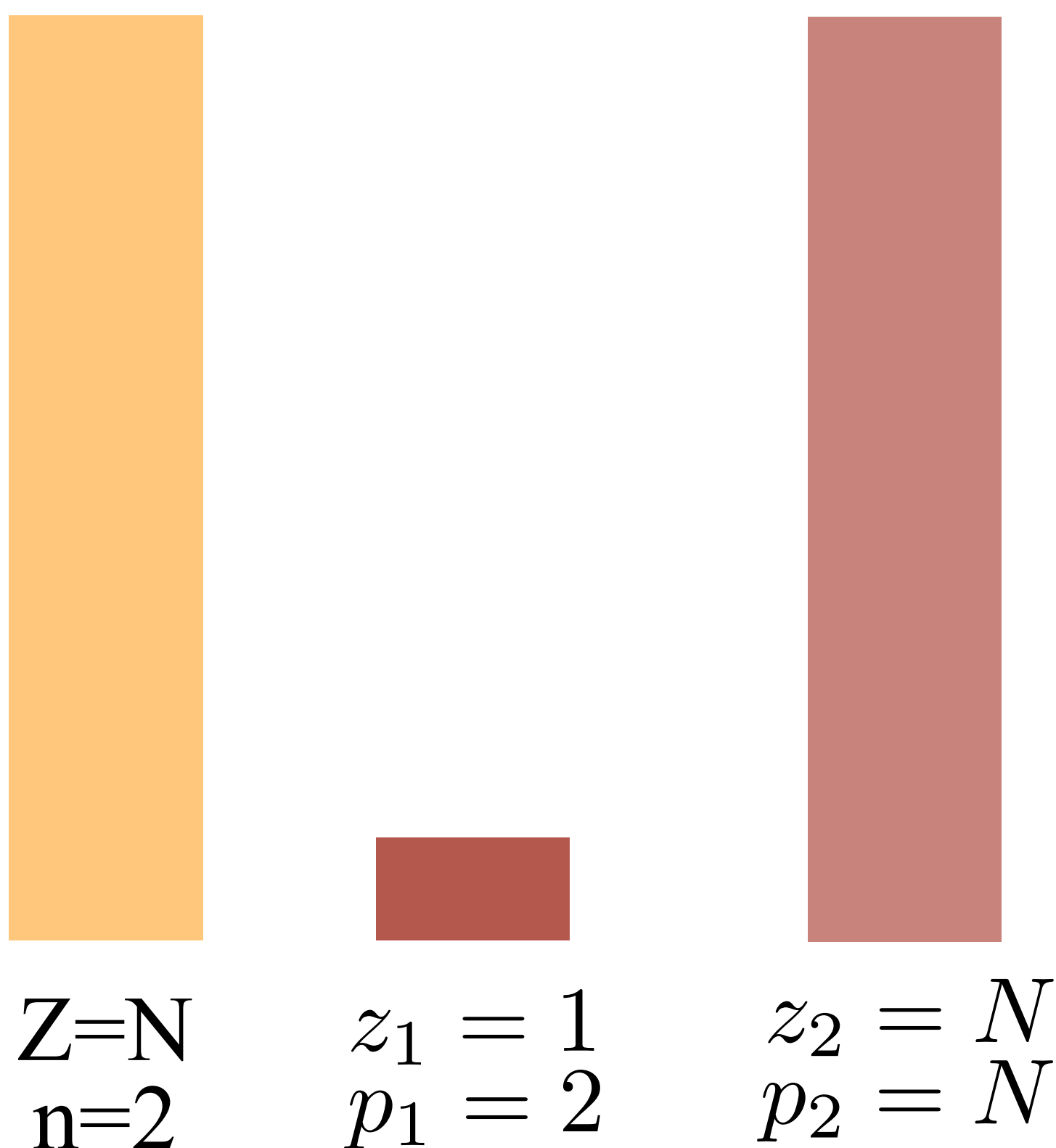
$$\sum_{i \in S} z_i \leq Z$$

und

$$G_0 := \sum_{i \in S} p_i = \textit{Maximal}$$

- 1: Sortiere $\{1, \dots, n\}$ nach $\frac{z_i}{p_i}$ aufsteigend;
Dies ergibt die Permutation $\pi(1), \dots, \pi(n)$.
Setze $j = 1$.
- 2: **while** ($j \leq n$) **do**
- 3: **if** $\left(\sum_{i=1}^{j-1} z_{\pi(i)} x_{\pi(i)} + z_{\pi(j)} \leq Z \right)$ **then**
- 4: $x_{\pi(j)} := 1$

Beispiel 4.1: Knapsack



Algorithmus 4.2 GREEDY₀

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ und G_0

mit

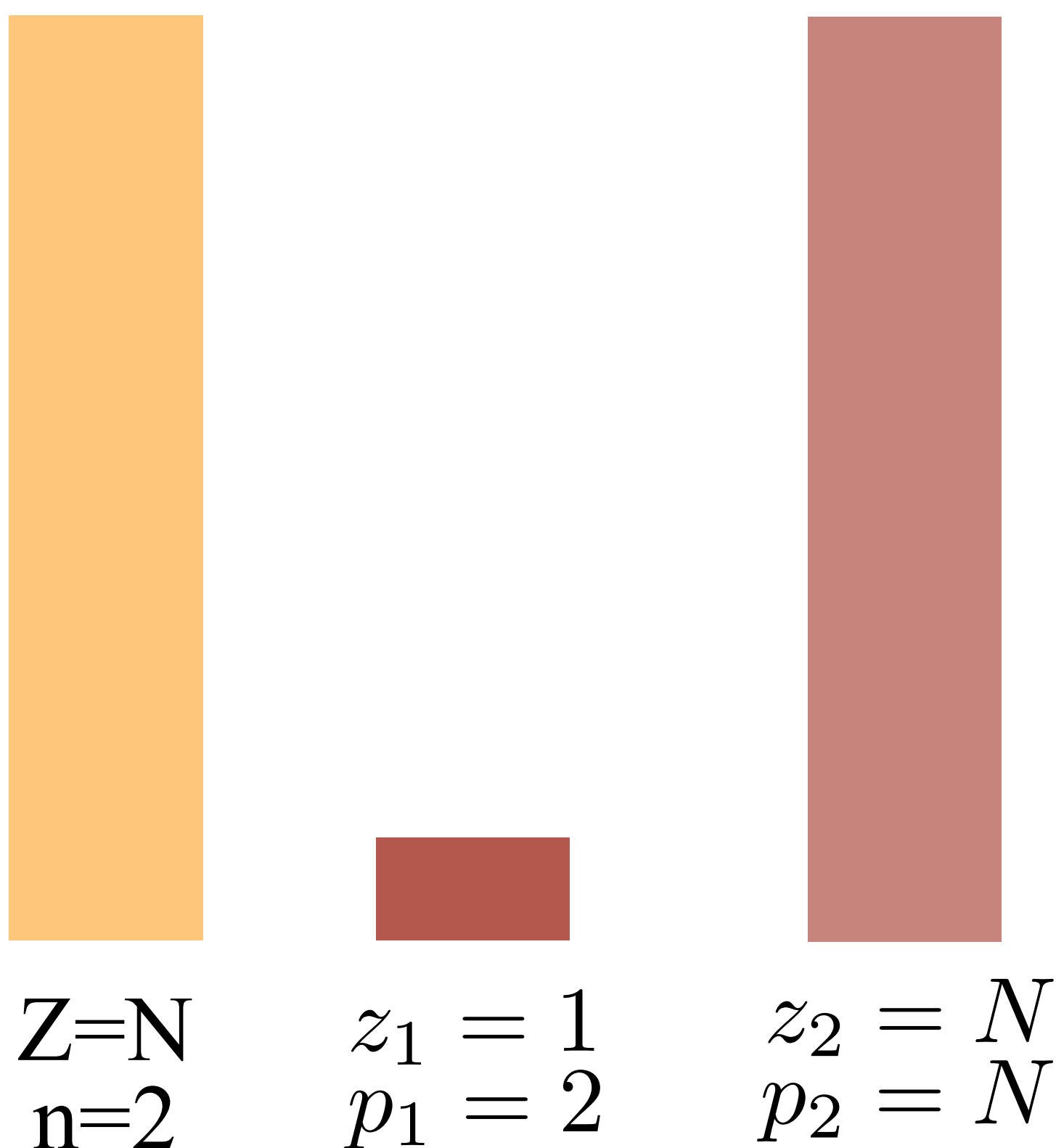
$$\sum_{i \in S} z_i \leq Z$$

und

$$G_0 := \sum_{i \in S} p_i = \textit{Maximal}$$

- 1: Sortiere $\{1, \dots, n\}$ nach $\frac{z_i}{p_i}$ aufsteigend;
Dies ergibt die Permutation $\pi(1), \dots, \pi(n)$.
Setze $j = 1$.
- 2: **while** ($j \leq n$) **do**
- 3: **if** $\left(\sum_{i=1}^{j-1} z_{\pi(i)} x_{\pi(i)} + z_{\pi(j)} \leq Z \right)$ **then**
- 4: $x_{\pi(j)} := 1$
- 5: $j := j + 1$

Beispiel 4.1: Knapsack



Algorithmus 4.2 GREEDY₀

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ und G_0

mit

$$\sum_{i \in S} z_i \leq Z$$

und

$$G_0 := \sum_{i \in S} p_i = \textit{Maximal}$$

- 1: Sortiere $\{1, \dots, n\}$ nach $\frac{z_i}{p_i}$ aufsteigend;
Dies ergibt die Permutation $\pi(1), \dots, \pi(n)$.
Setze $j = 1$.
- 2: **while** ($j \leq n$) **do**
- 3: **if** $\left(\sum_{i=1}^{j-1} z_{\pi(i)} x_{\pi(i)} + z_{\pi(j)} \leq Z \right)$ **then**
- 4: $x_{\pi(j)} := 1$
- 5: $j := j + 1$
- 6: **return**

Beispiel 4.1: Knapsack



$Z=N$
 $n=2$

$z_1 = 1$
 $p_1 = 2$

$z_2 = N$
 $p_2 = N$



Algorithmus 4.2 GREEDY₀

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ und G_0

mit

$$\sum_{i \in S} z_i \leq Z$$

und

$$G_0 := \sum_{i \in S} p_i = \textit{Maximal}$$

- 1: Sortiere $\{1, \dots, n\}$ nach $\frac{z_i}{p_i}$ aufsteigend;
Dies ergibt die Permutation $\pi(1), \dots, \pi(n)$.
Setze $j = 1$.
- 2: **while** ($j \leq n$) **do**
- 3: **if** ($\sum_{i=1}^{j-1} z_{\pi(i)} x_{\pi(i)} + z_{\pi(j)} \leq Z$) **then**
- 4: $x_{\pi(j)} := 1$
- 5: $j := j + 1$
- 6: **return**

Beispiel 4.1: Knapsack



$Z=N$
 $n=2$

$z_1 = 1$
 $p_1 = 2$

$z_2 = N$
 $p_2 = N$

Algorithmus 4.2 GREEDY₀

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ und G_0

mit

$$\sum_{i \in S} z_i \leq Z$$

und

$$G_0 := \sum_{i \in S} p_i = \textit{Maximal}$$

- 1: Sortiere $\{1, \dots, n\}$ nach $\frac{z_i}{p_i}$ aufsteigend;
Dies ergibt die Permutation $\pi(1), \dots, \pi(n)$.
Setze $j = 1$.
- 2: **while** ($j \leq n$) **do**
- 3: **if** ($\sum_{i=1}^{j-1} z_{\pi(i)} x_{\pi(i)} + z_{\pi(j)} \leq Z$) **then**
- 4: $x_{\pi(j)} := 1$
- 5: $j := j + 1$
- 6: **return**

Beispiel 4.1: Knapsack



Greedy: 2



$Z=N$
 $n=2$

$z_1 = 1$
 $p_1 = 2$

$z_2 = N$
 $p_2 = N$

Algorithmus 4.2 GREEDY₀

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ und G_0

mit

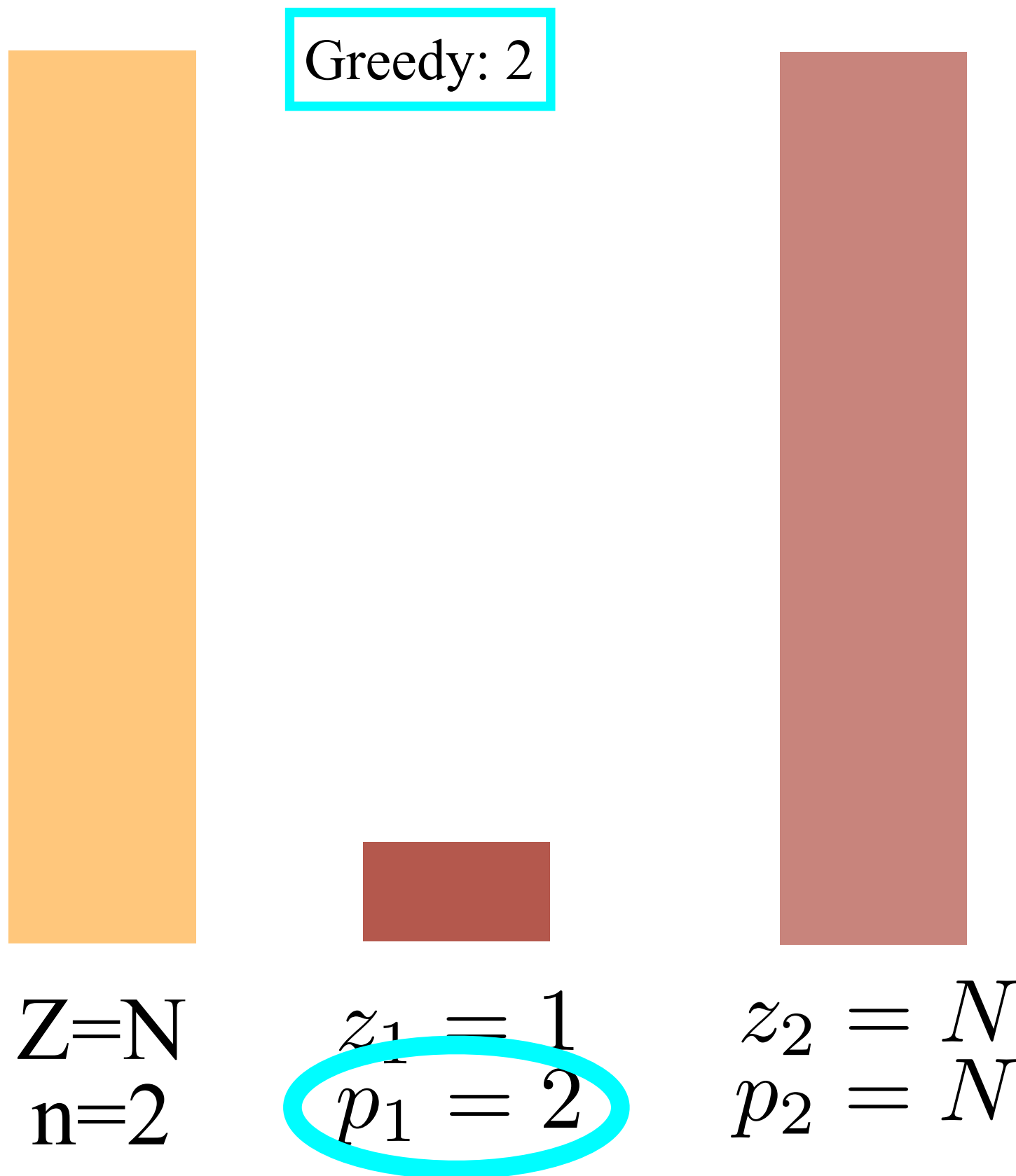
$$\sum_{i \in S} z_i \leq Z$$

und

$$G_0 := \sum_{i \in S} p_i = \textit{Maximal}$$

- 1: Sortiere $\{1, \dots, n\}$ nach $\frac{z_i}{p_i}$ aufsteigend;
Dies ergibt die Permutation $\pi(1), \dots, \pi(n)$.
Setze $j = 1$.
- 2: **while** ($j \leq n$) **do**
- 3: **if** ($\sum_{i=1}^{j-1} z_{\pi(i)} x_{\pi(i)} + z_{\pi(j)} \leq Z$) **then**
- 4: $x_{\pi(j)} := 1$
- 5: $j := j + 1$
- 6: **return**

Beispiel 4.1: Knapsack



Algorithmus 4.2 GREEDY₀

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ und G_0

mit

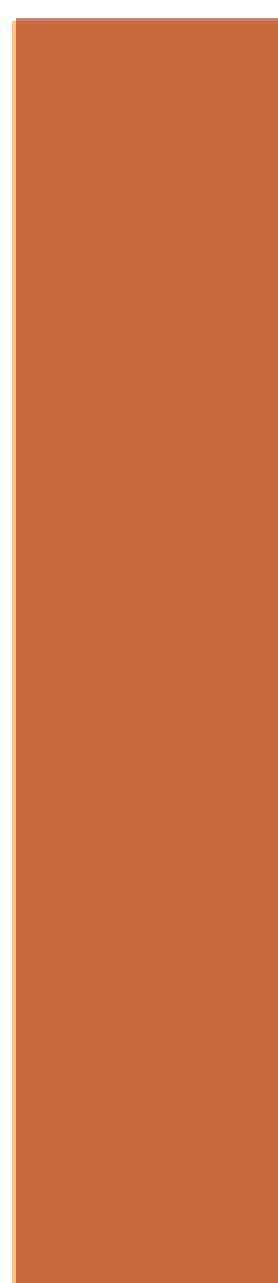
$$\sum_{i \in S} z_i \leq Z$$

und

$$G_0 := \sum_{i \in S} p_i = \textit{Maximal}$$

- 1: Sortiere $\{1, \dots, n\}$ nach $\frac{z_i}{p_i}$ aufsteigend;
Dies ergibt die Permutation $\pi(1), \dots, \pi(n)$.
Setze $j = 1$.
- 2: **while** ($j \leq n$) **do**
- 3: **if** $\left(\sum_{i=1}^{j-1} z_{\pi(i)} x_{\pi(i)} + z_{\pi(j)} \leq Z \right)$ **then**
- 4: $x_{\pi(j)} := 1$
- 5: $j := j + 1$
- 6: **return**

Beispiel 4.1: Knapsack



Greedy: 2



$Z=N$
 $n=2$

$z_1 = 1$
 $p_1 = 2$

$z_2 = N$
 $p_2 = N$

Algorithmus 4.2 GREEDY₀

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ und G_0

mit

$$\sum_{i \in S} z_i \leq Z$$

und

$$G_0 := \sum_{i \in S} p_i = \textit{Maximal}$$

- 1: Sortiere $\{1, \dots, n\}$ nach $\frac{z_i}{p_i}$ aufsteigend;
Dies ergibt die Permutation $\pi(1), \dots, \pi(n)$.
Setze $j = 1$.
- 2: **while** ($j \leq n$) **do**
- 3: **if** $\left(\sum_{i=1}^{j-1} z_{\pi(i)} x_{\pi(i)} + z_{\pi(j)} \leq Z \right)$ **then**
- 4: $x_{\pi(j)} := 1$
- 5: $j := j + 1$
- 6: **return**

Beispiel 4.1: Knapsack



Greedy: 2



$Z=N$
 $n=2$

$z_1 = 1$
 $p_1 = 2$

$z_2 = N$
 $p_2 = N$

Algorithmus 4.2 GREEDY₀

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ und G_0

mit

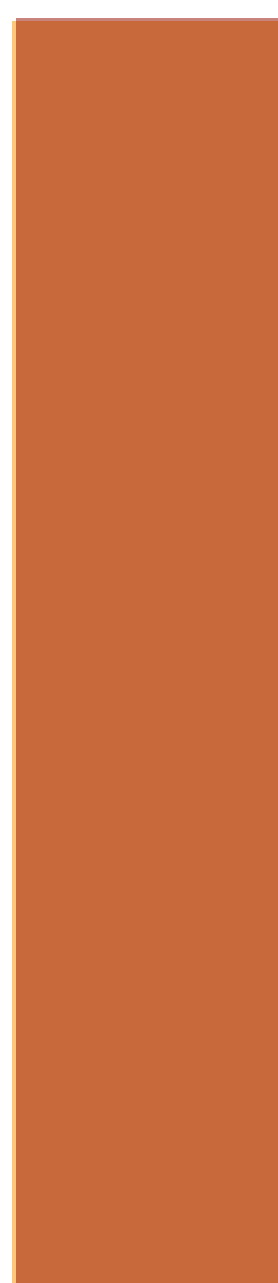
$$\sum_{i \in S} z_i \leq Z$$

und

$$G_0 := \sum_{i \in S} p_i = \textit{Maximal}$$

- 1: Sortiere $\{1, \dots, n\}$ nach $\frac{z_i}{p_i}$ aufsteigend;
Dies ergibt die Permutation $\pi(1), \dots, \pi(n)$.
Setze $j = 1$.
- 2: **while** ($j \leq n$) **do**
- 3: **if** ($\sum_{i=1}^{j-1} z_{\pi(i)} x_{\pi(i)} + z_{\pi(j)} \leq Z$) **then**
- 4: $x_{\pi(j)} := 1$
- 5: $j := j + 1$
- 6: **return**

Beispiel 4.1: Knapsack



Greedy: 2

OPT: N



Z=N
n=2

$z_1 = 1$
 $p_1 = 2$

$z_2 = N$
 $p_2 = N$

Algorithmus 4.2 GREEDY₀

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ und G_0

mit

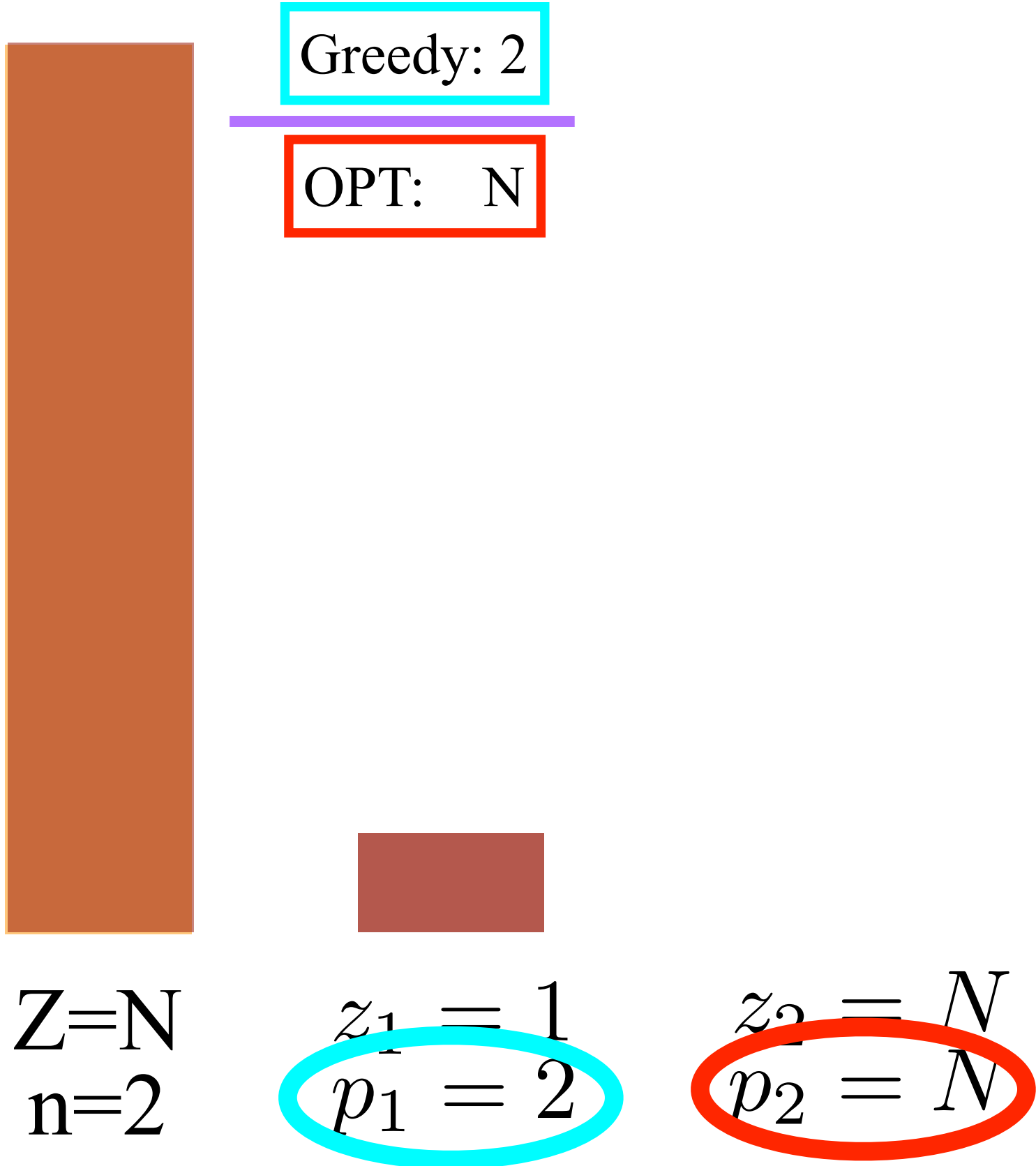
$$\sum_{i \in S} z_i \leq Z$$

und

$$G_0 := \sum_{i \in S} p_i = \textit{Maximal}$$

- 1: Sortiere $\{1, \dots, n\}$ nach $\frac{z_i}{p_i}$ aufsteigend;
Dies ergibt die Permutation $\pi(1), \dots, \pi(n)$.
Setze $j = 1$.
- 2: **while** ($j \leq n$) **do**
- 3: **if** ($\sum_{i=1}^{j-1} z_{\pi(i)} x_{\pi(i)} + z_{\pi(j)} \leq Z$) **then**
- 4: $x_{\pi(j)} := 1$
- 5: $j := j + 1$
- 6: **return**

Beispiel 4.1: Knapsack



Algorithmus 4.2 GREEDY₀

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ und G_0

mit

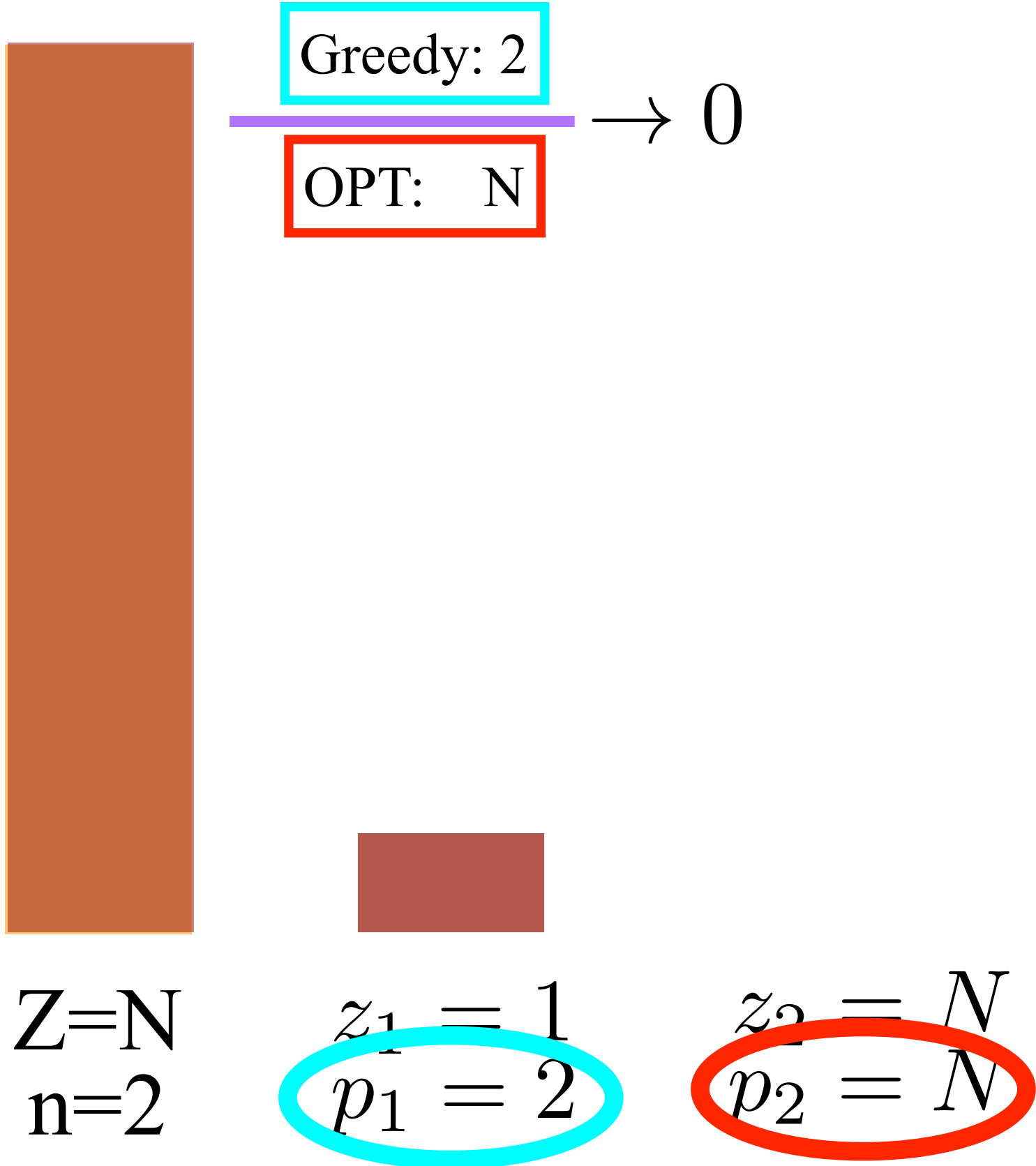
$$\sum_{i \in S} z_i \leq Z$$

und

$$G_0 := \sum_{i \in S} p_i = \textit{Maximal}$$

- 1: Sortiere $\{1, \dots, n\}$ nach $\frac{z_i}{p_i}$ aufsteigend;
Dies ergibt die Permutation $\pi(1), \dots, \pi(n)$.
Setze $j = 1$.
- 2: **while** ($j \leq n$) **do**
- 3: **if** ($\sum_{i=1}^{j-1} z_{\pi(i)} x_{\pi(i)} + z_{\pi(j)} \leq Z$) **then**
- 4: $x_{\pi(j)} := 1$
- 5: $j := j + 1$
- 6: **return**

Beispiel 4.1: Knapsack



Algorithmus 4.2 GREEDY₀

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ und G_0

mit

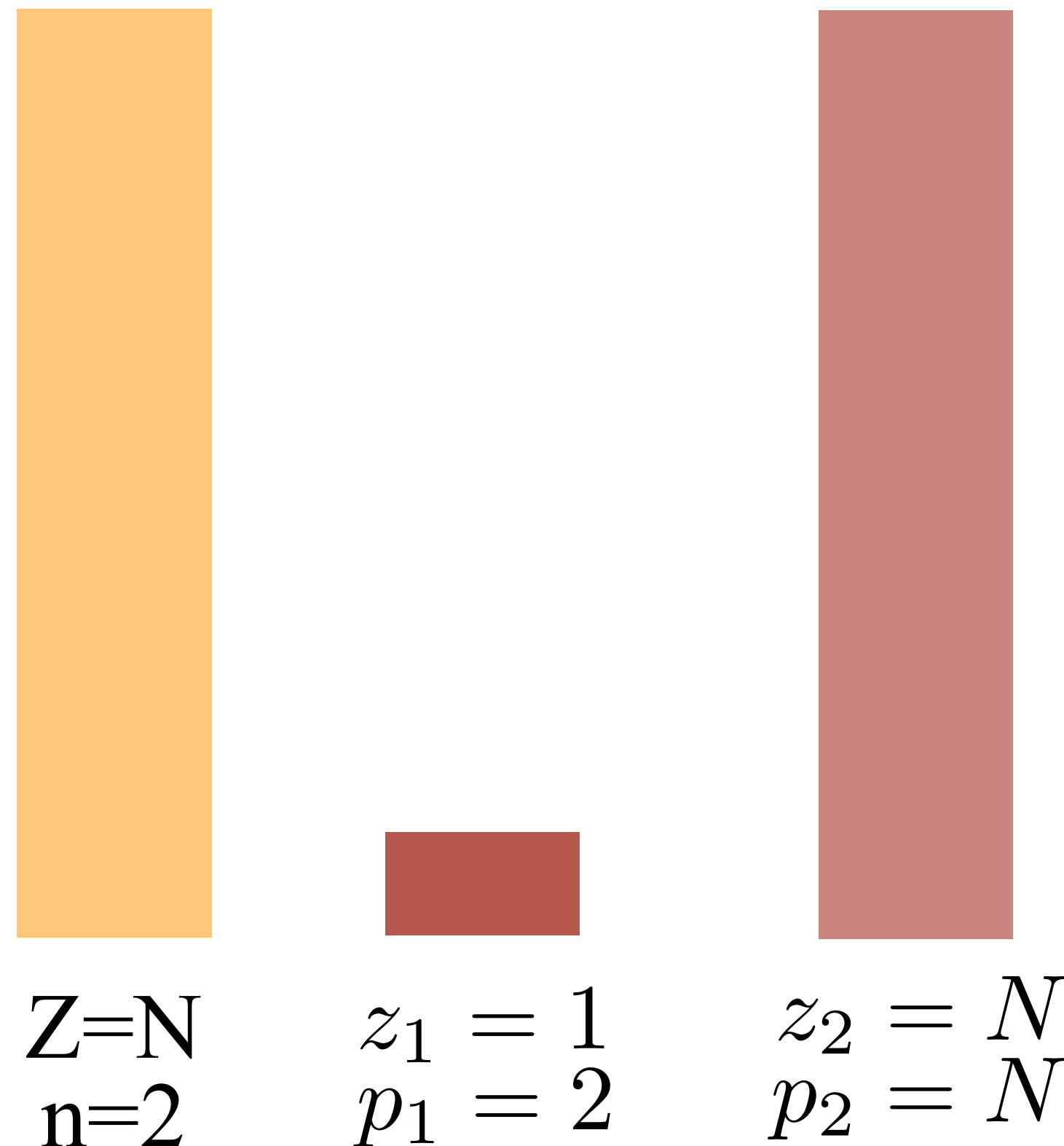
$$\sum_{i \in S} z_i \leq Z$$

und

$$G_0 := \sum_{i \in S} p_i = \textit{Maximal}$$

- 1: Sortiere $\{1, \dots, n\}$ nach $\frac{z_i}{p_i}$ aufsteigend;
Dies ergibt die Permutation $\pi(1), \dots, \pi(n)$.
Setze $j = 1$.
- 2: **while** ($j \leq n$) **do**
- 3: **if** ($\sum_{i=1}^{j-1} z_{\pi(i)} x_{\pi(i)} + z_{\pi(j)} \leq Z$) **then**
- 4: $x_{\pi(j)} := 1$
- 5: $j := j + 1$
- 6: **return**

Verbesserung?!



Algorithmus 4.2 GREEDY₀

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ und G_0

mit

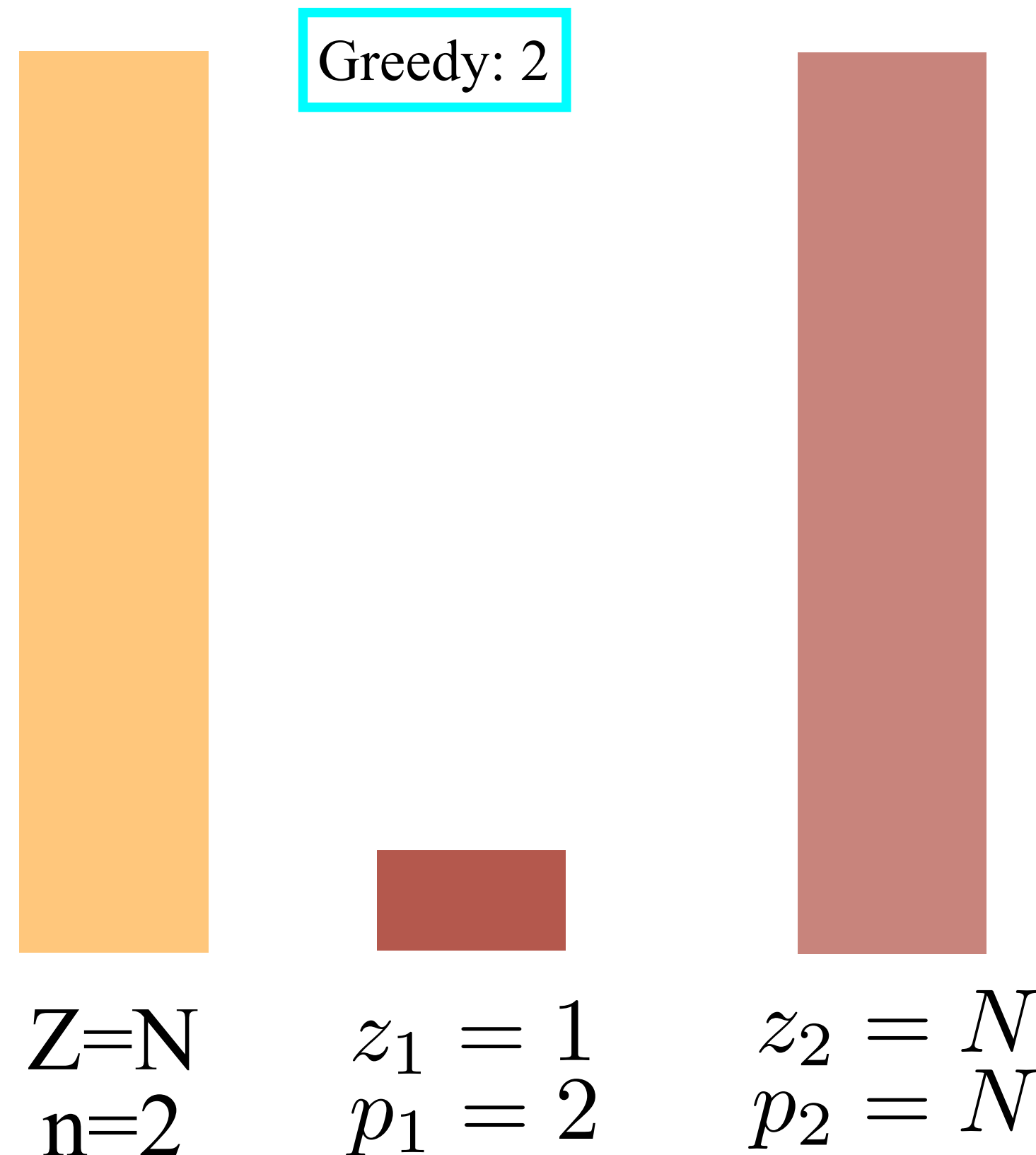
$$\sum_{i \in S} z_i \leq Z$$

und

$$G_0 := \sum_{i \in S} p_i = \textit{Maximal}$$

- 1: Sortiere $\{1, \dots, n\}$ nach $\frac{z_i}{p_i}$ aufsteigend;
Dies ergibt die Permutation $\pi(1), \dots, \pi(n)$.
Setze $j = 1$.
- 2: **while** ($j \leq n$) **do**
- 3: **if** $\left(\sum_{i=1}^{j-1} z_{\pi(i)} x_{\pi(i)} + z_{\pi(j)} \leq Z \right)$ **then**
- 4: $x_{\pi(j)} := 1$
- 5: $j := j + 1$

Verbesserung?!



Algorithmus 4.2 GREEDY₀

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ und G_0

mit

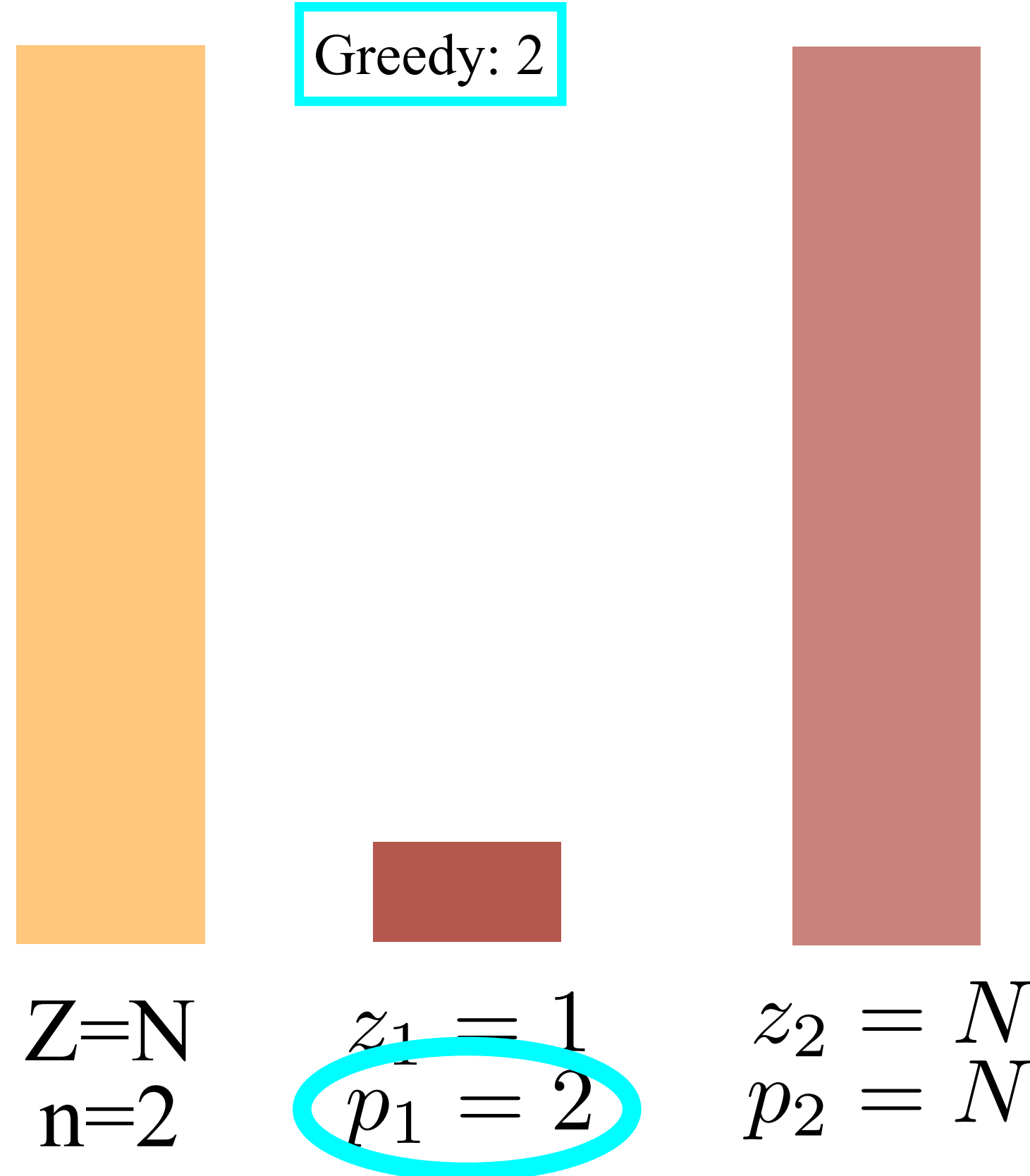
$$\sum_{i \in S} z_i \leq Z$$

und

$$G_0 := \sum_{i \in S} p_i = \text{Maximal}$$

- 1: Sortiere $\{1, \dots, n\}$ nach $\frac{z_i}{p_i}$ aufsteigend;
Dies ergibt die Permutation $\pi(1), \dots, \pi(n)$.
Setze $j = 1$.
- 2: **while** ($j \leq n$) **do**
- 3: **if** $\left(\sum_{i=1}^{j-1} z_{\pi(i)} x_{\pi(i)} + z_{\pi(j)} \leq Z \right)$ **then**
- 4: $x_{\pi(j)} := 1$
- 5: $j := j + 1$

Verbesserung?!



Algorithmus 4.2 GREEDY₀

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ und G_0

mit

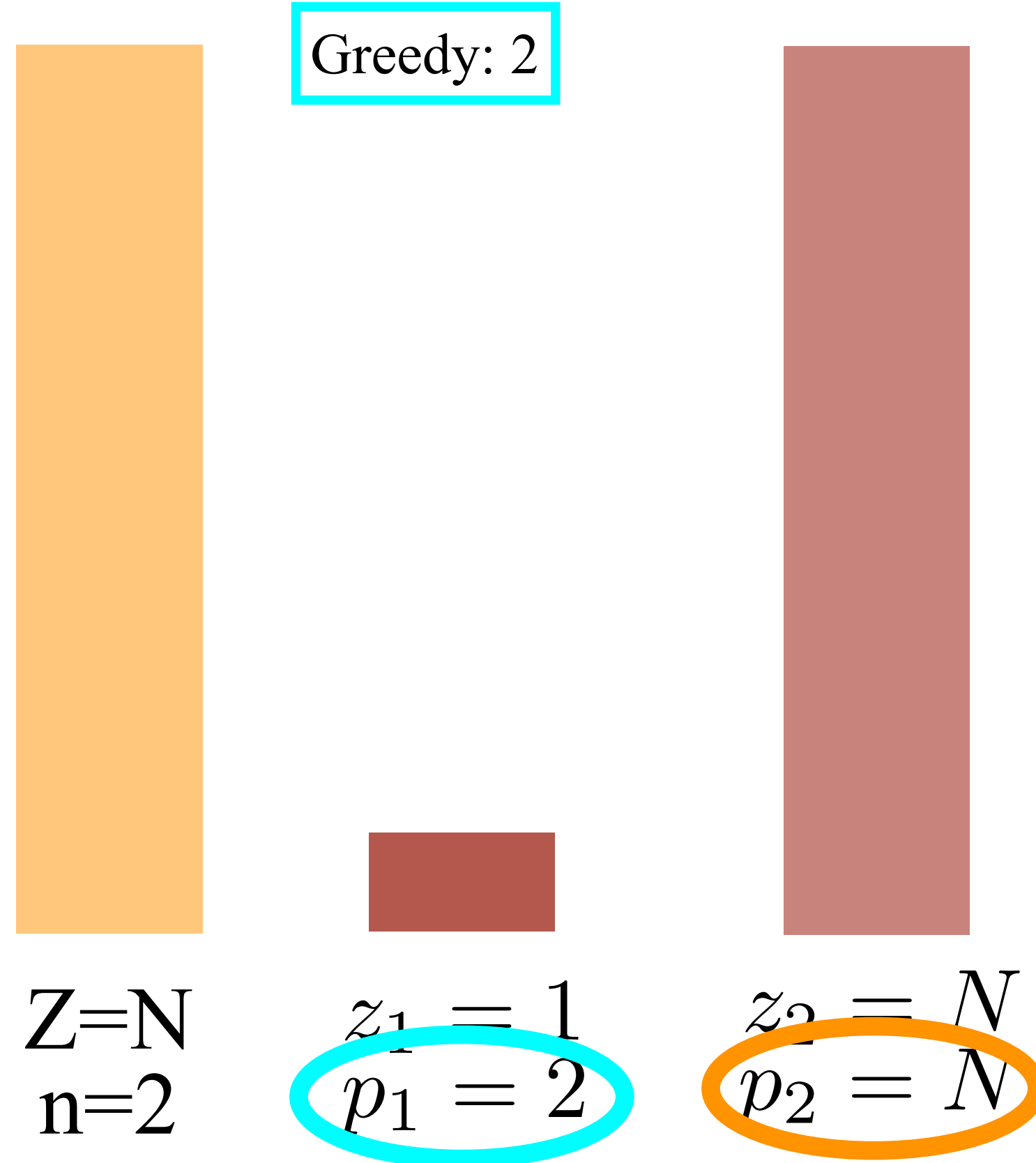
$$\sum_{i \in S} z_i \leq Z$$

und

$$G_0 := \sum_{i \in S} p_i = \textit{Maximal}$$

- 1: Sortiere $\{1, \dots, n\}$ nach $\frac{z_i}{p_i}$ aufsteigend;
Dies ergibt die Permutation $\pi(1), \dots, \pi(n)$.
Setze $j = 1$.
- 2: **while** ($j \leq n$) **do**
- 3: **if** $\left(\sum_{i=1}^{j-1} z_{\pi(i)} x_{\pi(i)} + z_{\pi(j)} \leq Z \right)$ **then**
- 4: $x_{\pi(j)} := 1$
- 5: $j := j + 1$

Verbesserung?!



Algorithmus 4.2 GREEDY₀

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ und G_0

mit

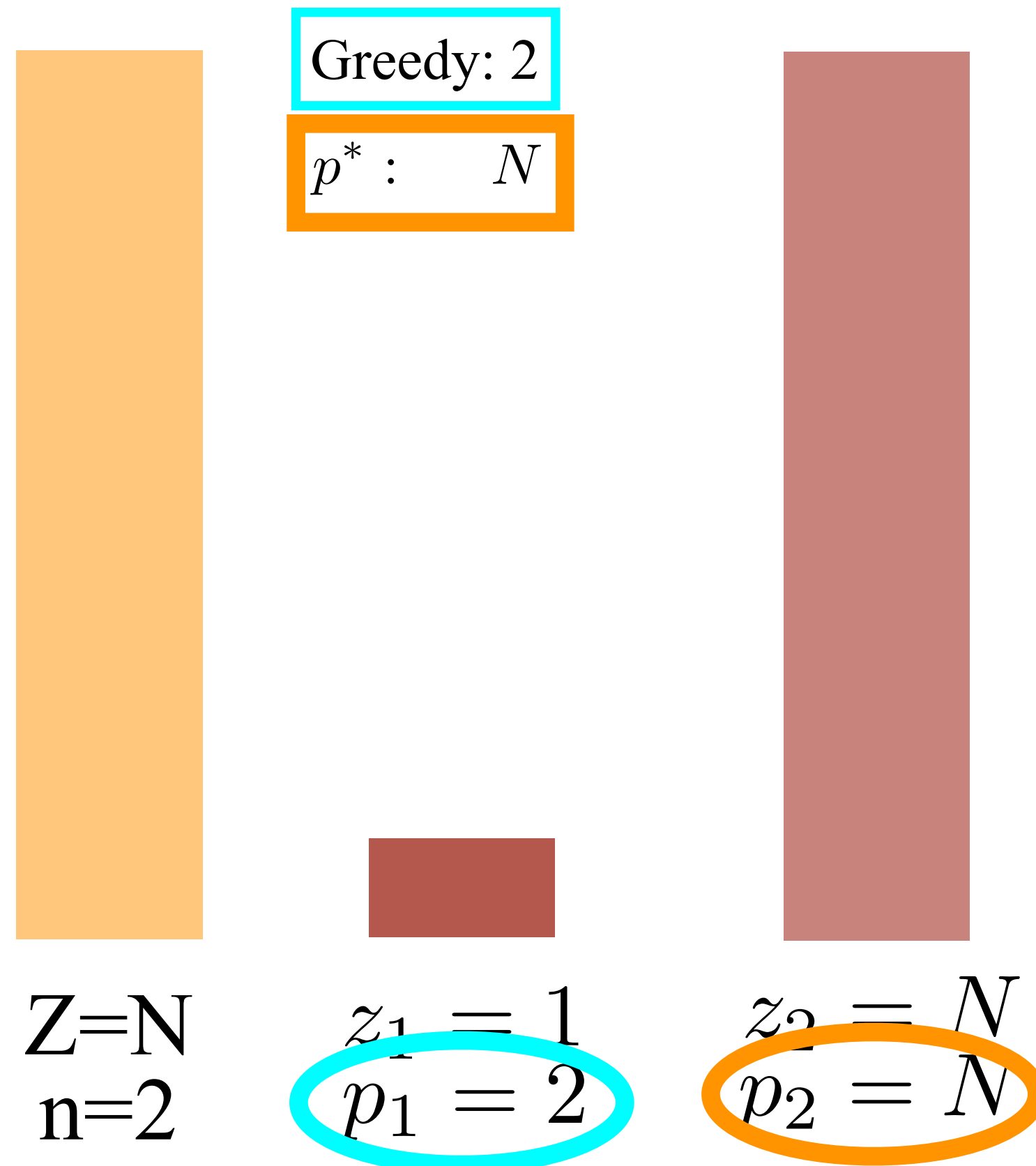
$$\sum_{i \in S} z_i \leq Z$$

und

$$G_0 := \sum_{i \in S} p_i = \text{Maximal}$$

- 1: Sortiere $\{1, \dots, n\}$ nach $\frac{z_i}{p_i}$ aufsteigend;
Dies ergibt die Permutation $\pi(1), \dots, \pi(n)$.
Setze $j = 1$.
- 2: **while** ($j \leq n$) **do**
- 3: **if** ($\sum_{i=1}^{j-1} z_{\pi(i)} x_{\pi(i)} + z_{\pi(j)} \leq Z$) **then**
- 4: $x_{\pi(j)} := 1$
- 5: $j := j + 1$

Verbesserung?!



Algorithmus 4.2 GREEDY₀

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ und G_0

mit

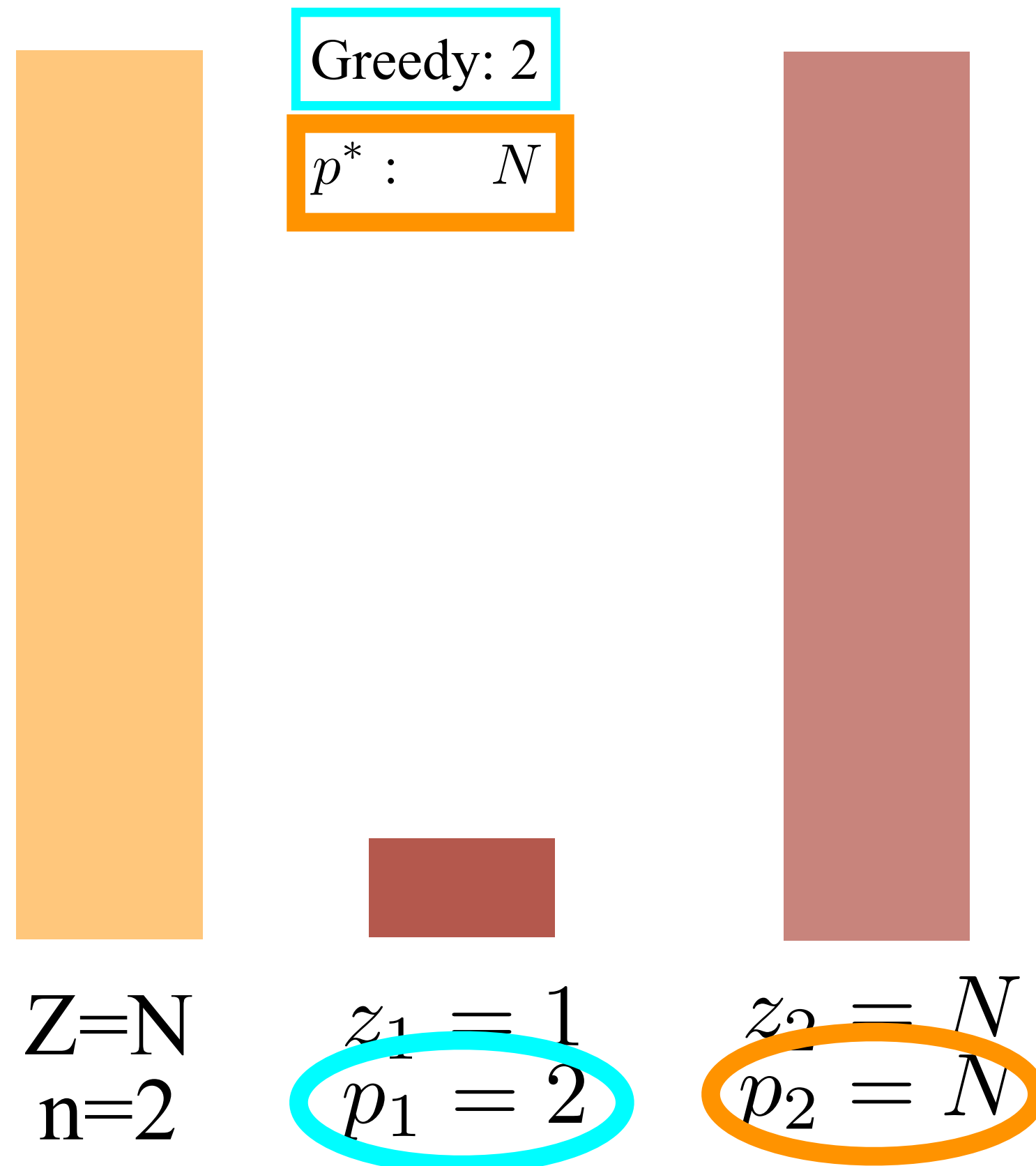
$$\sum_{i \in S} z_i \leq Z$$

und

$$G_0 := \sum_{i \in S} p_i = \textit{Maximal}$$

- 1: Sortiere $\{1, \dots, n\}$ nach $\frac{z_i}{p_i}$ aufsteigend;
Dies ergibt die Permutation $\pi(1), \dots, \pi(n)$.
Setze $j = 1$.
- 2: **while** ($j \leq n$) **do**
- 3: **if** ($\sum_{i=1}^{j-1} z_{\pi(i)} x_{\pi(i)} + z_{\pi(j)} \leq Z$) **then**
- 4: $x_{\pi(j)} := 1$
- 5: $j := j + 1$

Verbesserung?!



Algorithmus 4.3 GREEDY₀'

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ und G_0

mit

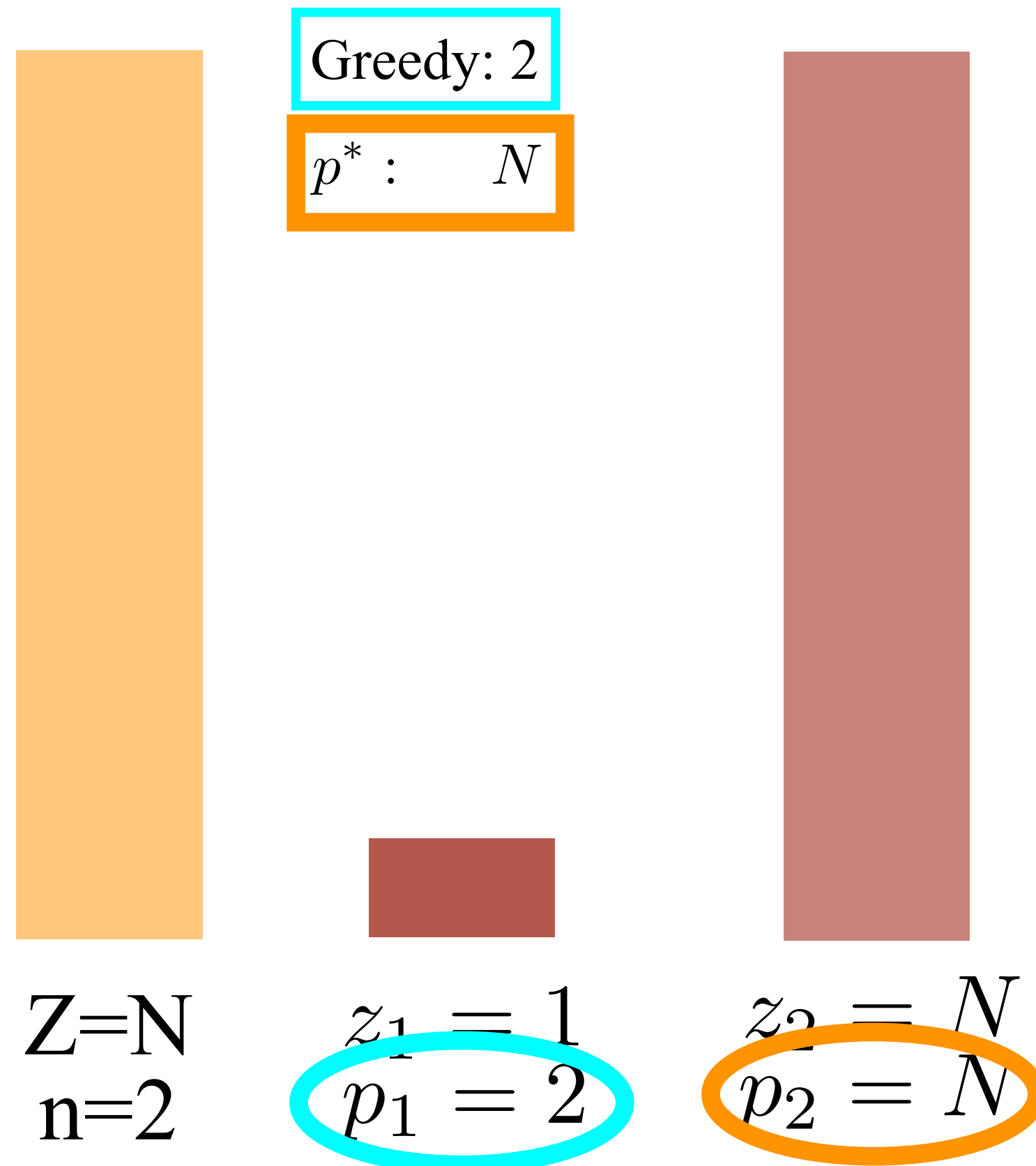
$$\sum_{i \in S} z_i \leq Z$$

und

$$G_0 := \sum_{i \in S} p_i = \textit{Maximal}$$

- 1: Sortiere $\{1, \dots, n\}$ nach $\frac{z_i}{p_i}$ aufsteigend;
Dies ergibt die Permutation $\pi(1), \dots, \pi(n)$.
Setze $j = 1$.
- 2: **while** ($j \leq n$) **do**
- 3: **if** ($\sum_{i=1}^{j-1} z_{\pi(i)} x_{\pi(i)} + z_{\pi(j)} \leq Z$) **then**
- 4: $x_{\pi(j)} := 1$
- 5: $j := j + 1$
- 6: $G'_0 := \max \{G_0, \max \{p_i \mid z_i < Z, i \in \{1, \dots, n\}\}\}$
- 7: **return**

Verbesserung?!



Algorithmus 4.3 GREEDY₀'

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ und G_0

mit

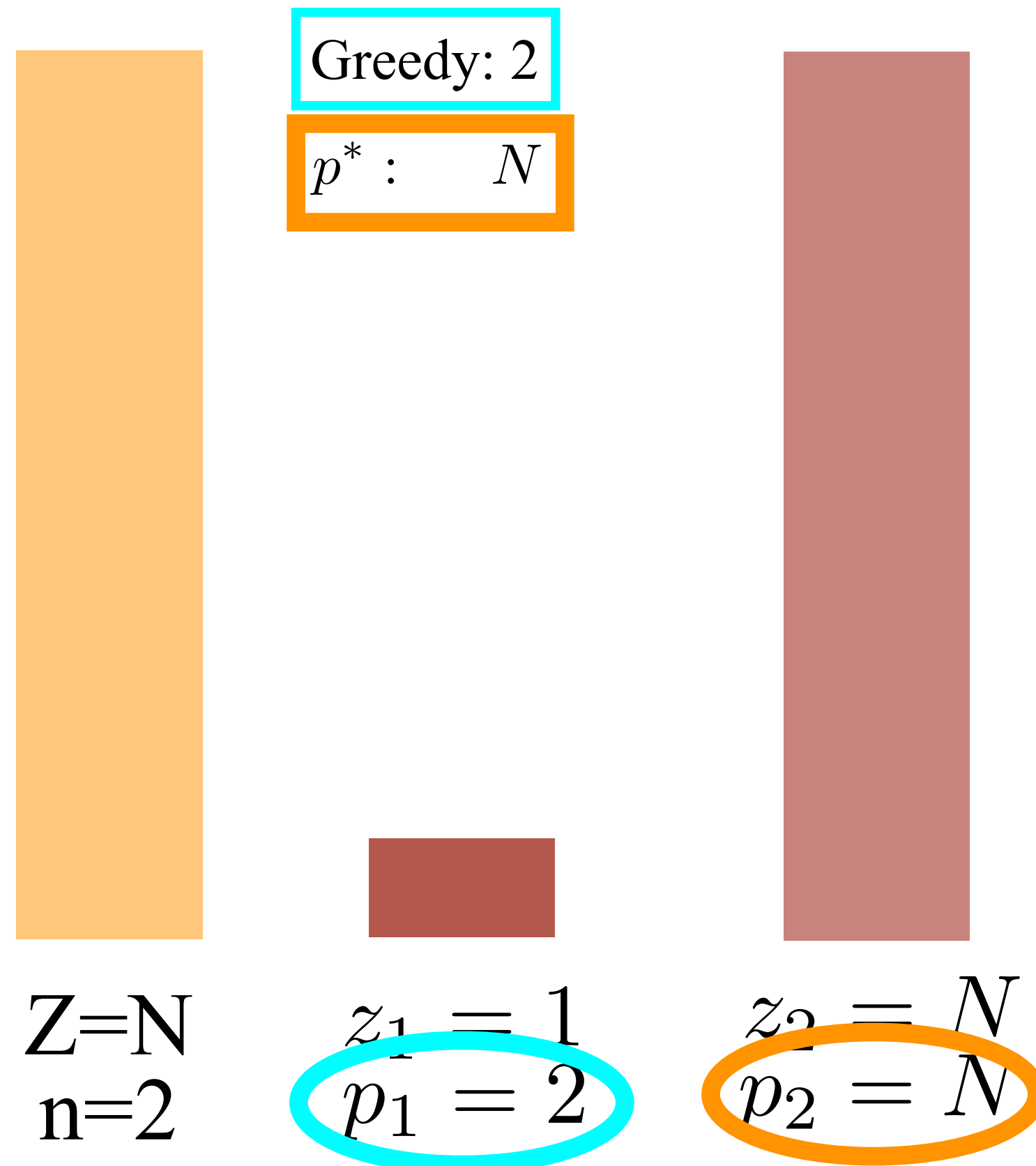
$$\sum_{i \in S} z_i \leq Z$$

und

$$G_0 := \sum_{i \in S} p_i = \textit{Maximal}$$

- 1: Sortiere $\{1, \dots, n\}$ nach $\frac{z_i}{p_i}$ aufsteigend;
Dies ergibt die Permutation $\pi(1), \dots, \pi(n)$.
Setze $j = 1$.
- 2: **while** ($j \leq n$) **do**
- 3: **if** ($\sum_{i=1}^{j-1} z_{\pi(i)} x_{\pi(i)} + z_{\pi(j)} \leq Z$) **then**
- 4: $x_{\pi(j)} := 1$
- 5: $j := j + 1$
- 6: $G'_0 := \max \{ G_0, \max \{ p_i \mid z_i < Z, i \in \{1, \dots, n\} \} \}$
- 7: **return**

Verbesserung?!



Algorithmus 4.3 GREEDY₀'

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ und G_0

mit

$$\sum_{i \in S} z_i \leq Z$$


und

$$G_0 := \sum_{i \in S} p_i = \text{Maximal}$$

- 1: Sortiere $\{1, \dots, n\}$ nach $\frac{z_i}{p_i}$ aufsteigend;
Dies ergibt die Permutation $\pi(1), \dots, \pi(n)$.
Setze $j = 1$.
- 2: **while** ($j \leq n$) **do**
- 3: **if** ($\sum_{i=1}^{j-1} z_{\pi(i)} x_{\pi(i)} + z_{\pi(j)} \leq Z$) **then**
- 4: $x_{\pi(j)} := 1$
- 5: $j := j + 1$
- 6: $G'_0 := \max \{ G_0, \max \{ p_i \mid z_i < Z, i \in \{1, \dots, n\} \} \}$
- 7: **return**

Wie gut ist das allgemein?

Wie gut ist das allgemein?



Algorithmus 4.3 Greedy-Approximation

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq Z$ und Wert $G'_0 := \sum_{i \in S} p_i$

1: $G'_0 := \max \{G_0, \max\{p_i \mid z_i < Z, i \in \{1, \dots, n\}\}\}$

2: **return**

Wie gut ist das allgemein?

Algorithmus 4.3 Greedy-Approximation

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq Z$ und Wert $G'_0 := \sum_{i \in S} p_i$

1: $G'_0 = \max \{G_0, \max\{p_i \mid z_i < Z, i \in \{1, \dots, n\}\}\}$

2: **return**

Wie gut ist das allgemein?

Algorithmus 4.3 Greedy-Approximation

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq Z$ und Wert $G'_0 := \sum_{i \in S} p_i$

1: $G'_0 = \max_{G_0} \max\{p_i \mid z_i < Z, i \in \{1, \dots, n\}\}$

2: **return**

Wie gut ist das allgemein?

Algorithmus 4.3 Greedy-Approximation

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq Z$ und Wert $G'_0 := \sum_{i \in S} p_i$

1: $G'_0 = \max_{G_0} \max\{p_i \mid z_i < Z, i \in \{1, \dots, n\}\}$

2: **return**

Wie gut ist das allgemein?

Algorithmus 4.3 Greedy-Approximation

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq Z$ und Wert $G'_0 := \sum_{i \in S} p_i$

1: $G'_0 = \max_{G_0} \max\{p_i \mid z_i < Z, i \in \{1, \dots, n\}\}$

2: **return**

Wie gut ist das allgemein?

Algorithmus 4.3 Greedy-Approximation

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq Z$ und Wert $G'_0 := \sum_{i \in S} p_i$

1: $G'_0 = \max_{G_0} \max\{p_i \mid z_i < Z, i \in \{1, \dots, n\}\}$

2: **return**

Wie gut ist das allgemein?

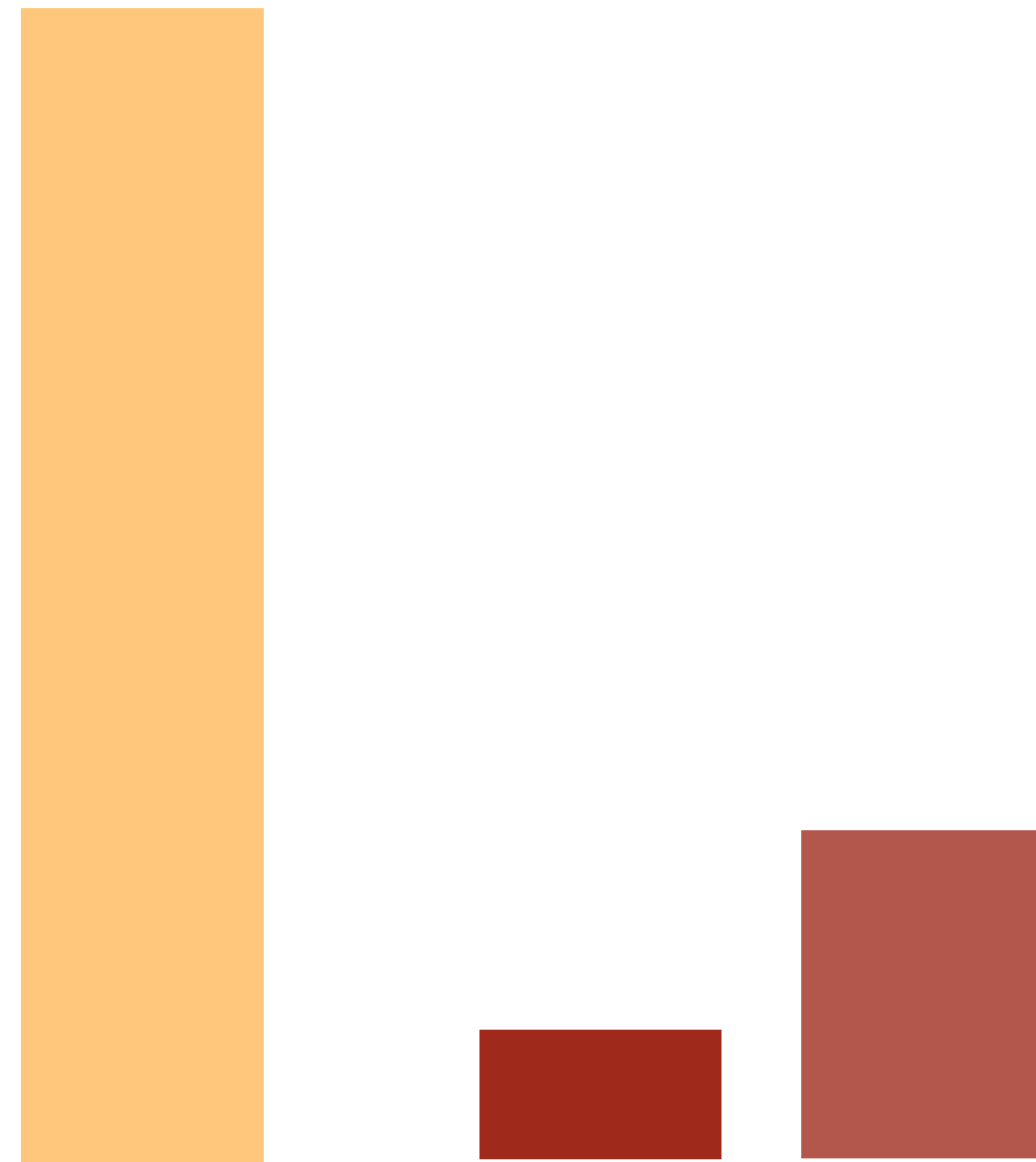
Algorithmus 4.3 Greedy-Approximation

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq Z$ und Wert $G'_0 := \sum_{i \in S} p_i$

1: $G'_0 = \max_{G_0} \max\{p_i \mid z_i < Z, i \in \{1, \dots, n\}\}$

2: **return**



Wie gut ist das allgemein?

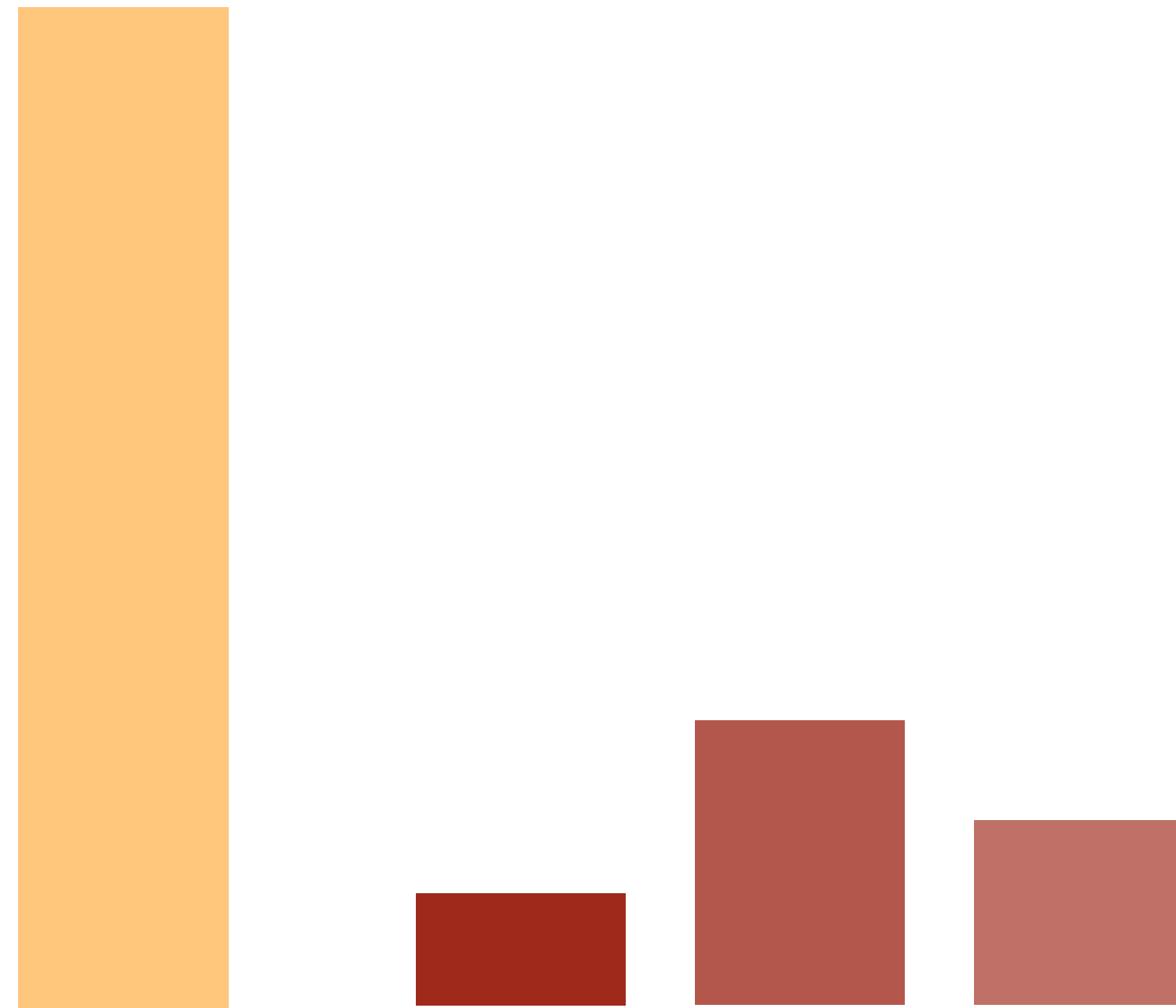
Algorithmus 4.3 Greedy-Approximation

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

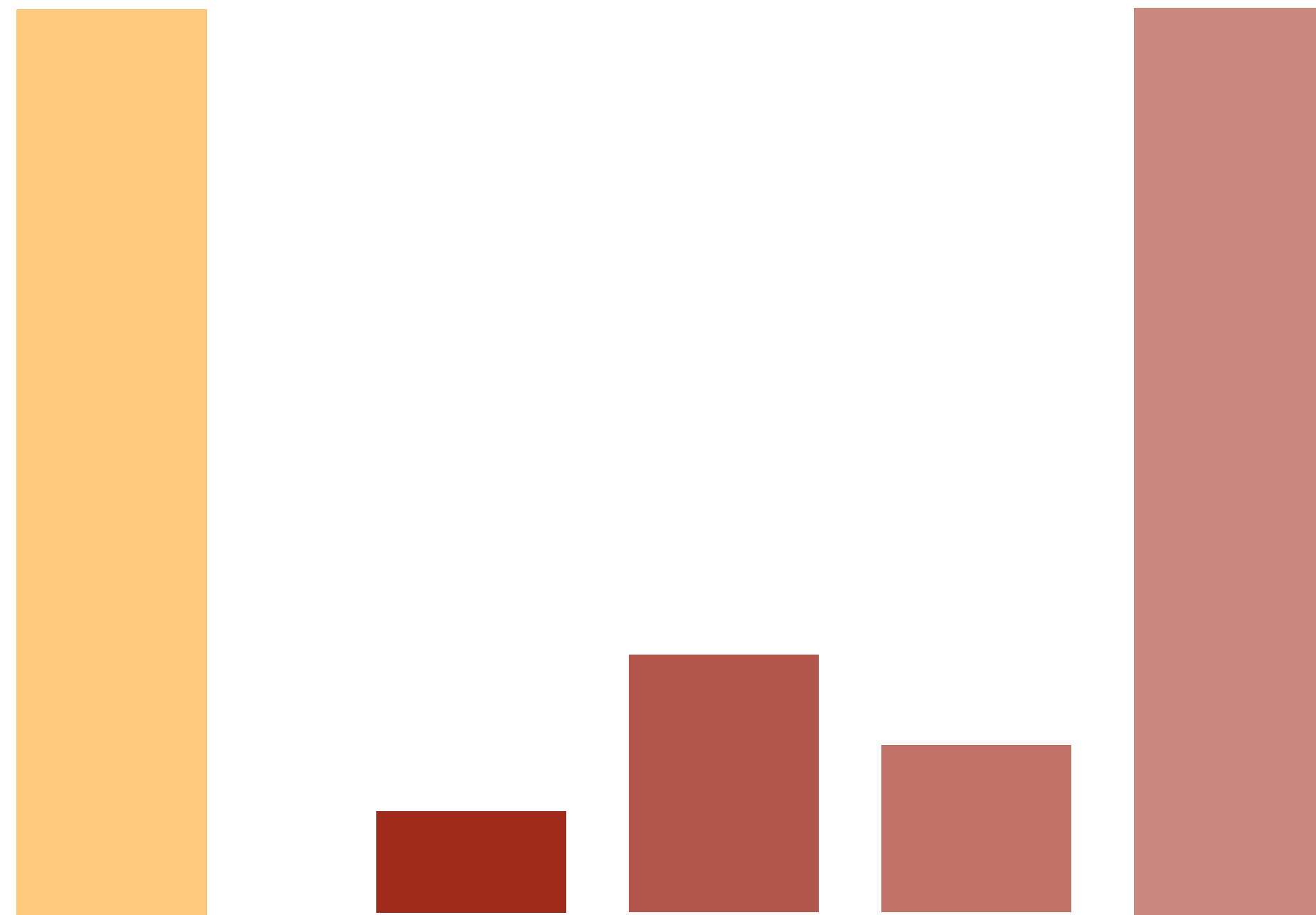
Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq Z$ und Wert $G'_0 := \sum_{i \in S} p_i$

1: $G'_0 = \max_{G_0} \max\{p_i \mid z_i < Z, i \in \{1, \dots, n\}\}$

2: **return**



Wie gut ist das allgemein?



Algorithmus 4.3 Greedy-Approximation

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq Z$ und Wert $G'_0 := \sum_{i \in S} p_i$

1: $G'_0 = \max_{G_0} \max\{p_i \mid z_i < Z, i \in \{1, \dots, n\}\}$

2: **return**

Wie gut ist das allgemein?

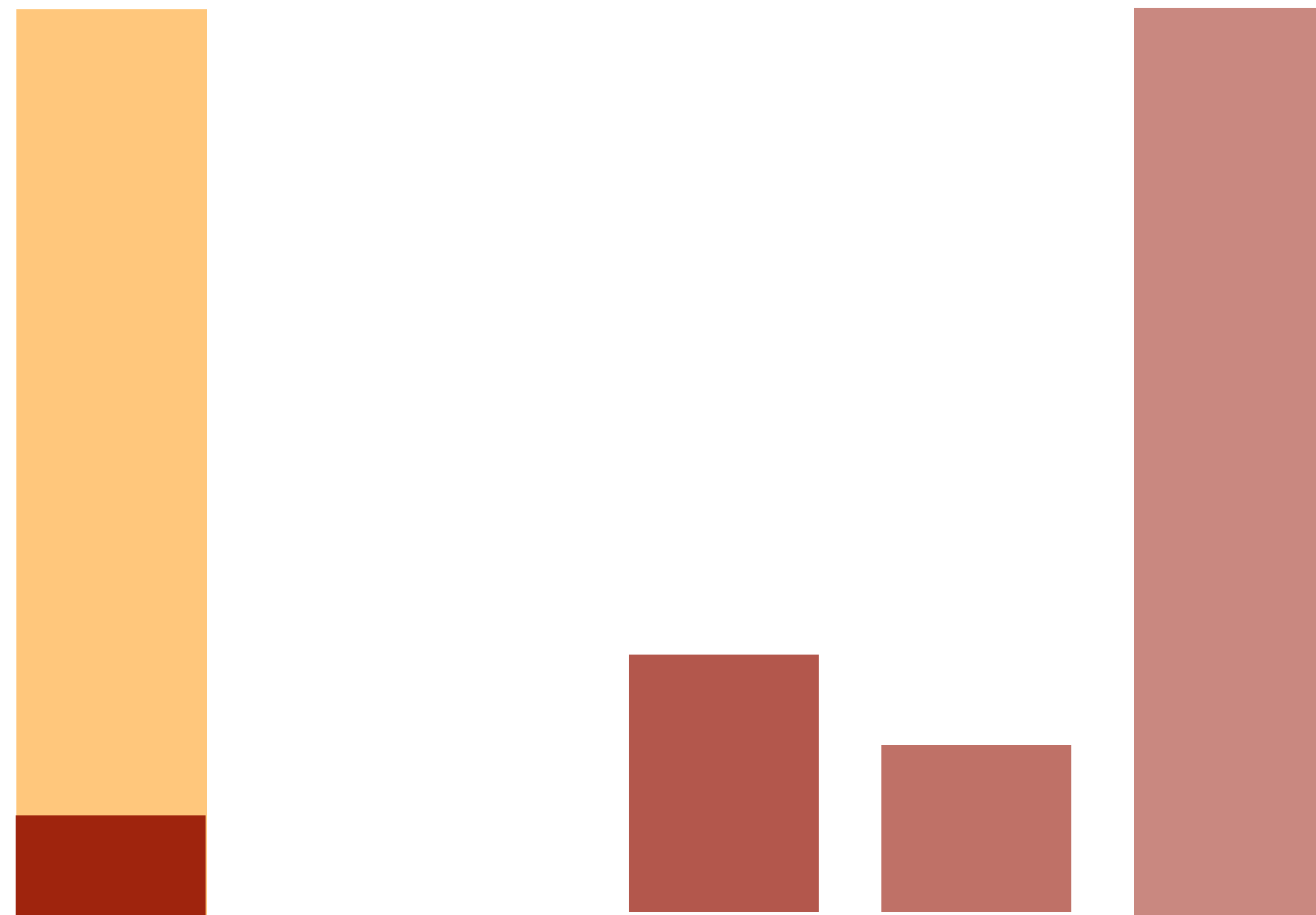
Algorithmus 4.3 Greedy-Approximation

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq Z$ und Wert $G'_0 := \sum_{i \in S} p_i$

1: $G'_0 = \max_{G_0} \max\{p_i \mid z_i < Z, i \in \{1, \dots, n\}\}$

2: return



Wie gut ist das allgemein?

Algorithmus 4.3 Greedy-Approximation

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq Z$ und Wert $G'_0 := \sum_{i \in S} p_i$

1: $G'_0 = \max_{G_0} \max\{p_i \mid z_i < Z, i \in \{1, \dots, n\}\}$

2: return



Wie gut ist das allgemein?

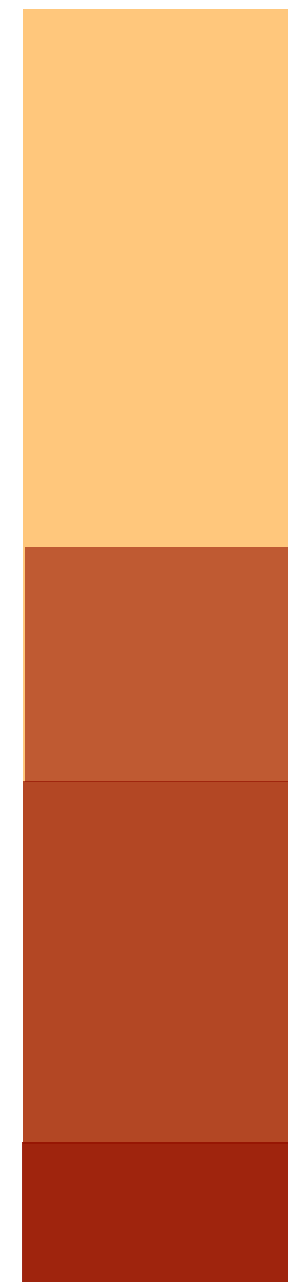
Algorithmus 4.3 Greedy-Approximation

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq Z$ und Wert $G'_0 := \sum_{i \in S} p_i$

1: $G'_0 = \max_{G_0} \max\{p_i \mid z_i < Z, i \in \{1, \dots, n\}\}$

2: **return**



Wie gut ist das allgemein?

Algorithmus 4.3 Greedy-Approximation

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq Z$ und Wert $G'_0 := \sum_{i \in S} p_i$

1: $G'_0 = \max_{G_0} \max\{p_i \mid z_i < Z, i \in \{1, \dots, n\}\}$

2: **return**

Wie gut ist das allgemein?

Algorithmus 4.3 Greedy-Approximation

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq Z$ und Wert $G'_0 := \sum_{i \in S} p_i$

1: $G'_0 = \max_{G_0} \max\{p_i \mid z_i < Z, i \in \{1, \dots, n\}\}$

2: return

Wie gut ist das allgemein?

Algorithmus 4.3 Greedy-Approximation

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq Z$ und Wert $G'_0 := \sum_{i \in S} p_i$

1: $G'_0 = \max_{G_0} \max\{p_i \mid z_i < Z, i \in \{1, \dots, n\}\}$

2: **return**

Wie gut ist das allgemein?

Algorithmus 4.3 Greedy-Approximation

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq Z$ und Wert $G'_0 := \sum_{i \in S} p_i$

1: $G'_0 = \max_{G_0} \max\{p_i \mid z_i < Z, i \in \{1, \dots, n\}\}$

2: **return**

Wie gut ist das allgemein?

Algorithmus 4.3 Greedy-Approximation

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq Z$ und Wert $G'_0 := \sum_{i \in S} p_i$

1: $G'_0 = \max_{G_0} \max\{p_i \mid z_i < Z, i \in \{1, \dots, n\}\}$

2: return

Satz 4.4. Algorithmus 4.3 berechnet eine Lösung mit G'_0 ;
im Vergleich mit dem Optimalwert OPT gilt: $G'_0 \geq \frac{1}{2}OPT$.

Wie gut ist das allgemein?

Algorithmus 4.3 Greedy-Approximation

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq Z$ und Wert $G'_0 := \sum_{i \in S} p_i$

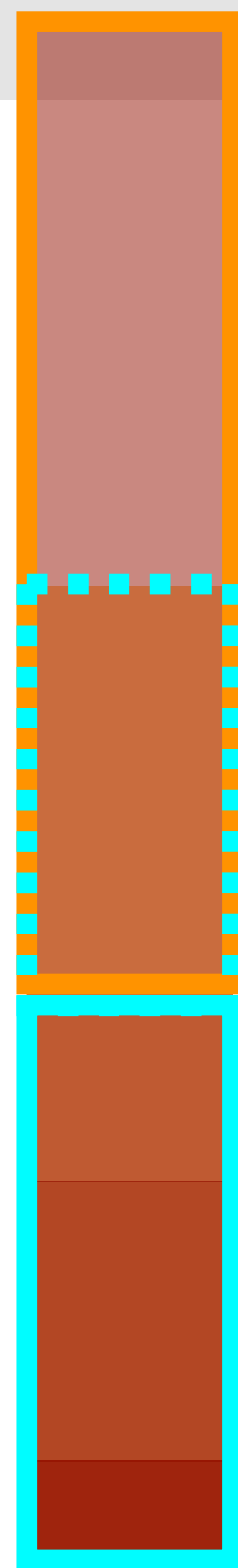
1: $G'_0 = \max_{G_0} \max\{p_i \mid z_i < Z, i \in \{1, \dots, n\}\}$

2: return

Satz 4.4. Algorithmus 4.3 berechnet eine Lösung mit G'_0 ;
im Vergleich mit dem Optimalwert OPT gilt: $G'_0 \geq \frac{1}{2}OPT$.

G'_0

Wie gut ist das allgemein?



Algorithmus 4.3 Greedy-Approximation

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq Z$ und Wert $G'_0 := \sum_{i \in S} p_i$

1: $G'_0 = \max_{G_0} \max\{p_i \mid z_i < Z, i \in \{1, \dots, n\}\}$

2: return

Satz 4.4. Algorithmus 4.3 berechnet eine Lösung mit G'_0 ;
im Vergleich mit dem Optimalwert OPT gilt: $G'_0 \geq \frac{1}{2}OPT$.

G'_0

Wie gut ist das allgemein?

Algorithmus 4.3 Greedy-Approximation

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq Z$ und Wert $G'_0 := \sum_{i \in S} p_i$

1: $G'_0 = \max_{G_0} \max\{p_i \mid z_i < Z, i \in \{1, \dots, n\}\}$

2: return

Satz 4.4. Algorithmus 4.3 berechnet eine Lösung mit G'_0 ;
im Vergleich mit dem Optimalwert OPT gilt: $G'_0 \geq \frac{1}{2}OPT$.

$$G'_0 \geq G_0$$

Wie gut ist das allgemein?

Algorithmus 4.3 Greedy-Approximation

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq Z$ und Wert $G'_0 := \sum_{i \in S} p_i$

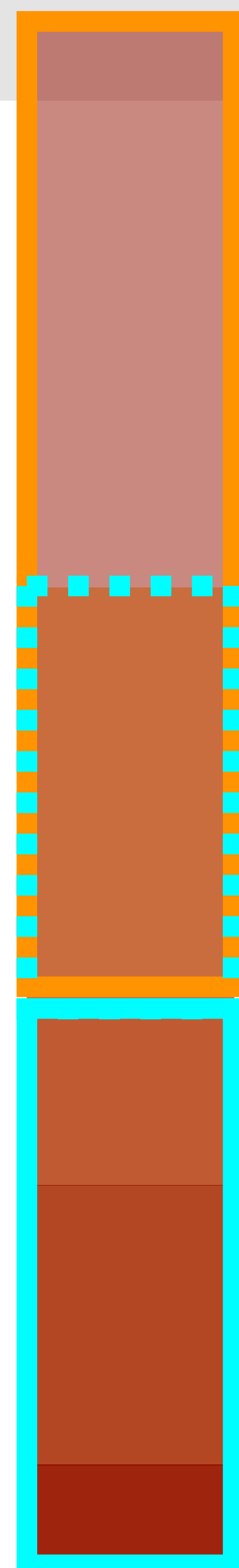
1: $G'_0 = \max_{G_0} \max\{p_i \mid z_i < Z, i \in \{1, \dots, n\}\}$

2: return

Satz 4.4. Algorithmus 4.3 berechnet eine Lösung mit G'_0 ;
im Vergleich mit dem Optimalwert OPT gilt: $G'_0 \geq \frac{1}{2}OPT$.

$$G'_0 \geq G_0$$

Wie gut ist das allgemein?



Algorithmus 4.3 Greedy-Approximation

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq Z$ und Wert $G'_0 := \sum_{i \in S} p_i$

1: $G'_0 = \max_{G_0} \max\{p_i \mid z_i < Z, i \in \{1, \dots, n\}\}$

2: return

Satz 4.4. Algorithmus 4.3 berechnet eine Lösung mit G'_0 ;
im Vergleich mit dem Optimalwert OPT gilt: $G'_0 \geq \frac{1}{2}OPT$.

$$G'_0 \geq G_0 \quad G'_0$$

Wie gut ist das allgemein?

Algorithmus 4.3 Greedy-Approximation

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq Z$ und Wert $G'_0 := \sum_{i \in S} p_i$

1: $G'_0 = \max_{G_0} \max\{p_i \mid z_i < Z, i \in \{1, \dots, n\}\}$

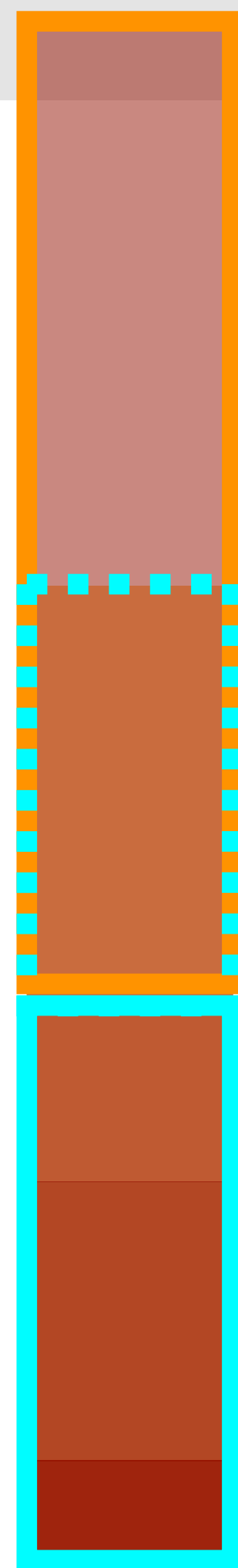
2: return

Satz 4.4. Algorithmus 4.3 berechnet eine Lösung mit G'_0 ;
im Vergleich mit dem Optimalwert OPT gilt: $G'_0 \geq \frac{1}{2}OPT$.

$$G'_0 \geq G_0$$

$$G'_0$$

Wie gut ist das allgemein?



Algorithmus 4.3 Greedy-Approximation

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq Z$ und Wert $G'_0 := \sum_{i \in S} p_i$

1: $G'_0 = \max_{G_0} \max\{p_i \mid z_i < Z, i \in \{1, \dots, n\}\}$

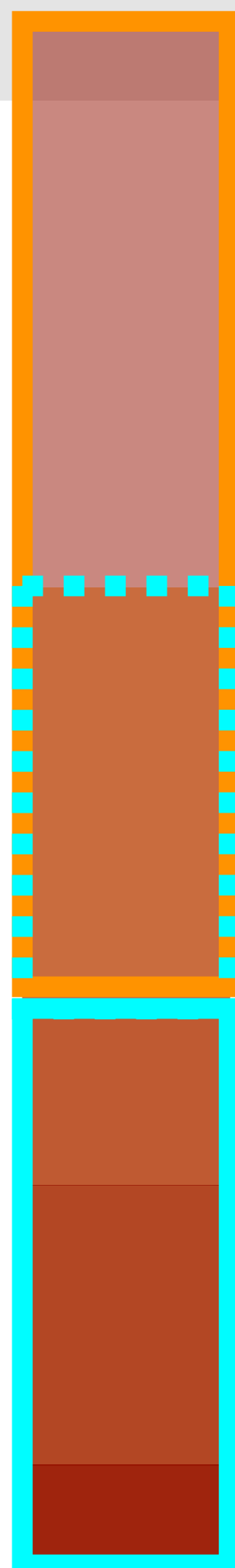
2: return

Satz 4.4. Algorithmus 4.3 berechnet eine Lösung mit G'_0 ;
im Vergleich mit dem Optimalwert OPT gilt: $G'_0 \geq \frac{1}{2}OPT$.

$$G'_0 \geq G_0$$

$$G'_0 \geq p^*$$

Wie gut ist das allgemein?



Algorithmus 4.3 Greedy-Approximation

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq Z$ und Wert $G'_0 := \sum_{i \in S} p_i$

1: $G'_0 = \max_{G_0} \max\{p_i \mid z_i < Z, i \in \{1, \dots, n\}\}$

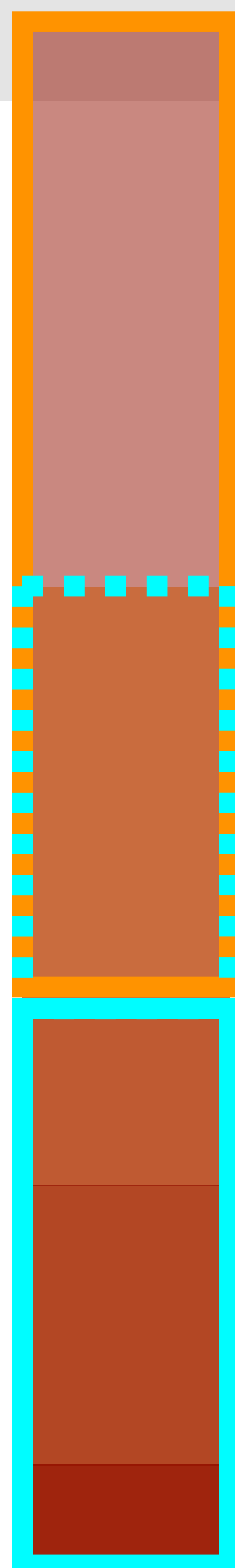
2: return

Satz 4.4. Algorithmus 4.3 berechnet eine Lösung mit G'_0 ;
im Vergleich mit dem Optimalwert OPT gilt: $G'_0 \geq \frac{1}{2}OPT$.

$$G'_0 \geq G_0$$

$$G'_0 \geq p^*$$

Wie gut ist das allgemein?



Algorithmus 4.3 Greedy-Approximation

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq Z$ und Wert $G'_0 := \sum_{i \in S} p_i$

1: $G'_0 = \max_{G_0} \max\{p_i \mid z_i < Z, i \in \{1, \dots, n\}\}$

2: return

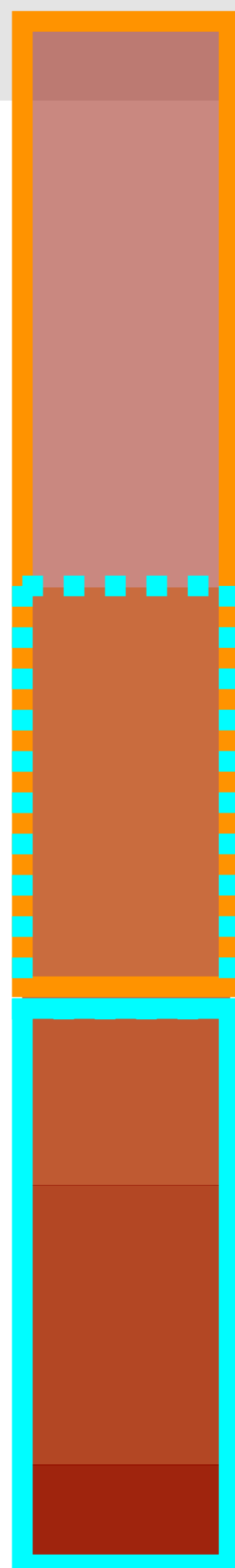
Satz 4.4. Algorithmus 4.3 berechnet eine Lösung mit G'_0 ;
im Vergleich mit dem Optimalwert OPT gilt: $G'_0 \geq \frac{1}{2}OPT$.

$$G'_0 \geq G_0$$

$$G'_0 \geq p^*$$

$$OPT \leq \text{FractionalKP} = G_0 + x_i p_i \leq G_0 + p^* \leq 2G'_0$$

Wie gut ist das allgemein?



Algorithmus 4.3 Greedy-Approximation

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq Z$ und Wert $G'_0 := \sum_{i \in S} p_i$

1: $G'_0 = \max_{G_0} \max\{p_i \mid z_i < Z, i \in \{1, \dots, n\}\}$

2: return

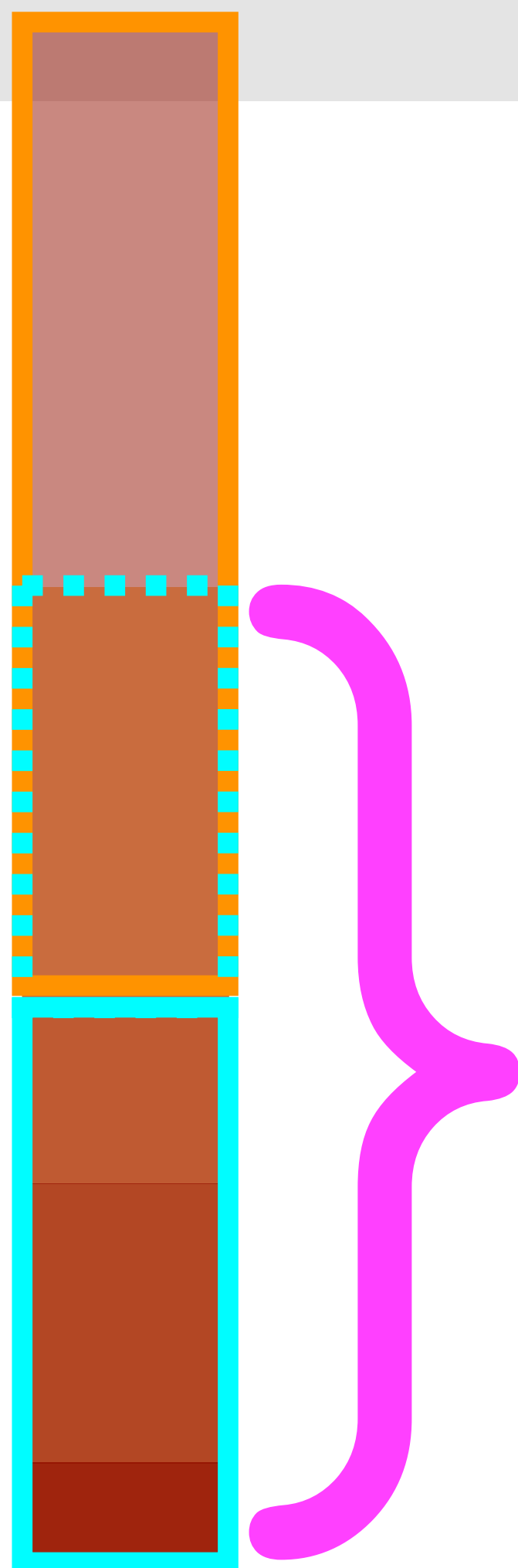
Satz 4.4. Algorithmus 4.3 berechnet eine Lösung mit G'_0 ;
im Vergleich mit dem Optimalwert OPT gilt: $G'_0 \geq \frac{1}{2}OPT$.

$$G'_0 \geq G_0$$

$$G'_0 \geq p^*$$

$$OPT \leq \text{FractionalKP} = G_0 + x_i p_i \leq G_0 + p^* \leq 2G'_0$$

Wie gut ist das allgemein?



Algorithmus 4.3 Greedy-Approximation

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq Z$ und Wert $G'_0 := \sum_{i \in S} p_i$

1: $G'_0 = \max_{G_0} \max\{p_i \mid z_i < Z, i \in \{1, \dots, n\}\}$

2: return

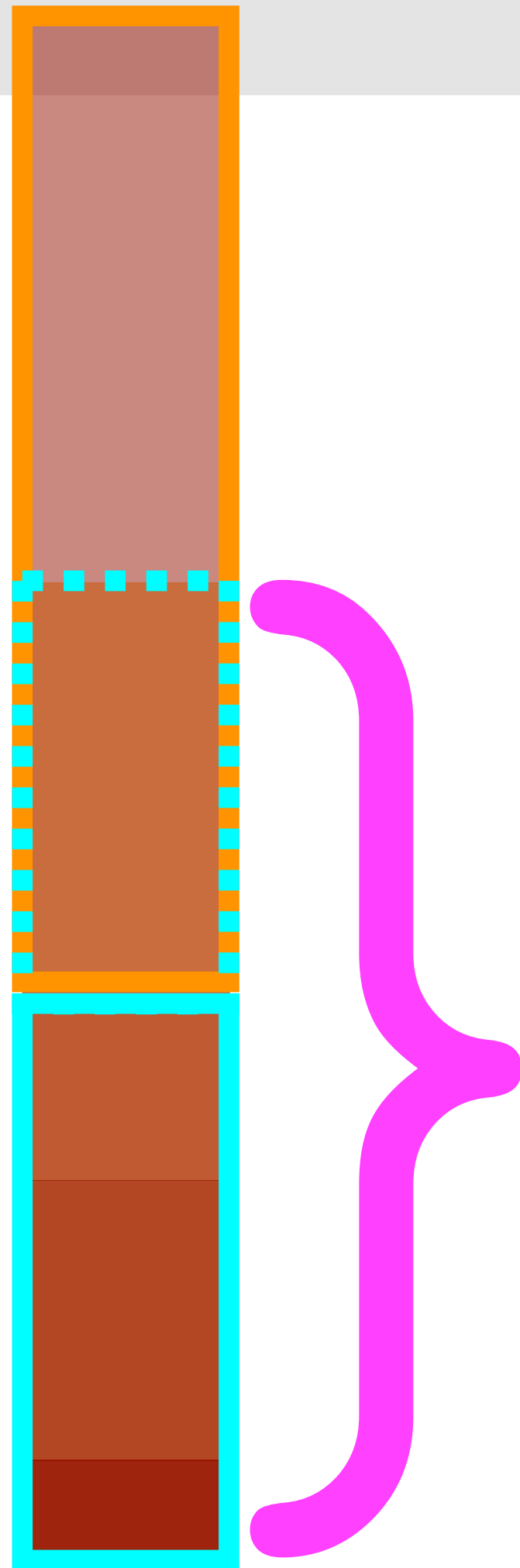
Satz 4.4. Algorithmus 4.3 berechnet eine Lösung mit G'_0 ;
im Vergleich mit dem Optimalwert OPT gilt: $G'_0 \geq \frac{1}{2}OPT$.

$$G'_0 \geq G_0$$

$$G'_0 \geq p^*$$

$$OPT \leq \text{FractionalKP} = G_0 + x_i p_i \leq G_0 + p^* \leq 2G'_0$$

Wie gut ist das allgemein?



Algorithmus 4.3 Greedy-Approximation

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

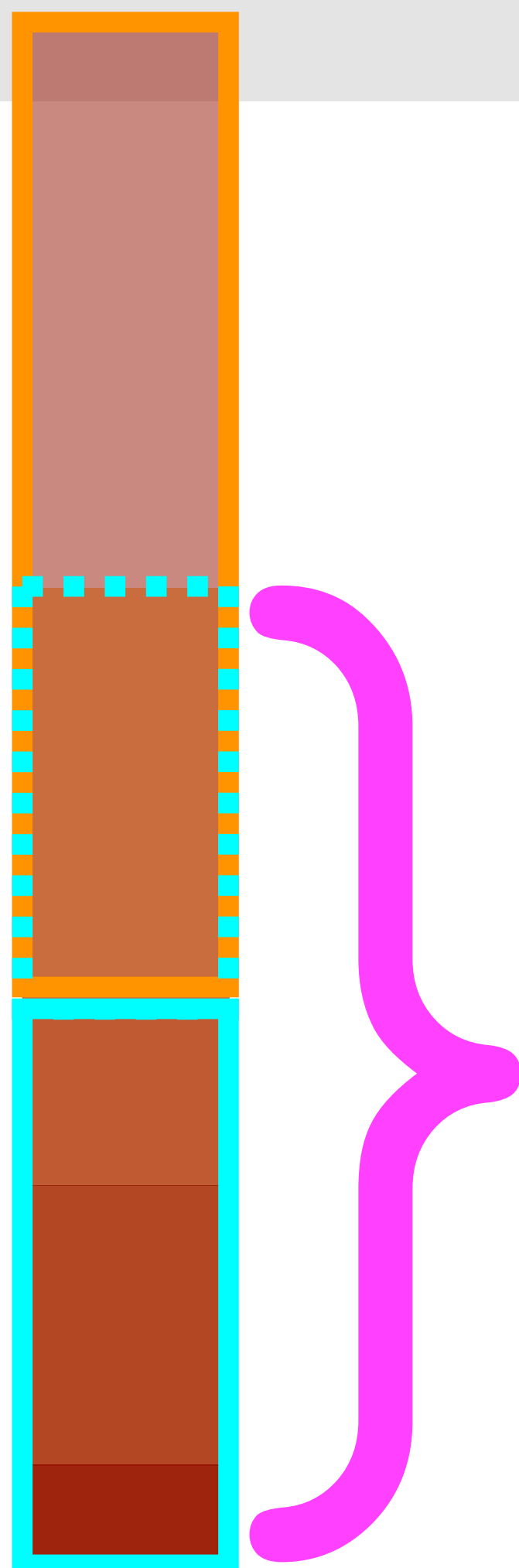
Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq Z$ und Wert $G'_0 := \sum_{i \in S} p_i$

- 1: $G'_0 = \max_{G_0} \max\{p_i \mid z_i < Z, i \in \{1, \dots, n\}\}$
- 2: return

Satz 4.4. Algorithmus 4.3 berechnet eine Lösung mit G'_0 ;
im Vergleich mit dem Optimalwert OPT gilt: $G'_0 \geq \frac{1}{2}OPT$.

$$\begin{aligned} G'_0 &\geq G_0 & G'_0 &\geq p^* \\ OPT &\leq \text{FractionalKP} = G_0 + x_i p_i \leq G_0 + p^* \leq 2G'_0 \end{aligned}$$

Wie gut ist das allgemein?



Algorithmus 4.3 Greedy-Approximation

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq Z$ und Wert $G'_0 := \sum_{i \in S} p_i$

1: $G'_0 = \max_{G_0} \max\{p_i \mid z_i < Z, i \in \{1, \dots, n\}\}$

2: return

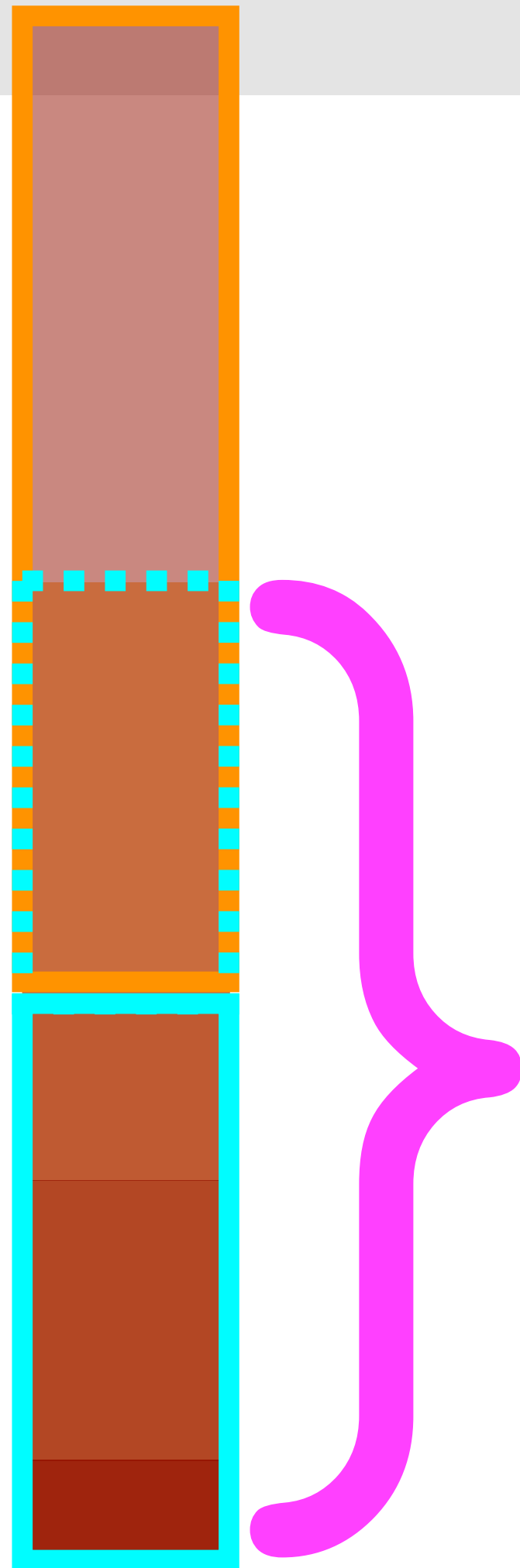
Satz 4.4. Algorithmus 4.3 berechnet eine Lösung mit G'_0 ;
im Vergleich mit dem Optimalwert OPT gilt: $G'_0 \geq \frac{1}{2}OPT$.

$$G'_0 \geq G_0$$

$$G'_0 \geq p^*$$

$$OPT \leq \text{FractionalKP} = G_0 + \sum x_i p_i \leq G_0 + p^* \leq 2G'_0$$

Wie gut ist das allgemein?



Algorithmus 4.3 Greedy-Approximation

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

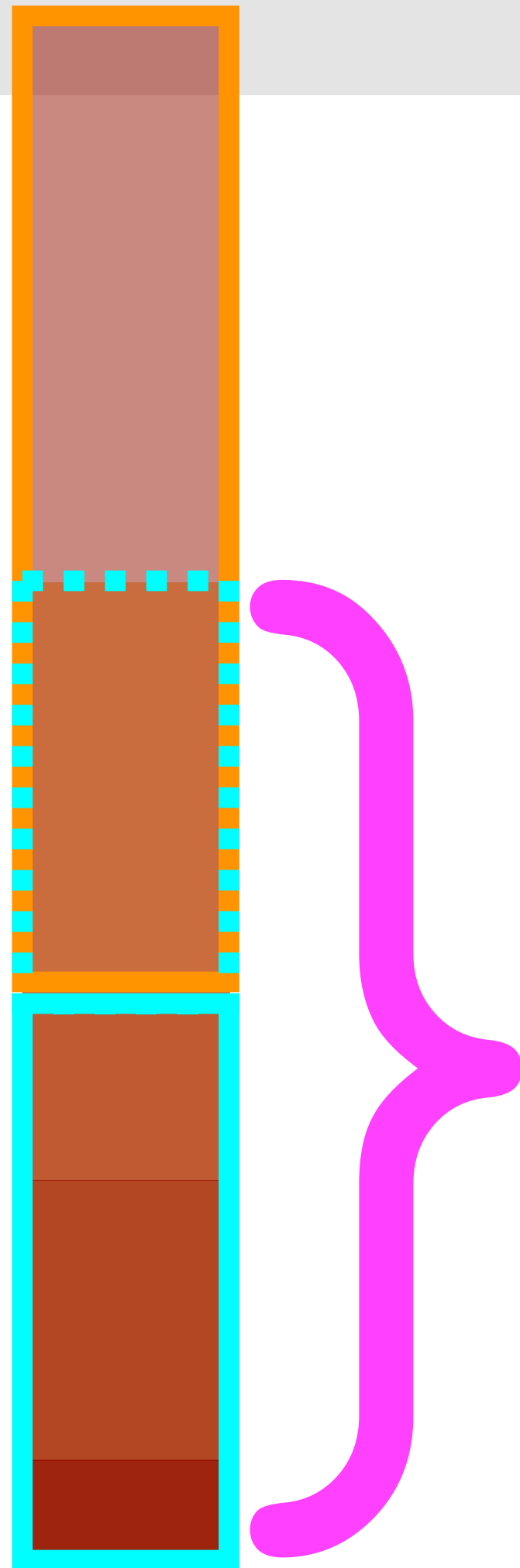
Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq Z$ und Wert $G'_0 := \sum_{i \in S} p_i$

- 1: $G'_0 = \max_{G_0} \max\{p_i \mid z_i < Z, i \in \{1, \dots, n\}\}$
- 2: return

Satz 4.4. Algorithmus 4.3 berechnet eine Lösung mit G'_0 ;
im Vergleich mit dem Optimalwert OPT gilt: $G'_0 \geq \frac{1}{2}OPT$.

$$\begin{aligned}
 G'_0 &\geq G_0 & G'_0 &\geq p^* \\
 OPT &\leq \text{FractionalKP} = G_0 + \sum x_i p_i \leq G_0 + p^* \leq 2G'_0
 \end{aligned}$$

Wie gut ist das allgemein?



Algorithmus 4.3 Greedy-Approximation

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

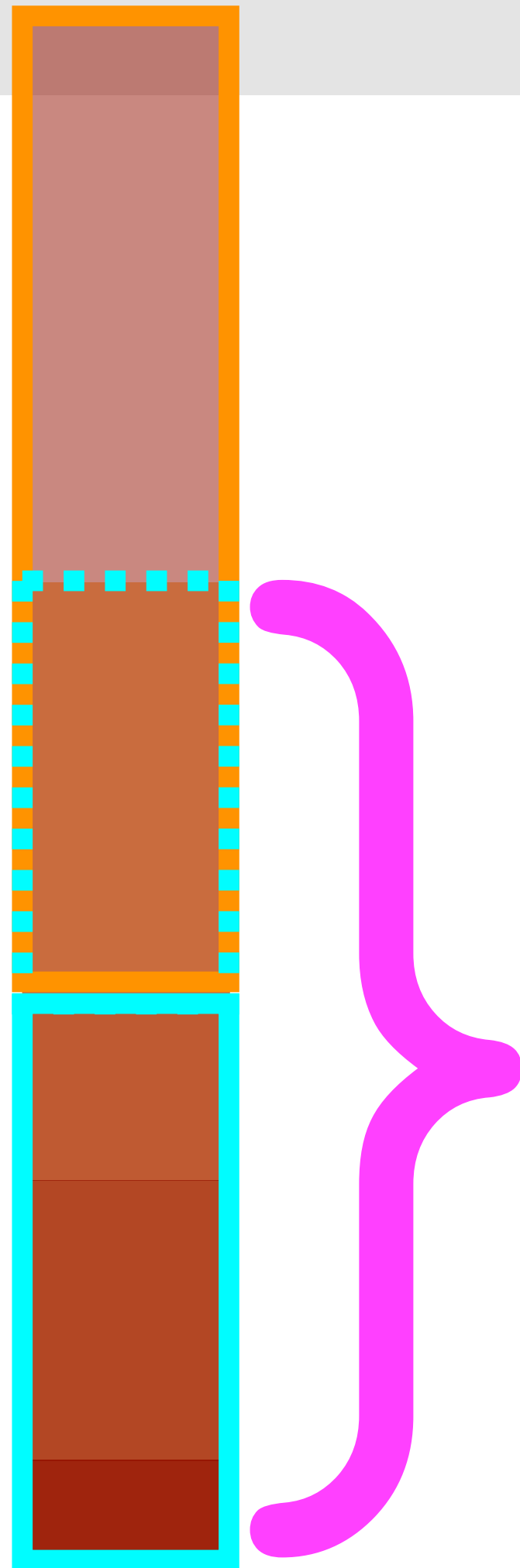
Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq Z$ und Wert $G'_0 := \sum_{i \in S} p_i$

- 1: $G'_0 = \max_{G_0} \max\{p_i \mid z_i < Z, i \in \{1, \dots, n\}\}$
- 2: **return**

Satz 4.4. Algorithmus 4.3 berechnet eine Lösung mit G'_0 ;
im Vergleich mit dem Optimalwert OPT gilt: $G'_0 \geq \frac{1}{2}OPT$.

$$\begin{aligned}
 G'_0 &\geq G_0 & G'_0 &\geq p^* \\
 OPT &\leq \text{FractionalKP} = G_0 + x_i p_i \leq G_0 + p^* \leq 2G'_0
 \end{aligned}$$

Wie gut ist das allgemein?



Algorithmus 4.3 Greedy-Approximation

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

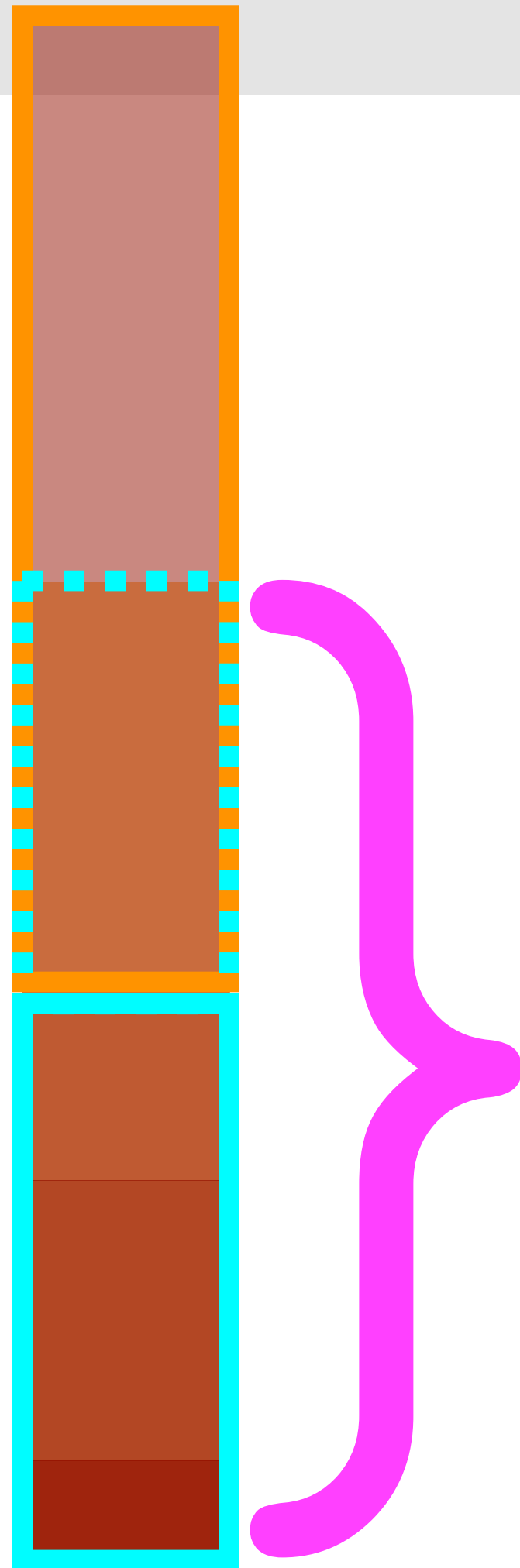
Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq Z$ und Wert $G'_0 := \sum_{i \in S} p_i$

- 1: $G'_0 = \max_{G_0} \max\{p_i \mid z_i < Z, i \in \{1, \dots, n\}\}$
- 2: return

Satz 4.4. Algorithmus 4.3 berechnet eine Lösung mit G'_0 ;
im Vergleich mit dem Optimalwert OPT gilt: $G'_0 \geq \frac{1}{2}OPT$.

$$\begin{aligned}
 G'_0 &\geq G_0 & G'_0 &\geq p^* \\
 OPT &\leq \text{FractionalKP} = G_0 + x_i p_i \leq G_0 + p^* \leq 2G'_0
 \end{aligned}$$

Wie gut ist das allgemein?



Algorithmus 4.3 Greedy-Approximation

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq Z$ und Wert $G'_0 := \sum_{i \in S} p_i$

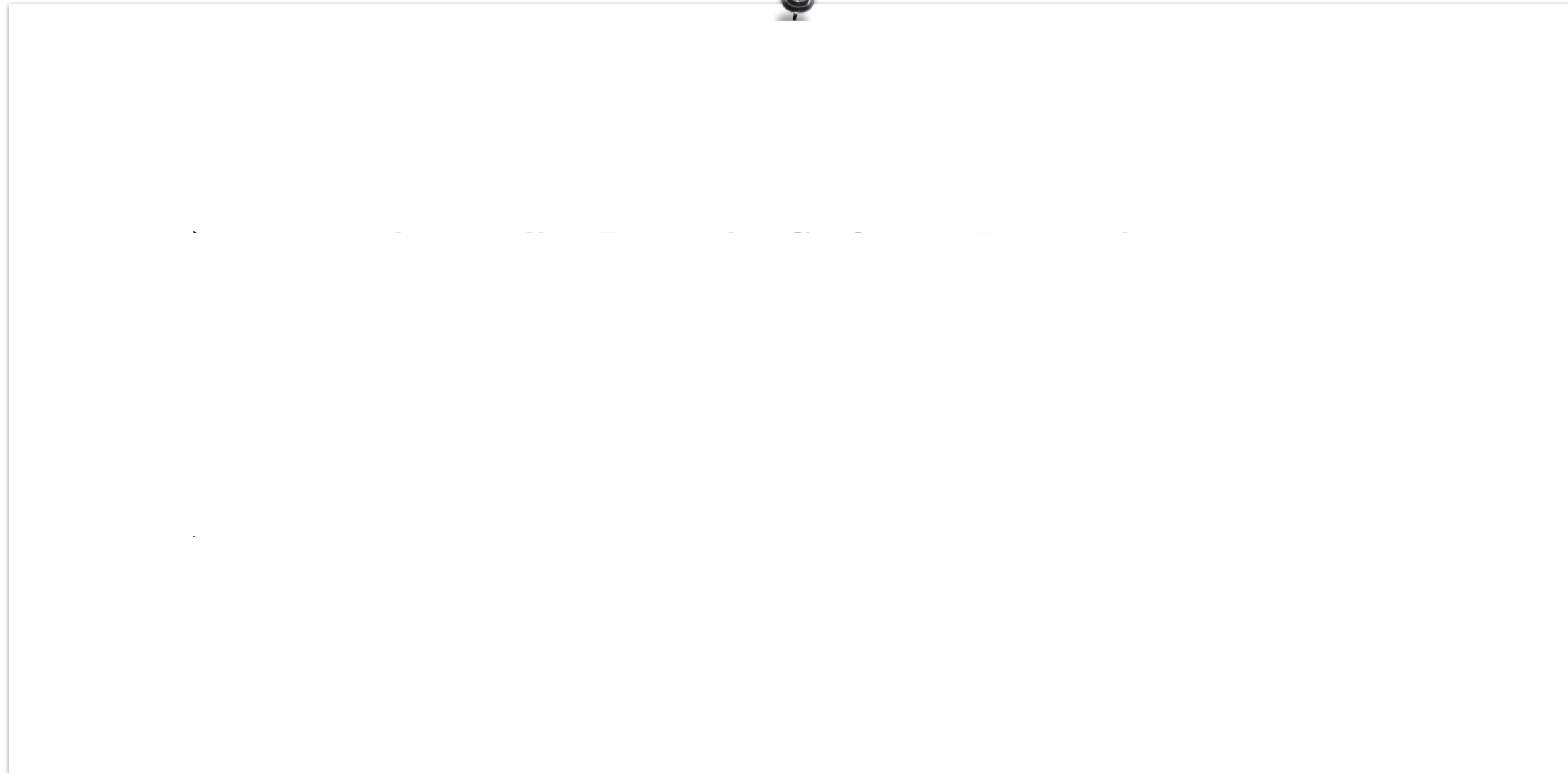
- 1: $G'_0 = \max_{G_0} \max\{p_i \mid z_i < Z, i \in \{1, \dots, n\}\}$
- 2: **return**

Satz 4.4. Algorithmus 4.3 berechnet eine Lösung mit G'_0 ;
im Vergleich mit dem Optimalwert OPT gilt: $G'_0 \geq \frac{1}{2}OPT$.

$$\begin{array}{c}
 G'_0 \geq G_0 \qquad G'_0 \geq p^* \\
 OPT \leq \text{FractionalKP} = G_0 + x_i p_i \leq G_0 + p^* \leq 2G'_0
 \end{array}$$

4.3 Approximationsalgorithmen

Approximation



Approximation



Definition 4.5 (Approximationsalgorithmus).

Approximation

Definition 4.5 (Approximationsalgorithmus).

1. Für ein Maximierungsproblem MAX ist ein Algorithmus ALG ein *c-Approximationsalgorithmus* für MAX, wenn für jede Instanz I von MAX

Approximation

Definition 4.5 (Approximationsalgorithmus).

1. Für ein **Maximierungsproblem MAX** ist ein Algorithmus ALG ein *c-Approximationsalgorithmus* für MAX, wenn für jede Instanz I von MAX

Approximation

Definition 4.5 (Approximationsalgorithmus).

1. Für ein **Maximierungsproblem MAX** ist ein Algorithmus ALG ein *c-Approximationsalgorithmus* für MAX, wenn für jede Instanz I von MAX

Approximation

Definition 4.5 (Approximationsalgorithmus).

1. Für ein **Maximierungsproblem MAX** ist ein Algorithmus ALG ein *c-Approximationsalgorithmus* für MAX, wenn für jede Instanz I von MAX
 - a) ALG in *polynomieller Zeit* in der Größe von I eine zulässige Lösung mit Wert ALG liefert

Approximation

Definition 4.5 (Approximationsalgorithmus).

1. Für ein **Maximierungsproblem MAX** ist ein Algorithmus ALG ein *c-Approximationsalgorithmus* für MAX, wenn für jede Instanz I von MAX
 - a) ALG in *polynomieller Zeit* in der Größe von I eine zulässige Lösung mit Wert ALG liefert

Approximation

Definition 4.5 (Approximationsalgorithmus).

1. Für ein **Maximierungsproblem MAX** ist ein Algorithmus ALG ein *c-Approximationsalgorithmus* für MAX, wenn für jede Instanz I von MAX
 - a) ALG in *polynomieller Zeit* in der Größe von I eine zulässige Lösung mit Wert ALG liefert
 - b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

Approximation

Definition 4.5 (Approximationsalgorithmus).

1. Für ein **Maximierungsproblem MAX** ist ein Algorithmus ALG ein *c-Approximationsalgorithmus* für MAX, wenn für jede Instanz I von MAX
 - a) ALG in *polynomieller Zeit* in der Größe von I eine zulässige Lösung mit Wert ALG liefert
 - b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt **$\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$** (dabei ist $c \leq 1$)

Approximation

Definition 4.5 (Approximationsalgorithmus).

1. Für ein **Maximierungsproblem MAX** ist ein Algorithmus ALG ein *c-Approximationsalgorithmus* für MAX, wenn für jede Instanz I von MAX
 - a) ALG in *polynomieller Zeit* in der Größe von I eine zulässige Lösung mit Wert ALG liefert
 - b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt **$\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$** (dabei ist $c \leq 1$)

Approximation

Definition 4.5 (Approximationsalgorithmus).

1. Für ein Maximierungsproblem MAX ist ein Algorithmus ALG ein *c*-Approximationsalgorithmus für MAX, wenn für jede Instanz I von MAX
 - a) ALG in polynomieller Zeit in der Größe von I eine zulässige Lösung mit Wert ALG liefert
 - b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

Approximation

Definition 4.5 (Approximationsalgorithmus).

1. Für ein Maximierungsproblem MAX ist ein Algorithmus ALG ein c -Approximationsalgorithmus für MAX, wenn für jede Instanz I von MAX
 - a) ALG in polynomieller Zeit in der Größe von I eine zulässige Lösung mit Wert ALG liefert
 - b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)
2. Entsprechend für Minimierungsproblem wiederum:

Approximation

Definition 4.5 (Approximationsalgorithmus).

1. Für ein **Maximierungsproblem MAX** ist ein Algorithmus ALG ein *c-Approximationsalgorithmus* für MAX, wenn für jede Instanz I von MAX
 - a) ALG in *polynomieller Zeit* in der Größe von I eine zulässige Lösung mit Wert ALG liefert
 - b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt **$\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$** (dabei ist **$c \leq 1$**)
2. Entsprechend für **Minimierungsproblem** wiederum:

Approximation

Definition 4.5 (Approximationsalgorithmus).

1. Für ein **Maximierungsproblem MAX** ist ein Algorithmus ALG ein *c-Approximationsalgorithmus* für MAX, wenn für jede Instanz I von MAX
 - a) ALG in *polynomieller Zeit* in der Größe von I eine zulässige Lösung mit Wert ALG liefert
 - b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt **$\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$** (dabei ist **$c \leq 1$**)
2. Entsprechend für **Minimierungsproblem** wiederum:
 - a) ALG liefert in *polynomieller Zeit* in der Größe von I eine zulässige Lösung mit Wert $\text{ALG}(I)$

Approximation

Definition 4.5 (Approximationsalgorithmus).

1. Für ein **Maximierungsproblem MAX** ist ein Algorithmus ALG ein *c-Approximationsalgorithmus* für MAX, wenn für jede Instanz I von MAX
 - a) ALG in *polynomieller Zeit* in der Größe von I eine zulässige Lösung mit Wert ALG liefert
 - b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt **$\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$** (dabei ist **$c \leq 1$**)
2. Entsprechend für **Minimierungsproblem** wiederum:
 - a) ALG liefert in *polynomieller Zeit* in der Größe von I eine zulässige Lösung mit Wert $\text{ALG}(I)$

Approximation

Definition 4.5 (Approximationsalgorithmus).

1. Für ein **Maximierungsproblem MAX** ist ein Algorithmus ALG ein *c-Approximationsalgorithmus* für MAX, wenn für jede Instanz I von MAX
 - a) ALG in *polynomieller Zeit* in der Größe von I eine zulässige Lösung mit Wert ALG liefert
 - b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt **$\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$** (dabei ist **$c \leq 1$**)
2. Entsprechend für **Minimierungsproblem** wiederum:
 - a) ALG liefert in *polynomieller Zeit* in der Größe von I eine zulässige Lösung mit Wert $\text{ALG}(I)$
 - b) es gilt für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$: $\text{ALG}(I) \leq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \geq 1$)

Approximation

Definition 4.5 (Approximationsalgorithmus).

1. Für ein **Maximierungsproblem MAX** ist ein Algorithmus ALG ein *c-Approximationsalgorithmus* für MAX, wenn für jede Instanz I von MAX
 - a) ALG in *polynomieller Zeit* in der Größe von I eine zulässige Lösung mit Wert ALG liefert
 - b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)
2. Entsprechend für **Minimierungsproblem** wiederum:
 - a) ALG liefert in *polynomieller Zeit* in der Größe von I eine zulässige Lösung mit Wert $\text{ALG}(I)$
 - b) es gilt für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$: $\text{ALG}(I) \leq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \geq 1$)

Approximation

Definition 4.5 (Approximationsalgorithmus).

1. Für ein **Maximierungsproblem MAX** ist ein Algorithmus ALG ein *c-Approximationsalgorithmus* für MAX, wenn für jede Instanz I von MAX
 - a) ALG in *polynomieller Zeit* in der Größe von I eine zulässige Lösung mit Wert ALG liefert
 - b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt **$\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$** (dabei ist **$c \leq 1$**)
2. Entsprechend für **Minimierungsproblem** wiederum:
 - a) ALG liefert in *polynomieller Zeit* in der Größe von I eine zulässige Lösung mit Wert $\text{ALG}(I)$
 - b) es gilt für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$: **$\text{ALG}(I) \leq c \cdot \text{OPT}(I)$** (dabei ist **$c \geq 1$**)

Approximation

Definition 4.5 (Approximationsalgorithmus).

1. Für ein **Maximierungsproblem MAX** ist ein Algorithmus ALG ein *c-Approximationsalgorithmus* für MAX, wenn für jede Instanz I von MAX
 - a) ALG in *polynomieller Zeit* in der Größe von I eine zulässige Lösung mit Wert ALG liefert
 - b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt **$\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$** (dabei ist **$c \leq 1$**)
2. Entsprechend für **Minimierungsproblem** wiederum:
 - a) ALG liefert in *polynomieller Zeit* in der Größe von I eine zulässige Lösung mit Wert $\text{ALG}(I)$
 - b) es gilt für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$: **$\text{ALG}(I) \leq c \cdot \text{OPT}(I)$** (dabei ist **$c \geq 1$**)

4.4 Bessere Approximation

Ideen:

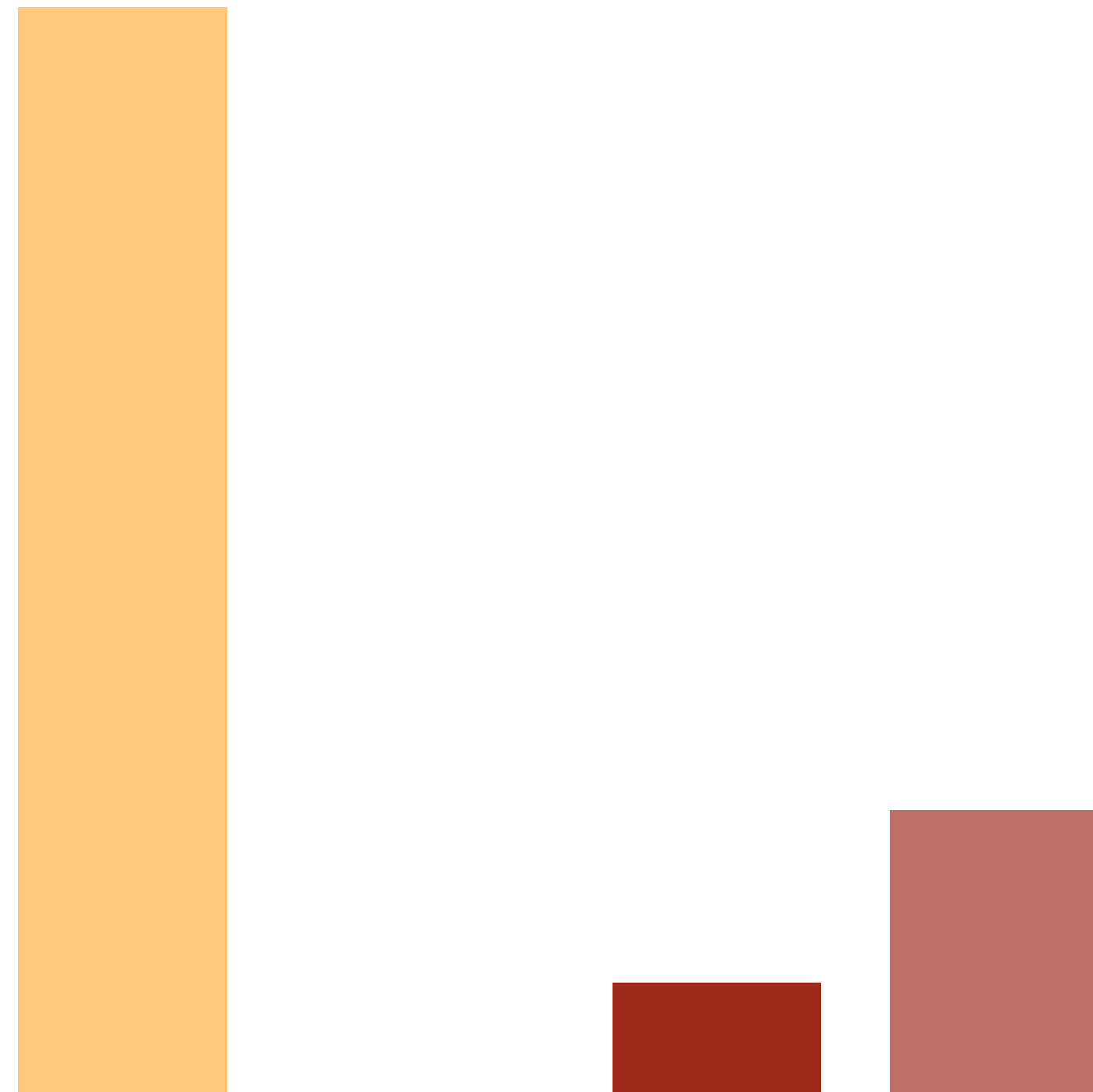
Ideen:



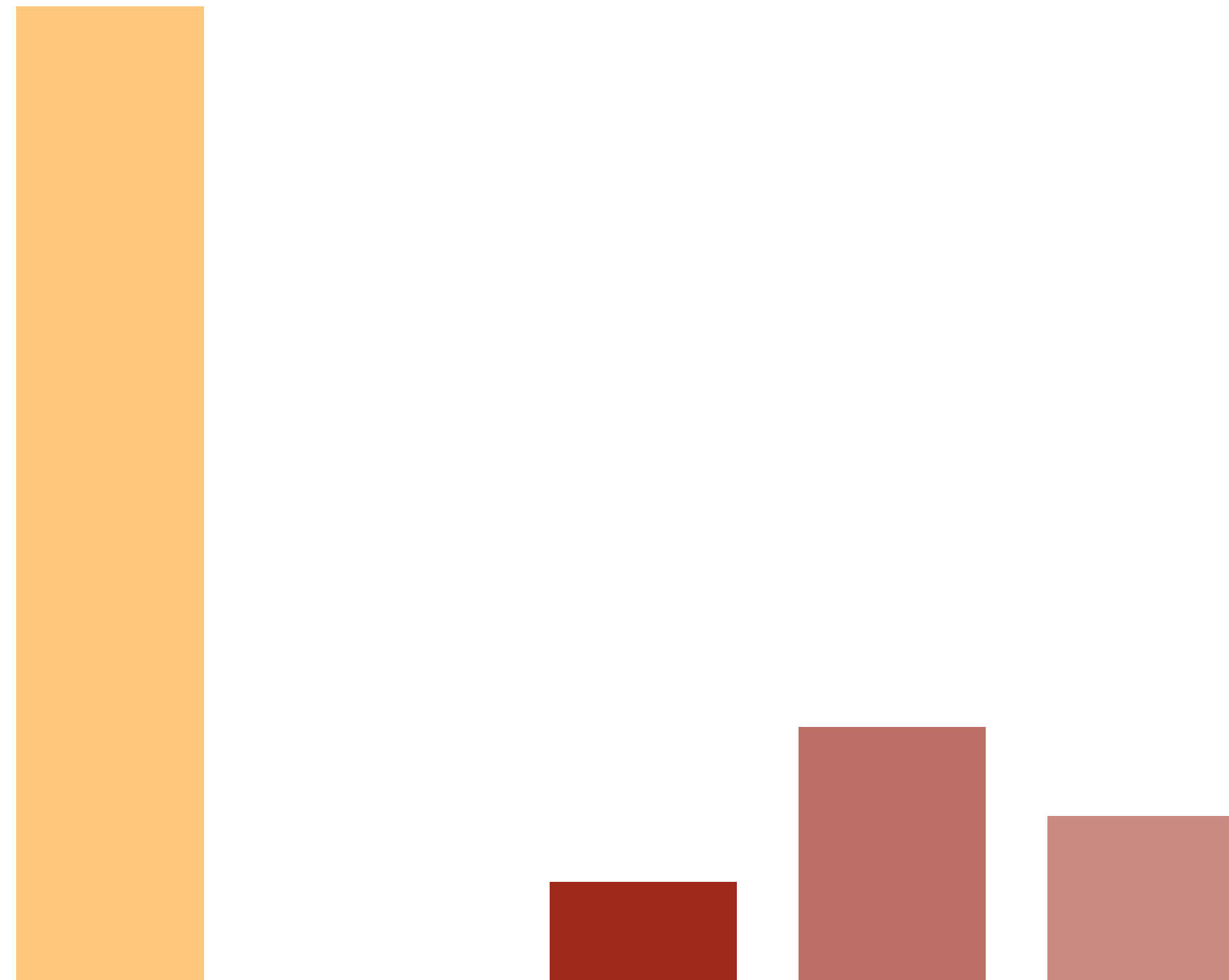
Ideen:



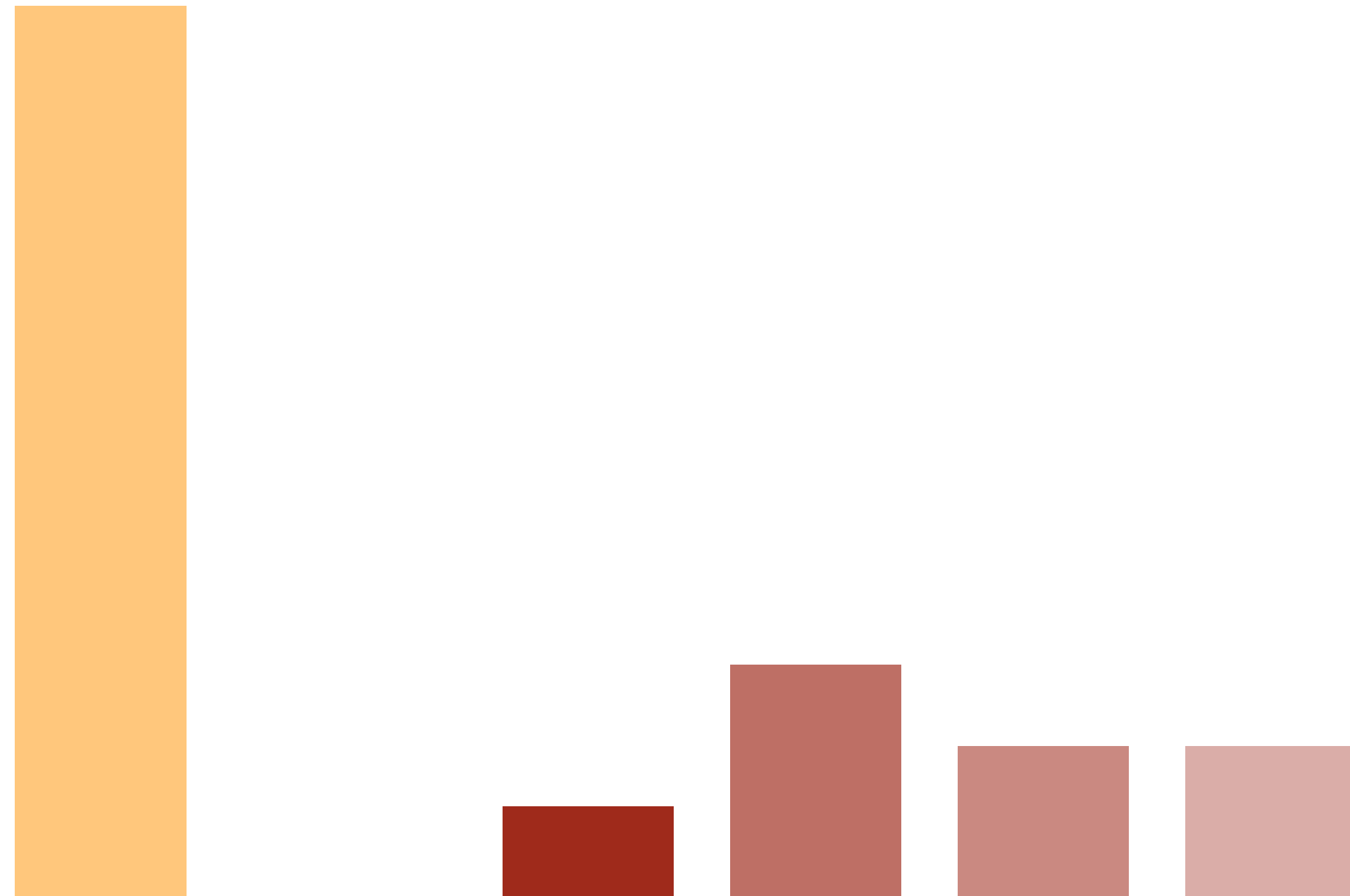
Ideen:



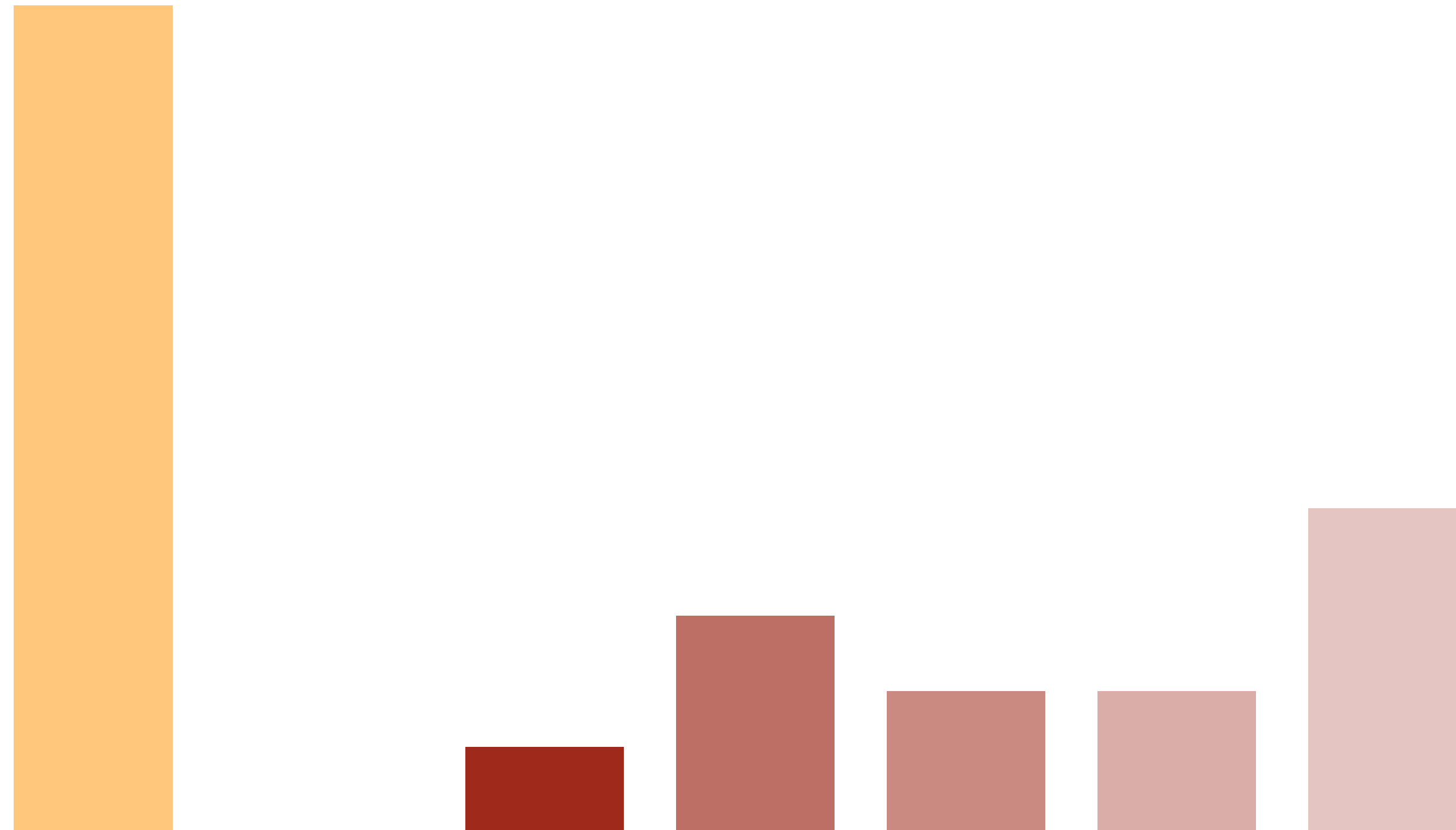
Ideen:



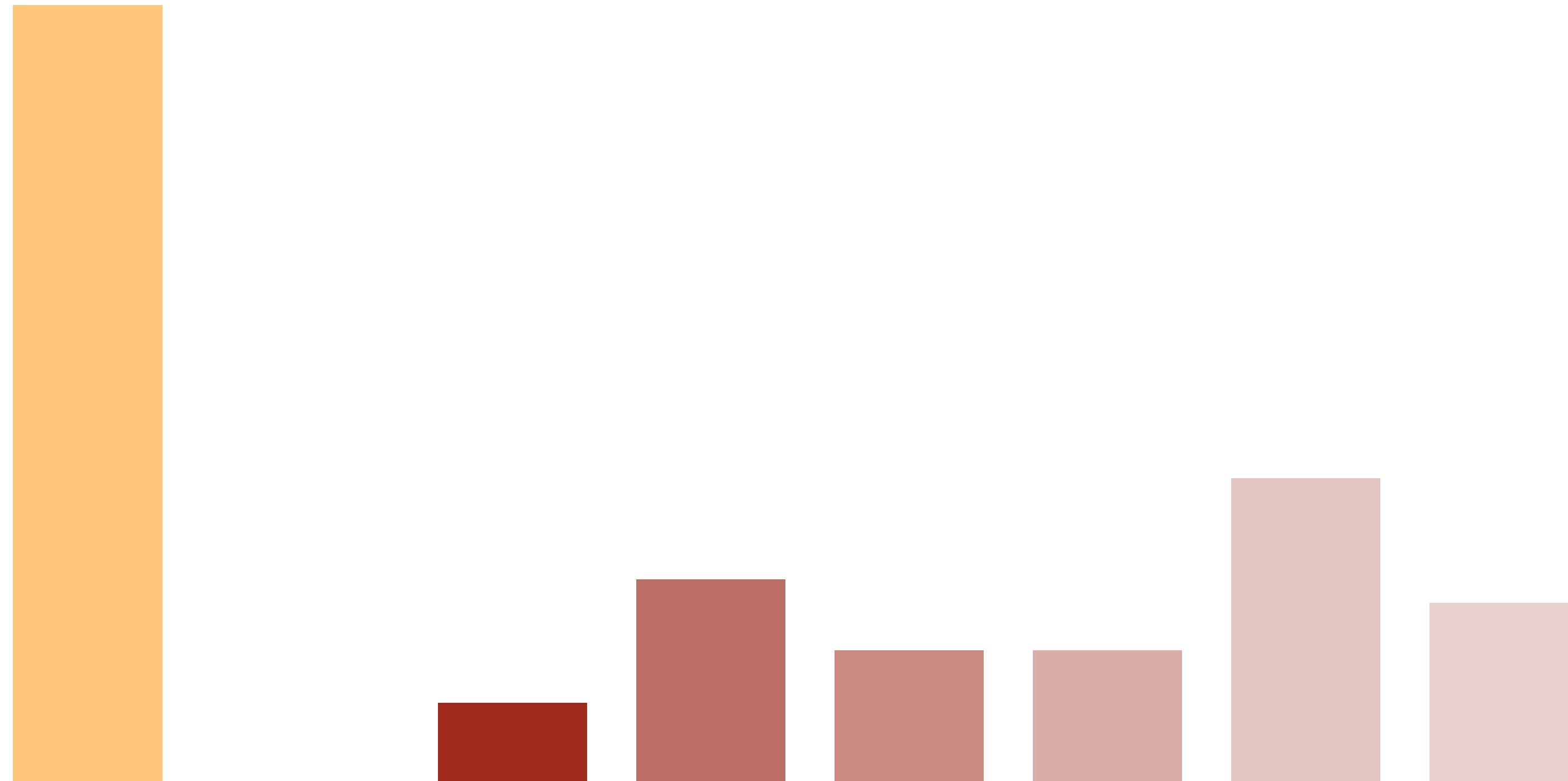
Ideen:



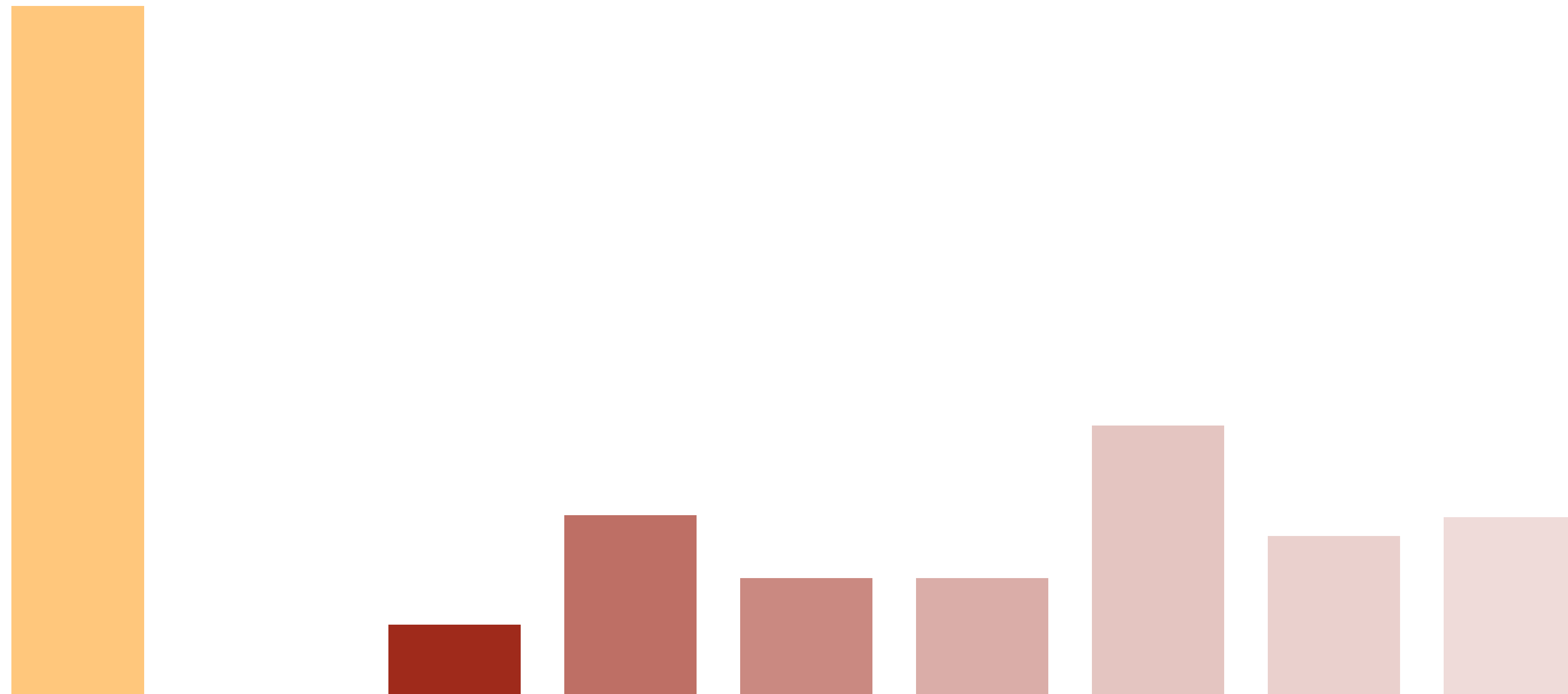
Ideen:



Ideen:

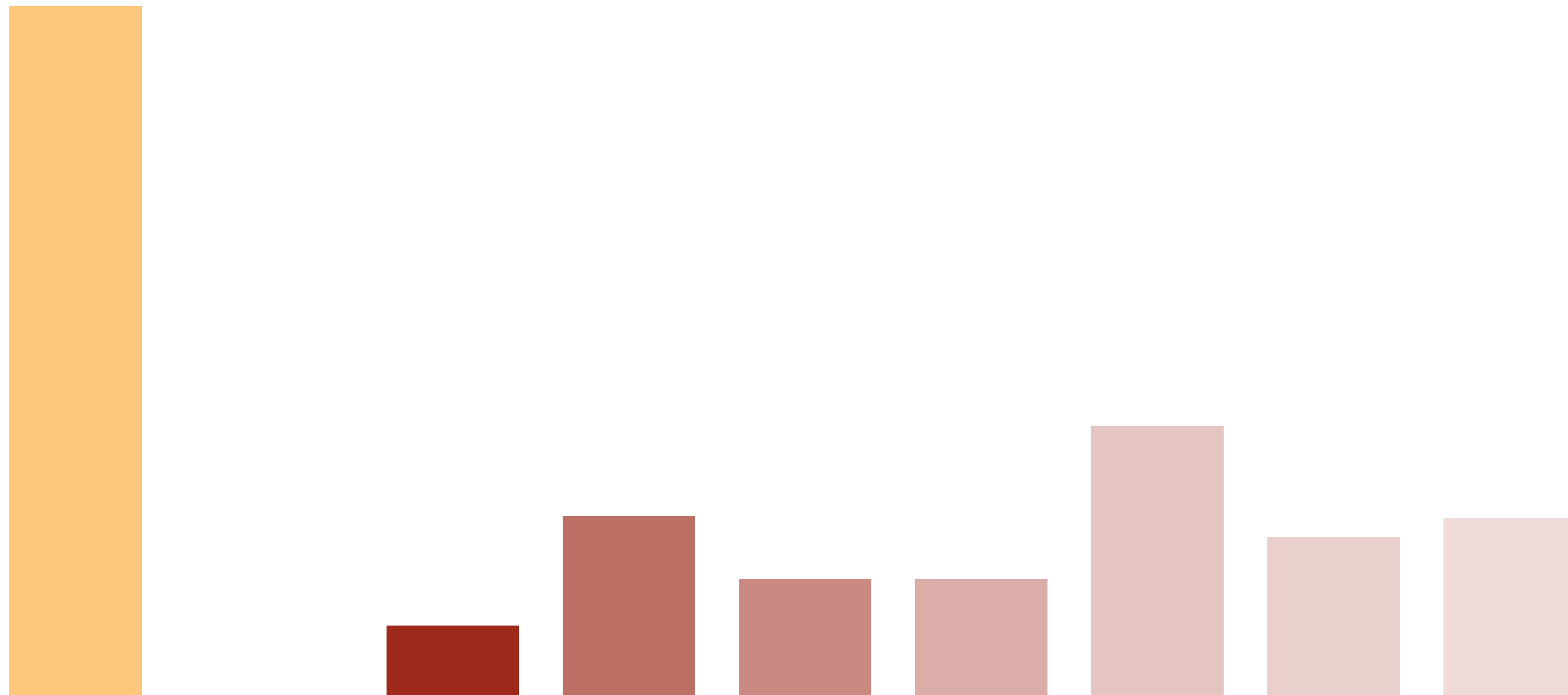


Ideen:



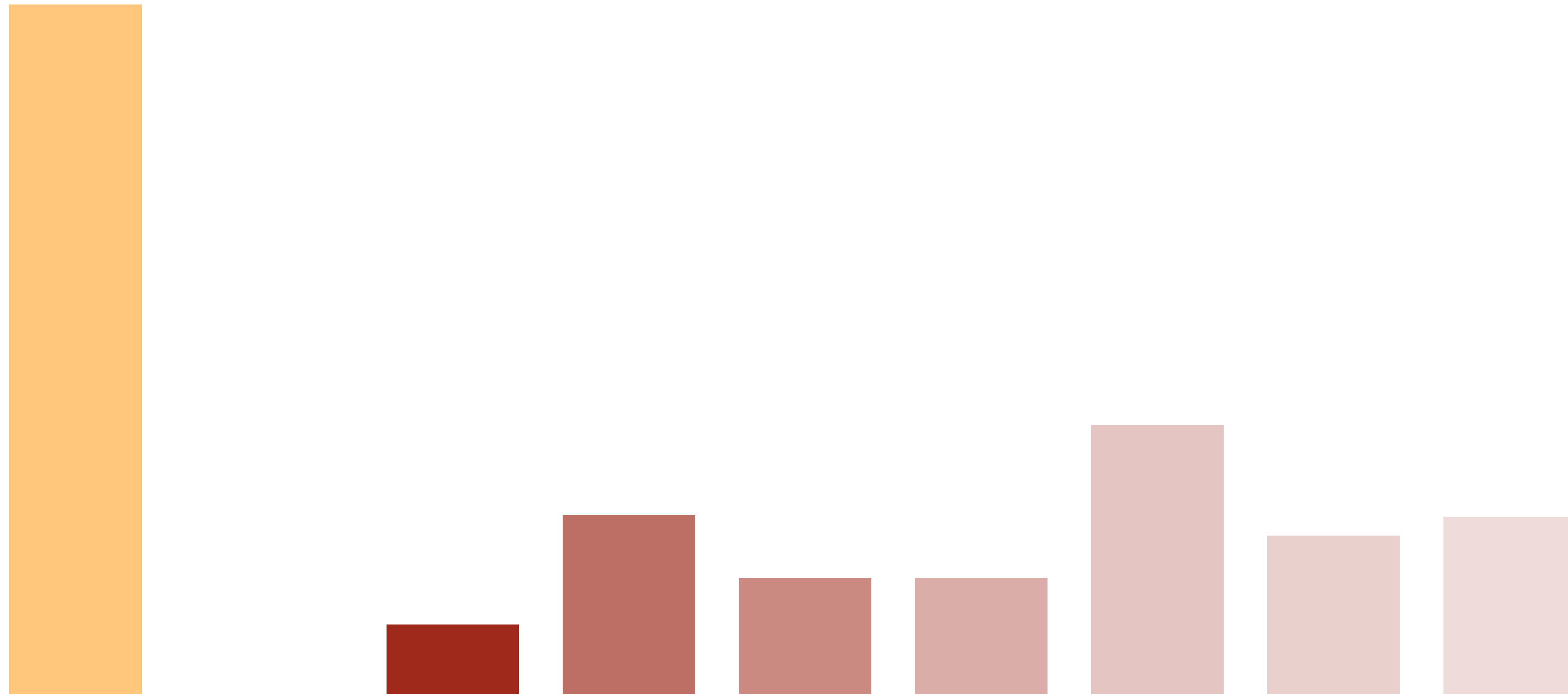
Ideen:

- Verwende die k wertvollsten Objekte aus einer Optimallösung.



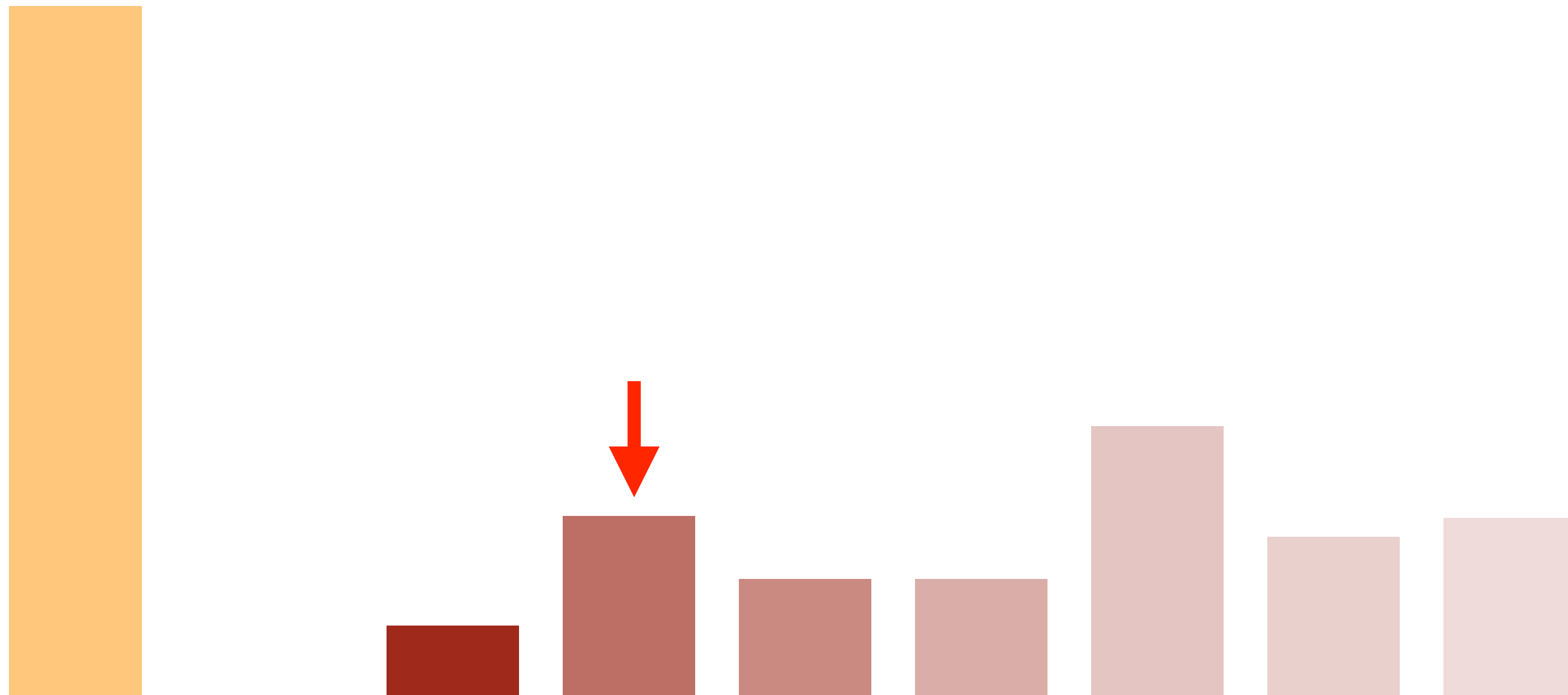
Ideen:

- Verwende die k wertvollsten Objekte aus einer Optimallösung.



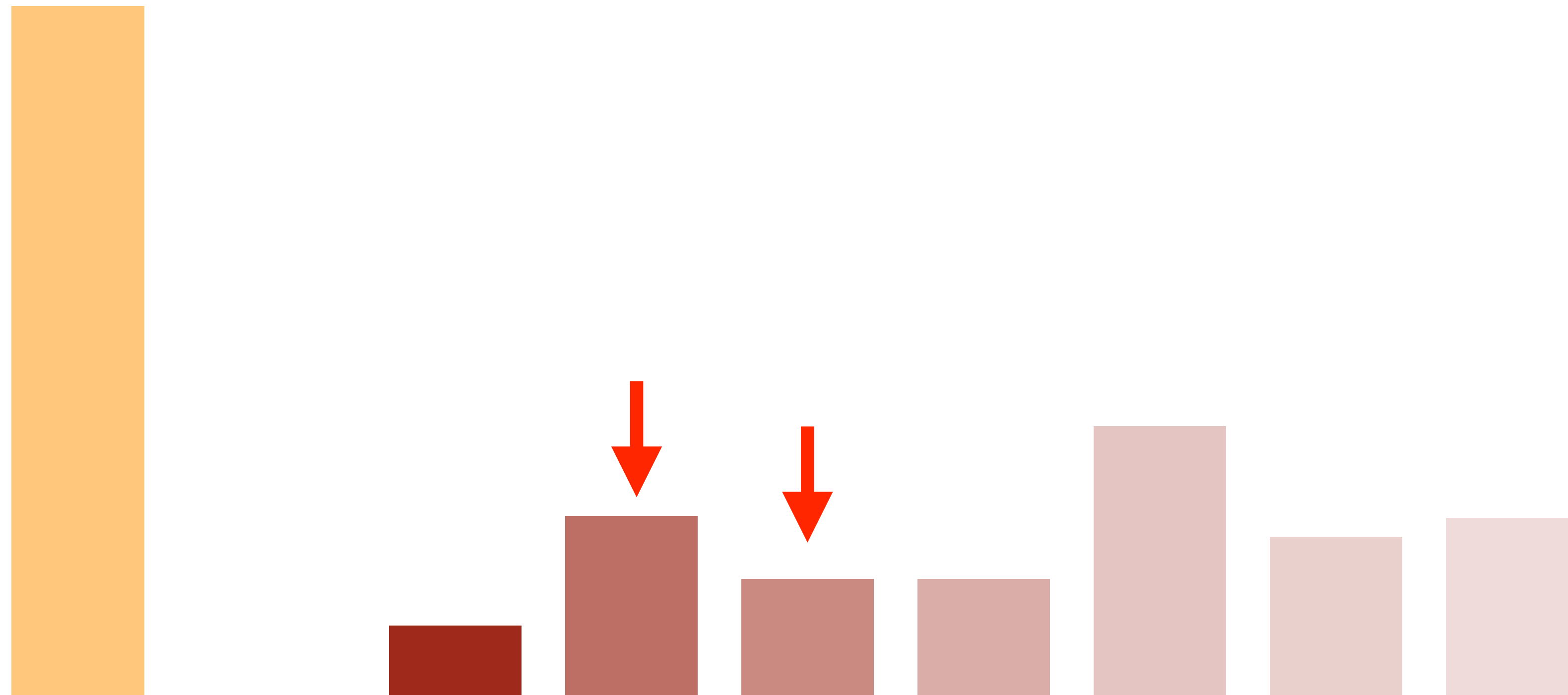
Ideen:

- Verwende die k wertvollsten Objekte aus einer Optimallösung.



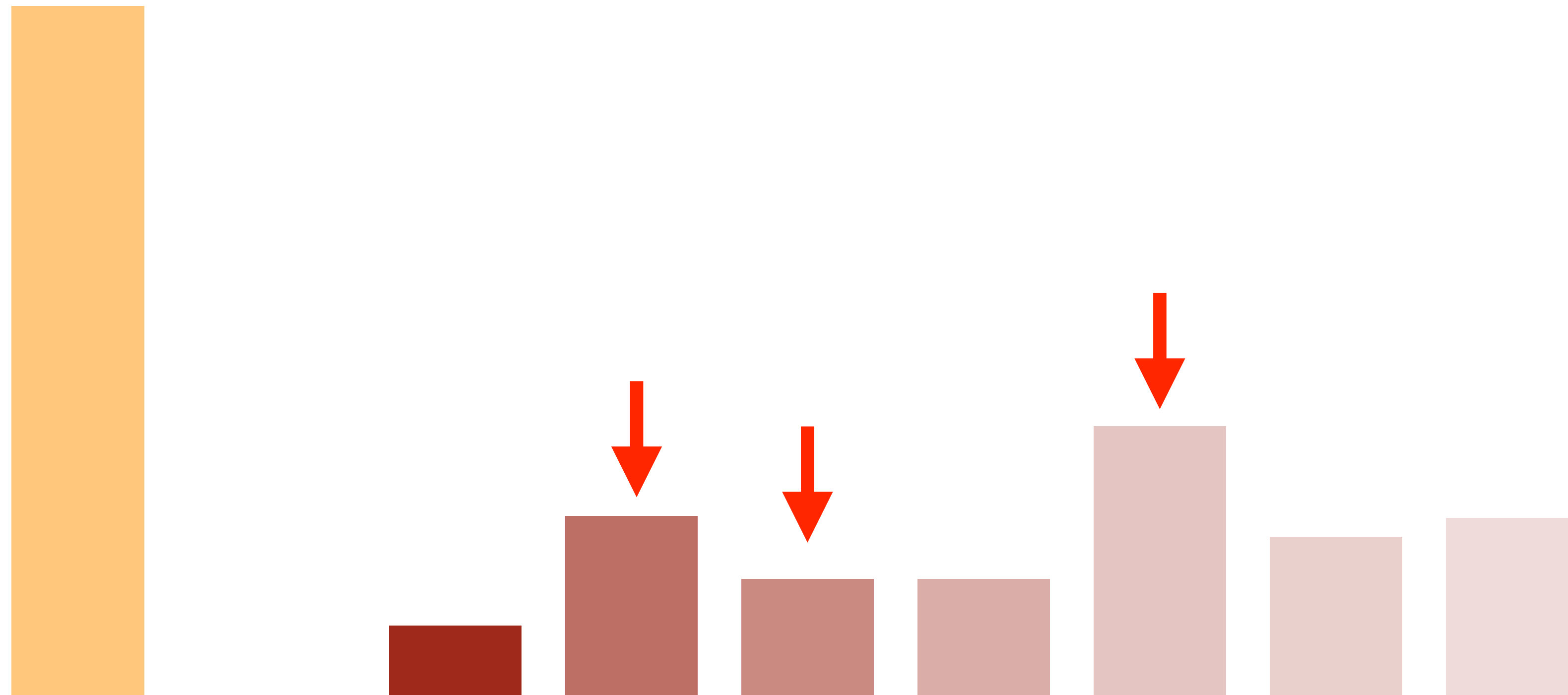
Ideen:

- Verwende die k wertvollsten Objekte aus einer Optimallösung.



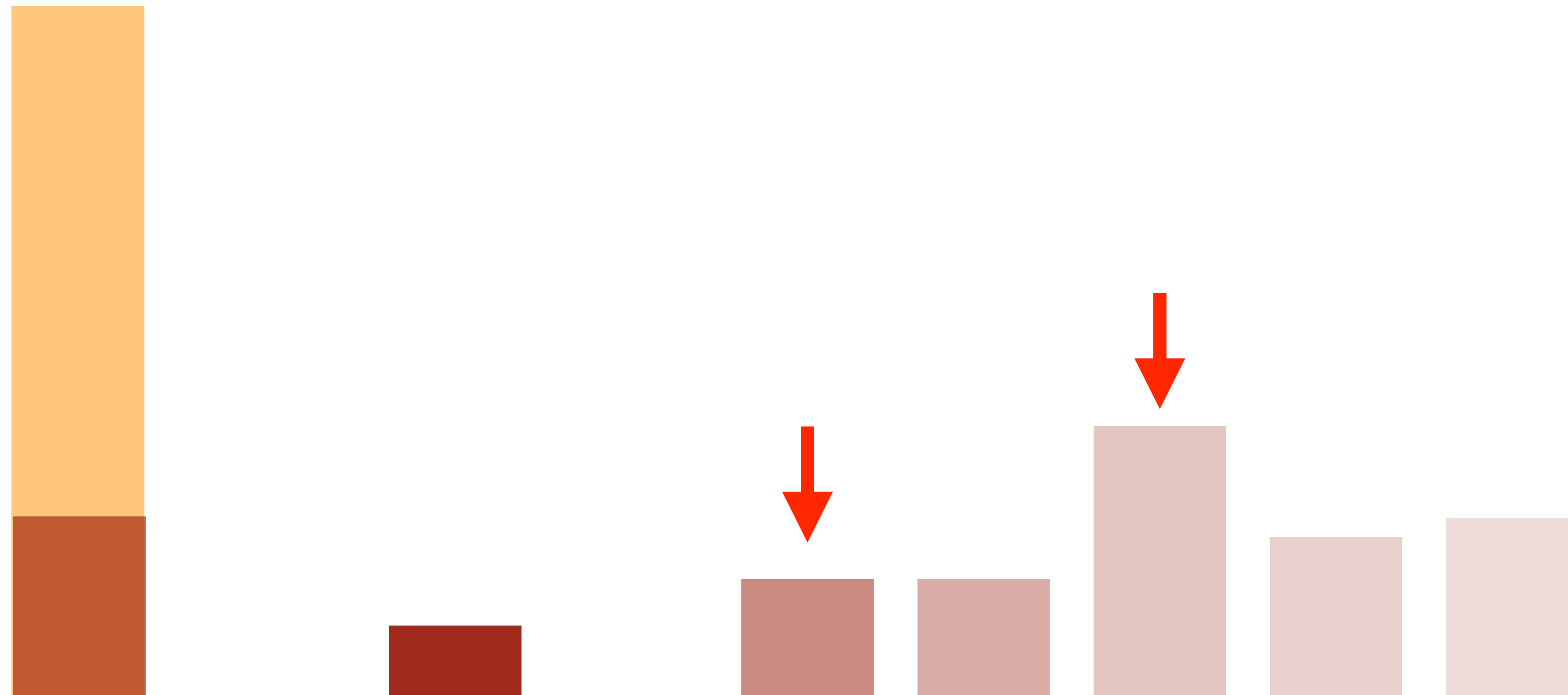
Ideen:

- Verwende die k wertvollsten Objekte aus einer Optimallösung.



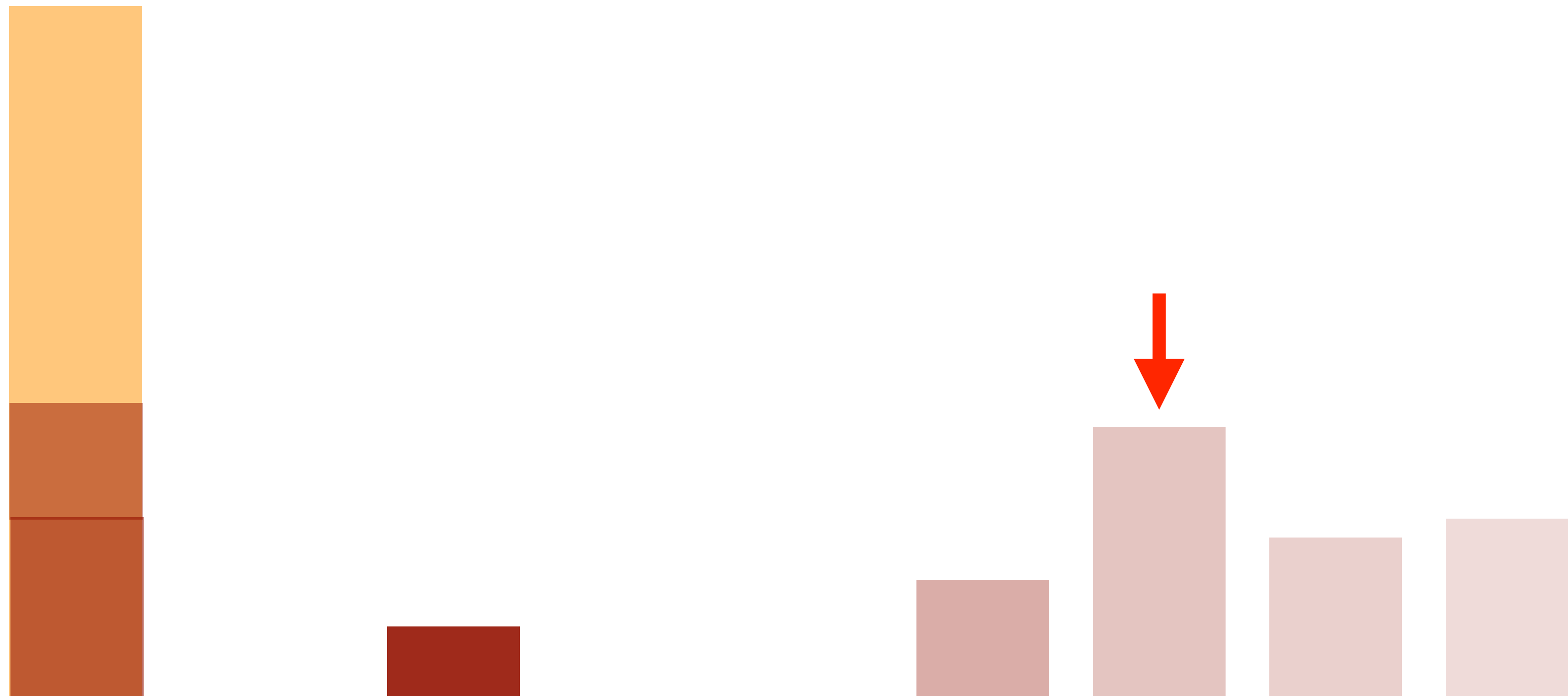
Ideen:

- Verwende die k wertvollsten Objekte aus einer Optimallösung.



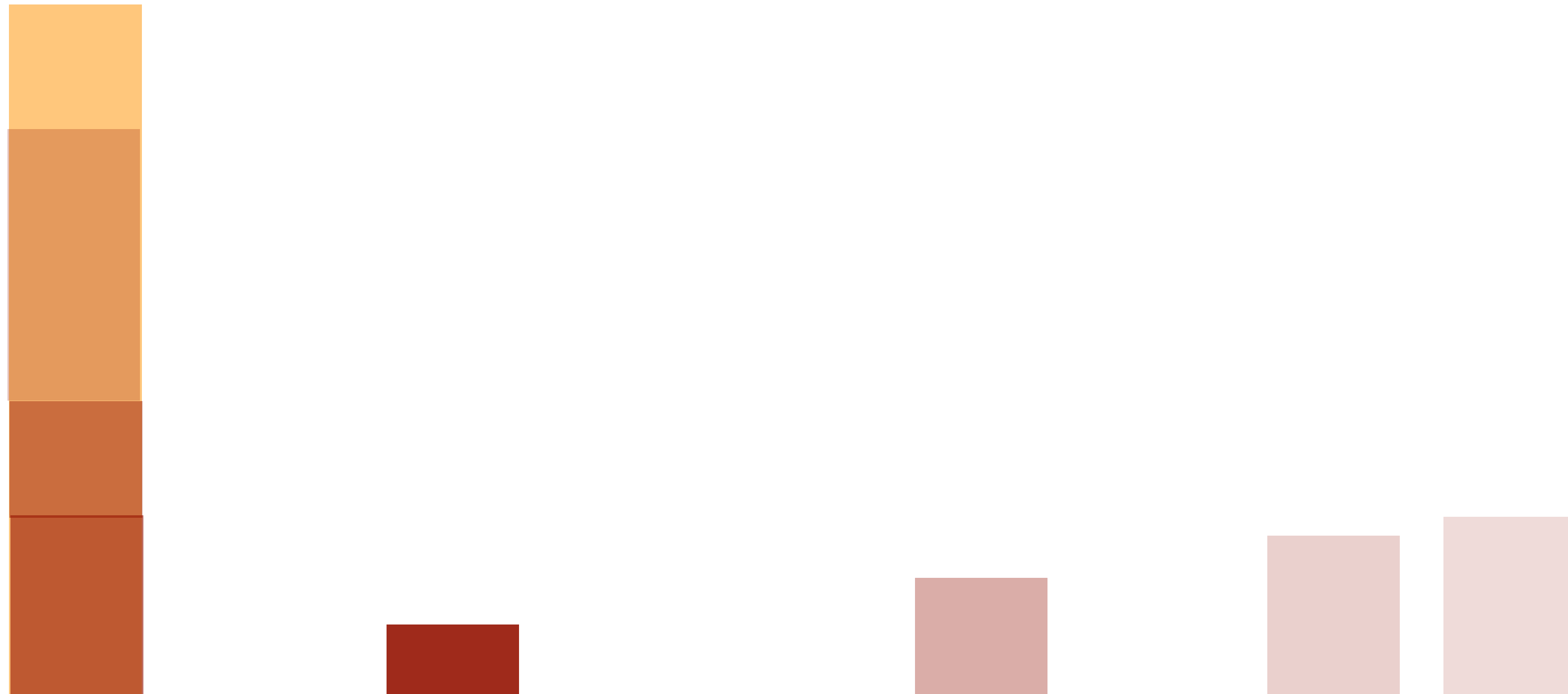
Ideen:

- Verwende die k wertvollsten Objekte aus einer Optimallösung.



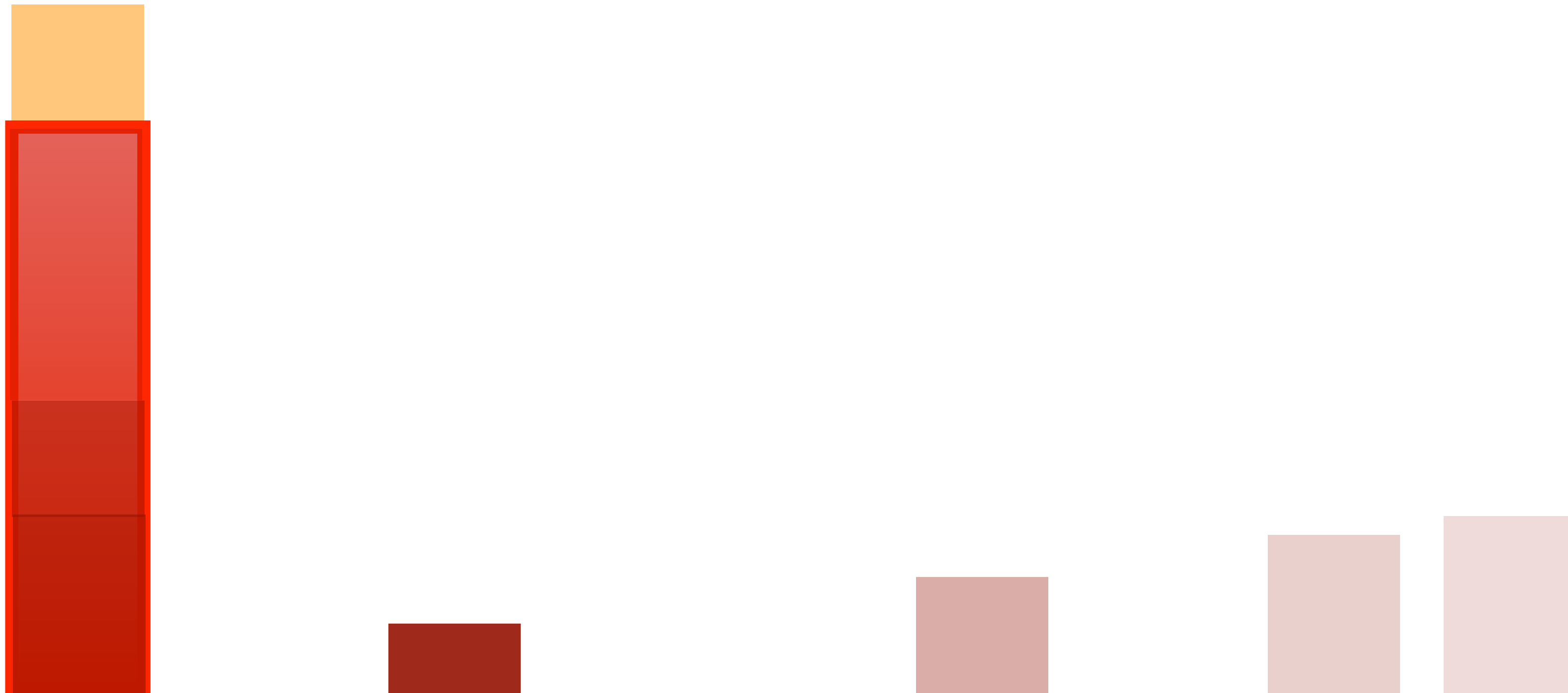
Ideen:

- Verwende die k wertvollsten Objekte aus einer Optimallösung.



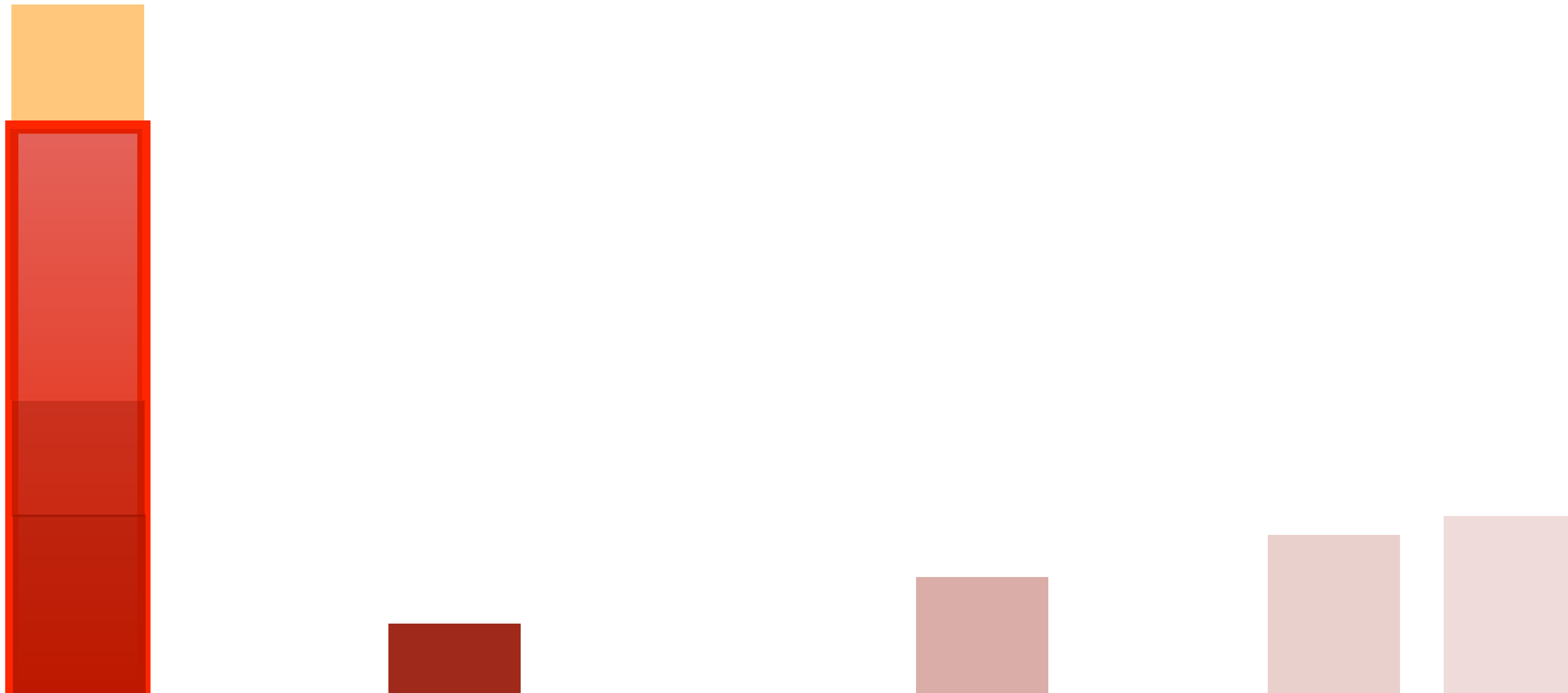
Ideen:

- Verwende die k wertvollsten Objekte aus einer Optimallösung.



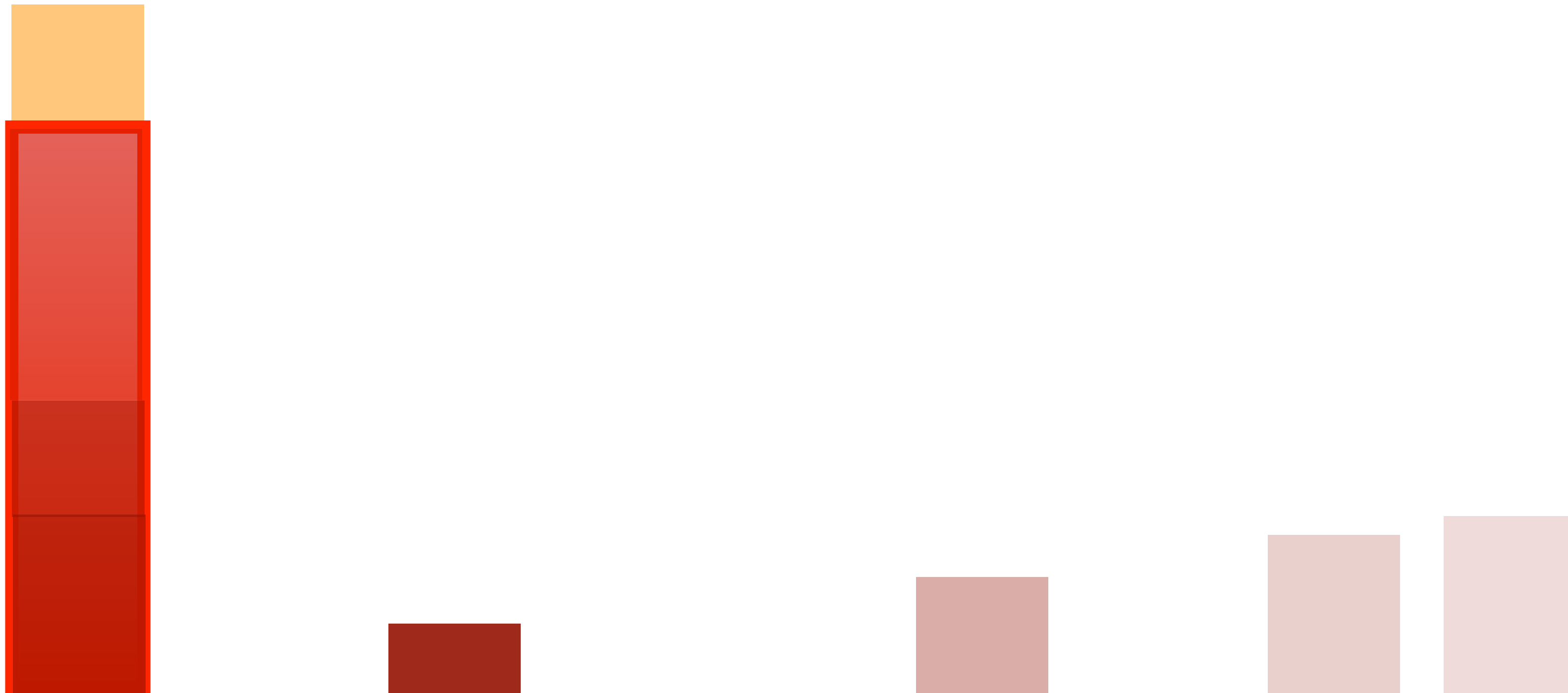
Ideen:

- Verwende die k wertvollsten Objekte aus einer Optimallösung.
- Wende Greedy auf den Rest an.



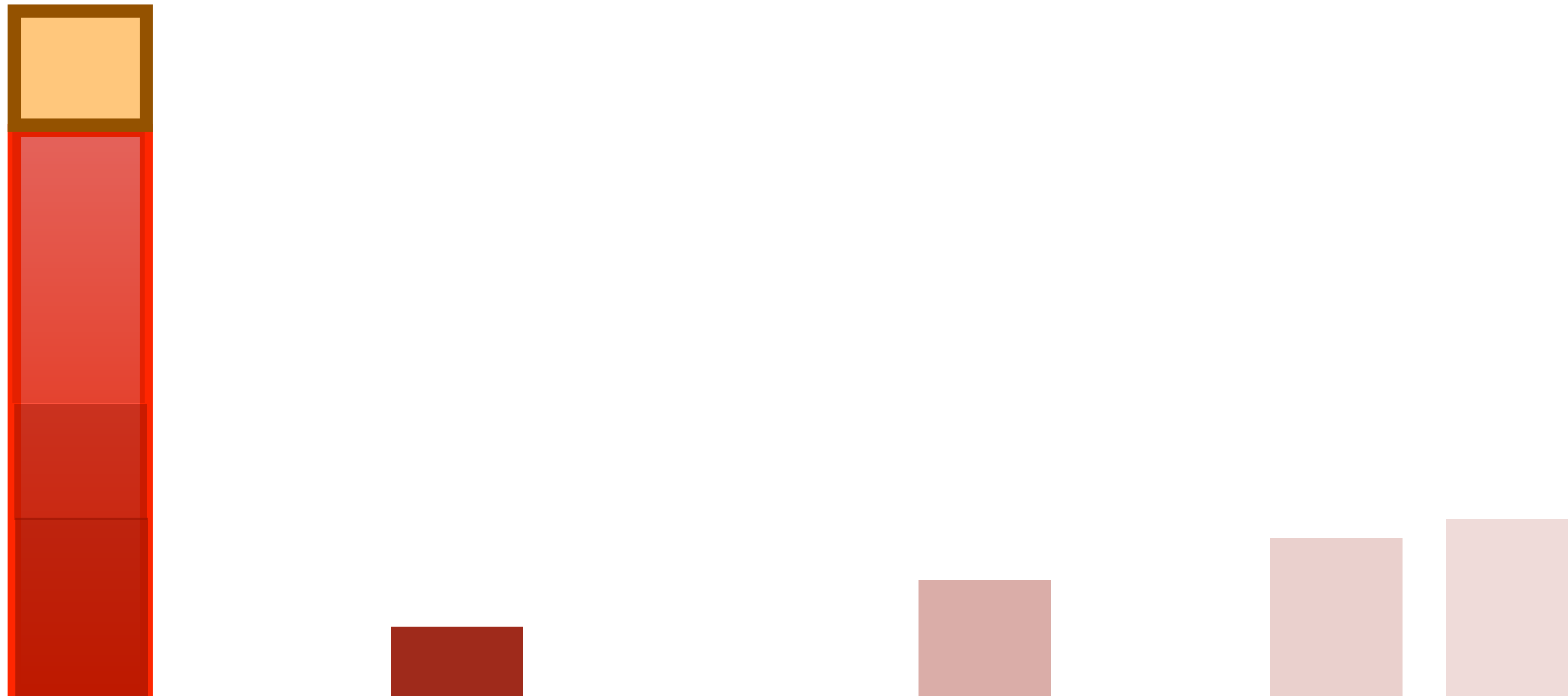
Ideen:

- Verwende die k wertvollsten Objekte aus einer Optimallösung.
- Wende Greedy auf den Rest an.



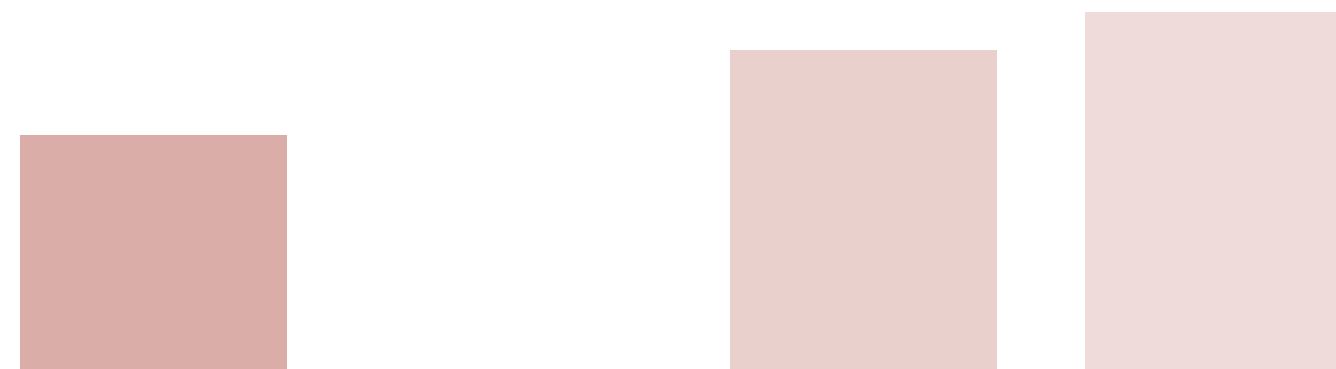
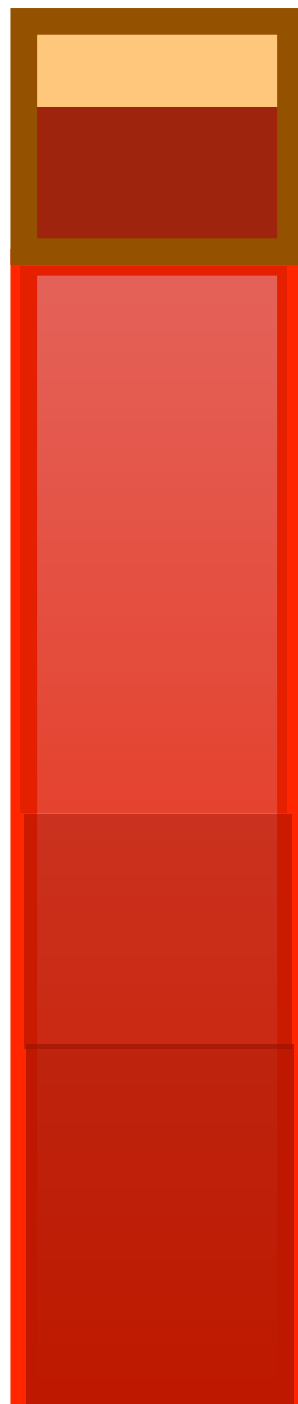
Ideen:

- Verwende die k wertvollsten Objekte aus einer Optimallösung.
- Wende Greedy auf den Rest an.



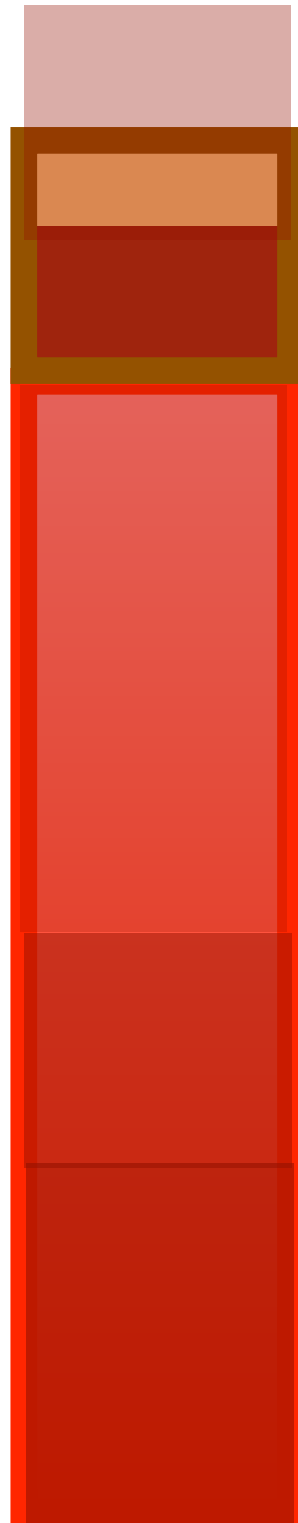
Ideen:

- Verwende die k wertvollsten Objekte aus einer Optimallösung.
- Wende Greedy auf den Rest an.



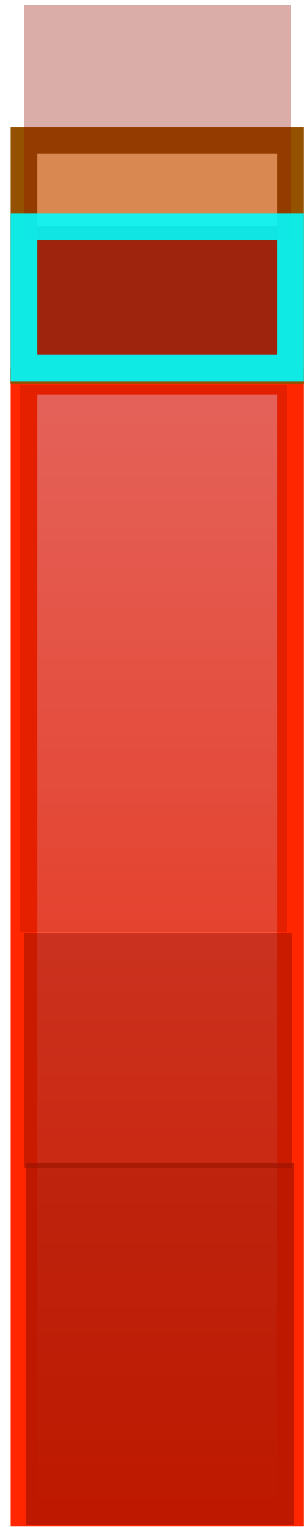
Ideen:

- Verwende die k wertvollsten Objekte aus einer Optimallösung.
- Wende Greedy auf den Rest an.



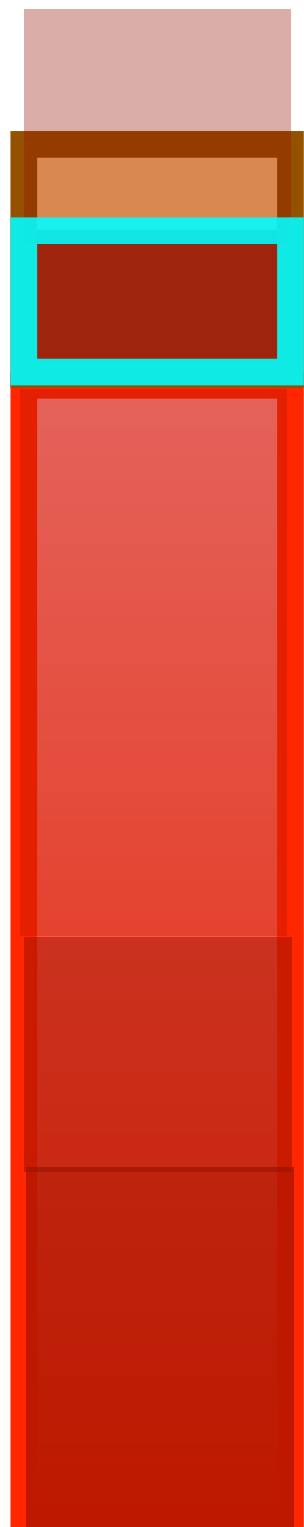
Ideen:

- Verwende die k wertvollsten Objekte aus einer Optimallösung.
- Wende Greedy auf den Rest an.



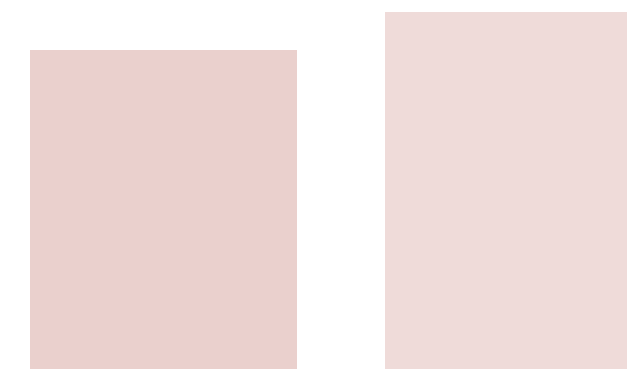
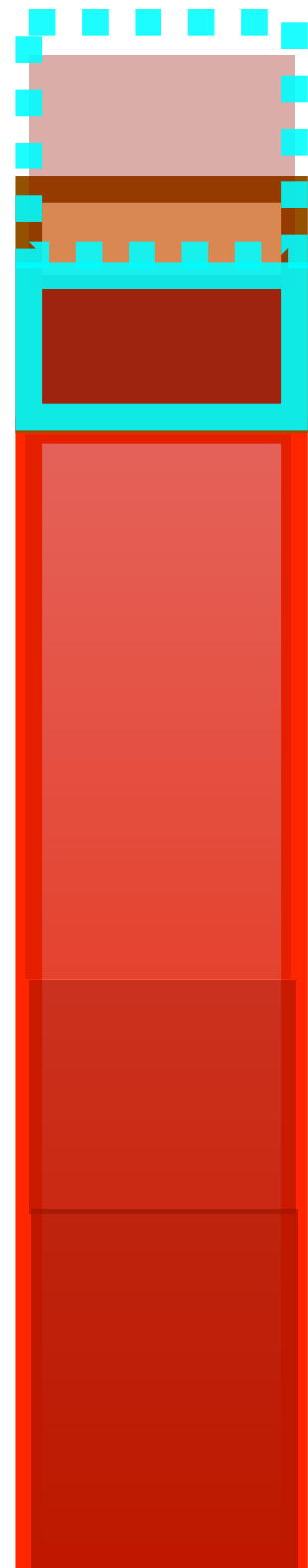
Ideen:

- Verwende die k wertvollsten Objekte aus einer Optimallösung.
- Wende Greedy auf den Rest an.
- Der Fehler ist durch *ein* Objekt beschränkt.



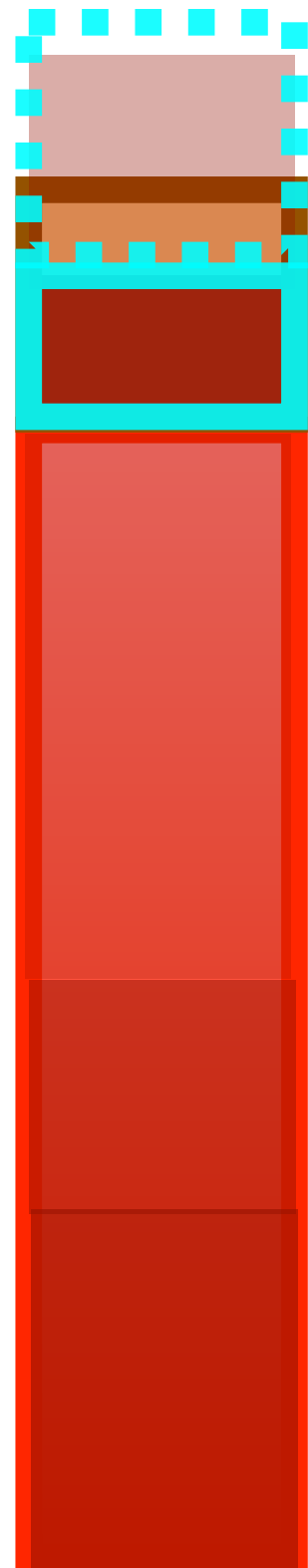
Ideen:

- Verwende die k wertvollsten Objekte aus einer Optimallösung.
- Wende Greedy auf den Rest an.
- Der Fehler ist durch *ein* Objekt beschränkt.



Ideen:

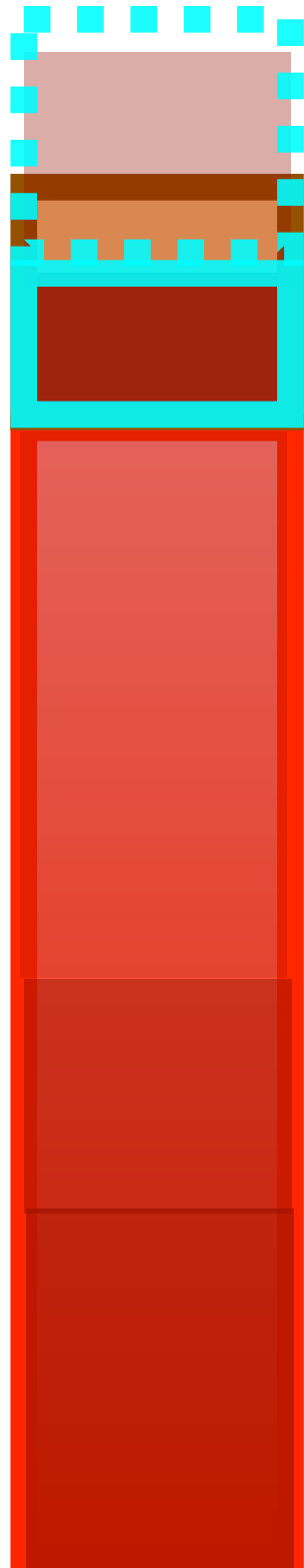
- Verwende die k wertvollsten Objekte aus einer Optimallösung.
- Wende Greedy auf den Rest an.
- Der Fehler ist durch *ein* Objekt beschränkt.



Ideen:

- Verwende die k wertvollsten Objekte aus einer Optimallösung.
- Wende Greedy auf den Rest an.
- Der Fehler ist durch *ein* Objekt beschränkt.

Wie findet man die k wertvollsten Objekte?

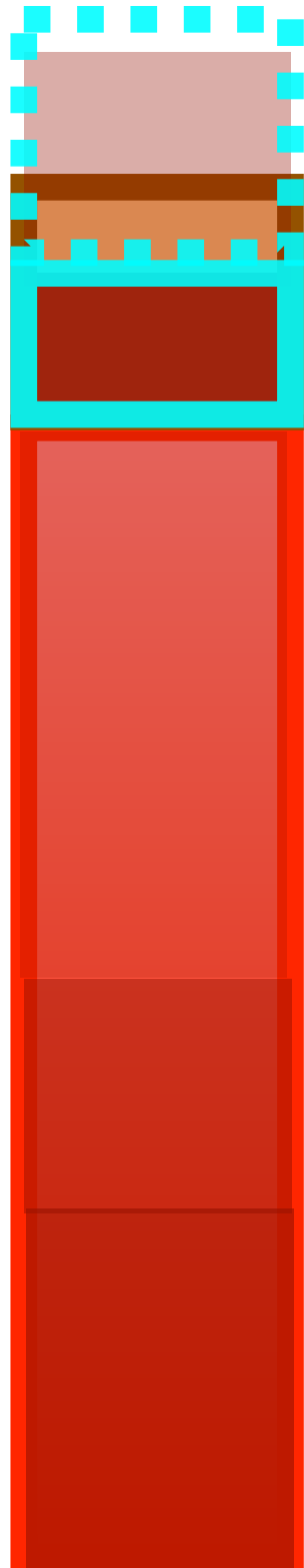


Ideen:

- Verwende die k wertvollsten Objekte aus einer Optimallösung.
- Wende Greedy auf den Rest an.
- Der Fehler ist durch *ein* Objekt beschränkt.

Wie findet man die k wertvollsten Objekte?

- Enumeriere alle Teilmengen der Größe k !

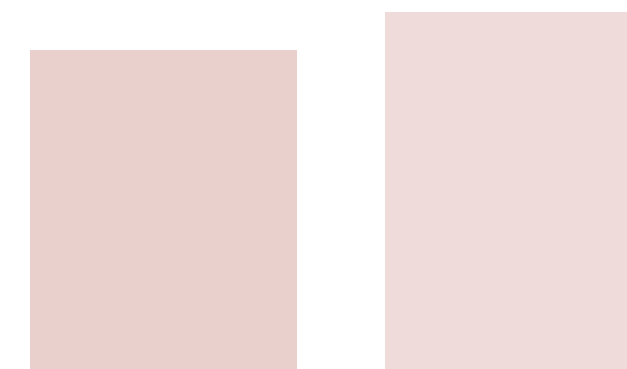
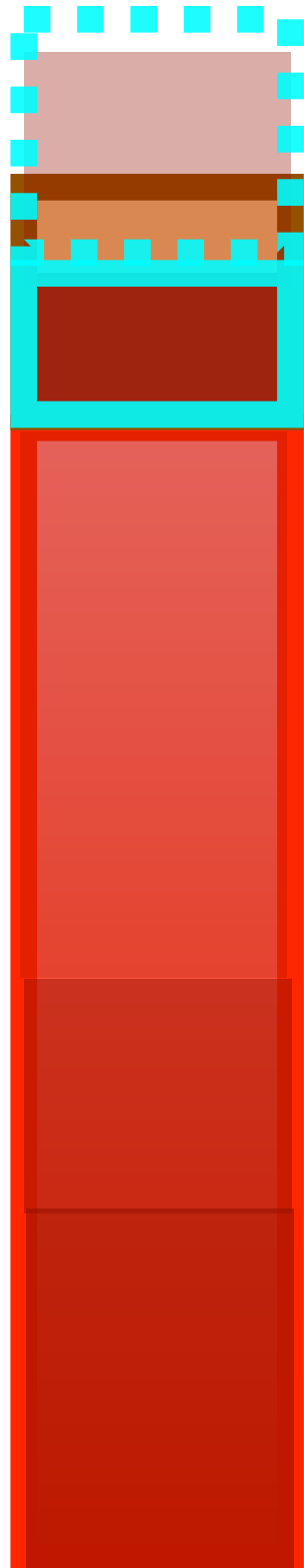


Ideen:

- Verwende die k wertvollsten Objekte aus einer Optimallösung.
- Wende Greedy auf den Rest an.
- Der Fehler ist durch *ein* Objekt beschränkt.

Wie findet man die k wertvollsten Objekte?

- Enumeriere alle Teilmengen der Größe k !

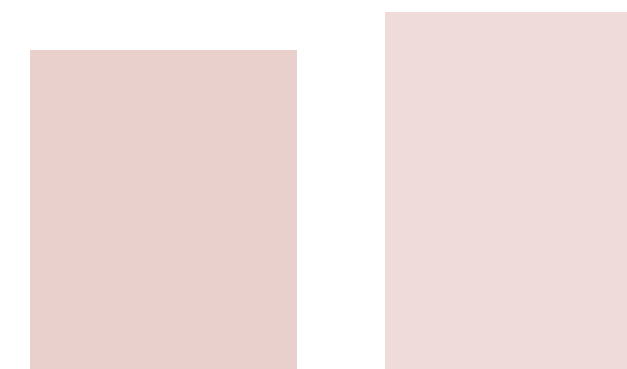
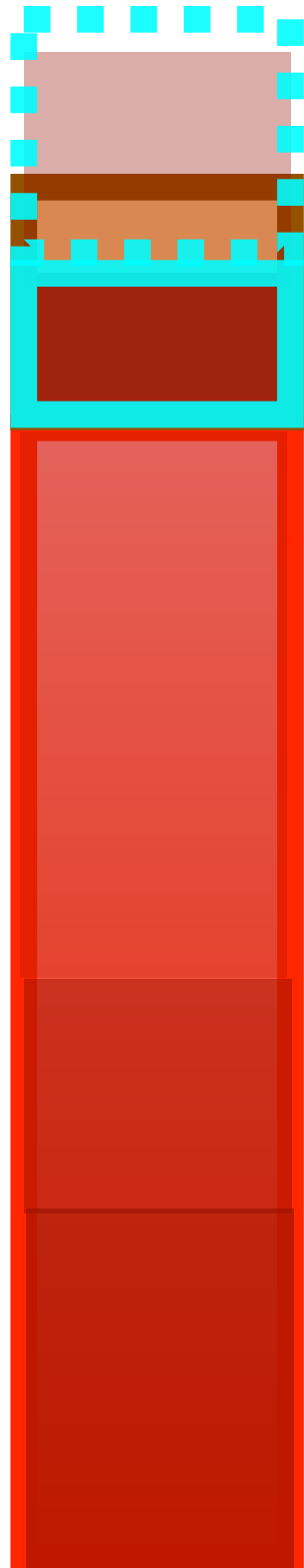


Ideen:

- Verwende die k wertvollsten Objekte aus einer Optimallösung.
- Wende Greedy auf den Rest an.
- Der Fehler ist durch *ein* Objekt beschränkt.

Wie findet man die k wertvollsten Objekte?

- Enumeriere alle Teilmengen der Größe k ! $\rightarrow O(n^k)$ Teilmengen



Bessere Approximation von Knapsack

Bessere Approximation von Knapsack



Bessere Approximation von Knapsack

Algorithmus 4.6 GREEDY_k

Bessere Approximation von Knapsack

Algorithmus 4.6 GREEDY_k

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$ [Parameter k fixiert]

Bessere Approximation von Knapsack

Algorithmus 4.6 GREEDY_k

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$ [Parameter k fixiert]

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq Z$ und Wert $G_k := \sum_{i \in S} p_i$

Bessere Approximation von Knapsack

Algorithmus 4.6 GREEDY_k

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$ [Parameter k fixiert]

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq Z$ und Wert $G_k := \sum_{i \in S} p_i$

1: $G_k := 0, S := \emptyset$

Bessere Approximation von Knapsack

Algorithmus 4.6 GREEDY_k

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$ [Parameter k fixiert]

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq Z$ und Wert $G_k := \sum_{i \in S} p_i$

1: $G_k := 0, S := \emptyset$

2: **for all** $\bar{S} \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $|\bar{S}| \leq k$ **do**

Bessere Approximation von Knapsack

Algorithmus 4.6 GREEDY_k

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$ [Parameter k fixiert]

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq Z$ und Wert $G_k := \sum_{i \in S} p_i$

1: $G_k := 0, S := \emptyset$

2: **for all** $\bar{S} \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $|\bar{S}| \leq k$ **do**

Bessere Approximation von Knapsack

Algorithmus 4.6 GREEDY_k

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$ [Parameter k fixiert]

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq Z$ und Wert $G_k := \sum_{i \in S} p_i$

1: $G_k := 0, S := \emptyset$

2: **for all** $\bar{S} \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $|\bar{S}| \leq k$ **do**

3: **if** $(\sum_{i \in \bar{S}} z_i \leq Z)$ **then**

Bessere Approximation von Knapsack

Algorithmus 4.6 GREEDY_k

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$ [Parameter k fixiert]

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq Z$ und Wert $G_k := \sum_{i \in S} p_i$

1: $G_k := 0, S := \emptyset$

2: **for all** $\bar{S} \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $|\bar{S}| \leq k$ **do**

3: **if** $(\sum_{i \in \bar{S}} z_i \leq Z)$ **then**

4: $G_k := \max\{G_k, \sum_{i \in \bar{S}} p_i + \text{GREEDY}_0(\{z_i | i \notin \bar{S}\}, Z - \sum_{i \in \bar{S}} z_i, \{p_i | i \notin \bar{S}\})\};$

Bessere Approximation von Knapsack

Algorithmus 4.6 GREEDY_k

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$ [Parameter k fixiert]

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq Z$ und Wert $G_k := \sum_{i \in S} p_i$

1: $G_k := 0, S := \emptyset$

2: **for all** $\bar{S} \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $|\bar{S}| \leq k$ **do**

3: **if** $(\sum_{i \in \bar{S}} z_i \leq Z)$ **then**

4: $G_k := \max\{G_k, \sum_{i \in \bar{S}} p_i + \text{GREEDY}_0(\{z_i | i \notin \bar{S}\}, Z - \sum_{i \in \bar{S}} z_i, \{p_i | i \notin \bar{S}\})\};$

Bessere Approximation von Knapsack

Algorithmus 4.6 GREEDY_k

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$ [Parameter k fixiert]

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq Z$ und Wert $G_k := \sum_{i \in S} p_i$

1: $G_k := 0, S := \emptyset$

2: **for all** $\bar{S} \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $|\bar{S}| \leq k$ **do**

3: **if** $(\sum_{i \in \bar{S}} z_i \leq Z)$ **then**

4: $G_k := \max\{G_k, \sum_{i \in \bar{S}} p_i + \text{GREEDY}_0(\{z_i | i \notin \bar{S}\}, Z - \sum_{i \in \bar{S}} z_i, \{p_i | i \notin \bar{S}\})\};$

Bessere Approximation von Knapsack

Algorithmus 4.6 GREEDY_k

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$ [Parameter k fixiert]

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq Z$ und Wert $G_k := \sum_{i \in S} p_i$

1: $G_k := 0, S := \emptyset$

2: **for all** $\bar{S} \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $|\bar{S}| \leq k$ **do**

3: **if** $(\sum_{i \in \bar{S}} z_i \leq Z)$ **then**

4: $G_k := \max\{G_k, \sum_{i \in \bar{S}} p_i + \text{GREEDY}_0(\{z_i | i \notin \bar{S}\}, Z - \sum_{i \in \bar{S}} z_i, \{p_i | i \notin \bar{S}\})\};$

Bessere Approximation von Knapsack

Algorithmus 4.6 GREEDY_k

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$ [Parameter k fixiert]

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq Z$ und Wert $G_k := \sum_{i \in S} p_i$

1: $G_k := 0, S := \emptyset$

2: **for all** $\bar{S} \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $|\bar{S}| \leq k$ **do**

3: **if** $(\sum_{i \in \bar{S}} z_i \leq Z)$ **then**

4: $G_k := \max\{G_k, \sum_{i \in \bar{S}} p_i + \text{GREEDY}_0(\{z_i | i \notin \bar{S}\}, Z - \sum_{i \in \bar{S}} z_i, \{p_i | i \notin \bar{S}\})\};$

Bessere Approximation von Knapsack

Algorithmus 4.6 GREEDY_k

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$ [Parameter k fixiert]

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq Z$ und Wert $G_k := \sum_{i \in S} p_i$

1: $G_k := 0, S := \emptyset$

2: **for all** $\bar{S} \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $|\bar{S}| \leq k$ **do**

3: **if** $(\sum_{i \in \bar{S}} z_i \leq Z)$ **then**

4: $G_k := \max\{G_k, \sum_{i \in \bar{S}} p_i + \text{GREEDY}_0(\{z_i | i \notin \bar{S}\}, Z - \sum_{i \in \bar{S}} z_i, \{p_i | i \notin \bar{S}\})\};$

Bessere Approximation von Knapsack

Algorithmus 4.6 GREEDY_k

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$ [Parameter k fixiert]

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq Z$ und Wert $G_k := \sum_{i \in S} p_i$

1: $G_k := 0, S := \emptyset$

2: **for all** $\bar{S} \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $|\bar{S}| \leq k$ **do**

3: **if** $(\sum_{i \in \bar{S}} z_i \leq Z)$ **then**

4: $G_k := \max\{G_k, \sum_{i \in \bar{S}} p_i + \text{GREEDY}_0(\{z_i | i \notin \bar{S}\}, Z - \sum_{i \in \bar{S}} z_i, \{p_i | i \notin \bar{S}\})\};$

Bessere Approximation von Knapsack

Algorithmus 4.6 GREEDY_k

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$ [Parameter k fixiert]

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq Z$ und Wert $G_k := \sum_{i \in S} p_i$

1: $G_k := 0, S := \emptyset$

2: **for all** $\bar{S} \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $|\bar{S}| \leq k$ **do**

3: **if** $(\sum_{i \in \bar{S}} z_i \leq Z)$ **then**

4: $G_k := \max\{G_k, \sum_{i \in \bar{S}} p_i + \text{GREEDY}_0(\{z_i | i \notin \bar{S}\}, Z - \sum_{i \in \bar{S}} z_i, \{p_i | i \notin \bar{S}\})\};$

5: Update S ;

Bessere Approximation von Knapsack

Algorithmus 4.6 GREEDY_k

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$ [Parameter k fixiert]

Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq Z$ und Wert $G_k := \sum_{i \in S} p_i$

1: $G_k := 0, S := \emptyset$

2: **for all** $\bar{S} \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $|\bar{S}| \leq k$ **do**

3: **if** $(\sum_{i \in \bar{S}} z_i \leq Z)$ **then**

4: $G_k := \max\{G_k, \sum_{i \in \bar{S}} p_i + \text{GREEDY}_0(\{z_i | i \notin \bar{S}\}, Z - \sum_{i \in \bar{S}} z_i, \{p_i | i \notin \bar{S}\})\};$

5: Update S ;

6: **return** G_k, S

Gütegarantie

Gütegarantie



Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

Gütegarantie

Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

Definition 4.5 (Approximationsalgorithmus).

1. Für ein Maximierungsproblem MAX ist ein Algorithmus ALG ein c -Approximationsalgorithmus für MAX, wenn für jede Instanz I von MAX
 - a) ALG in *polynomieller Zeit* in der Größe von I eine zulässige Lösung mit Wert ALG liefert
 - b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

Gütegarantie

Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

Definition 4.5 (Approximationsalgorithmus).

1. Für ein Maximierungsproblem MAX ist ein Algorithmus ALG ein c -Approximationsalgorithmus für MAX, wenn für jede Instanz I von MAX
 - a) ALG in polynomieller Zeit in der Größe von I eine zulässige Lösung mit Wert ALG liefert
 - b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

Gütegarantie

Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

Definition 4.5 (Approximationsalgorithmus).

1. Für ein Maximierungsproblem MAX ist ein Algorithmus ALG ein c -Approximationsalgorithmus für MAX, wenn für jede Instanz I von MAX
 - a) ALG in polynomieller Zeit in der Größe von I eine zulässige Lösung mit Wert ALG liefert
 - b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

Nicht 2^n , sondern n^2

Gütegarantie

Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

Definition 4.5 (Approximationsalgorithmus).

1. Für ein Maximierungsproblem MAX ist ein Algorithmus ALG ein c -Approximationsalgorithmus für MAX, wenn für jede Instanz I von MAX
 - a) ALG in polynomieller Zeit in der Größe von I eine zulässige Lösung mit Wert ALG liefert
 - b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

(a) Die Laufzeit ist nicht mehr als $O(n^{k+2})$ - also polynomiell.

Nicht 2^n , sondern n^2

Gütegarantie

Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

Definition 4.5 (Approximationsalgorithmus).

1. Für ein Maximierungsproblem MAX ist ein Algorithmus ALG ein c -Approximationsalgorithmus für MAX, wenn für jede Instanz I von MAX
 - a) ALG in polynomieller Zeit in der Größe von I eine zulässige Lösung mit Wert ALG liefert
 - b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

(a) Die Laufzeit ist nicht mehr als $O(n^{k+2})$ - also polynomiell.

Nicht 2^n , sondern n^2

Gütegarantie

Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

Definition 4.5 (Approximationsalgorithmus).

1. Für ein Maximierungsproblem MAX ist ein Algorithmus ALG ein c -Approximationsalgorithmus für MAX, wenn für jede Instanz I von MAX
 - a) ALG in *polynomieller Zeit* in der Größe von I eine zulässige Lösung mit Wert ALG liefert
 - b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

Gütegarantie

Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

⋮

Gütegarantie

Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

Gütegarantie

Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

Gütegarantie

Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

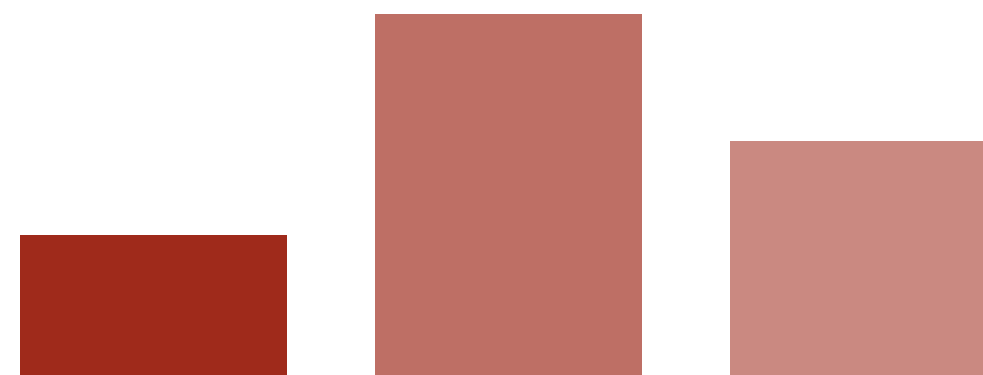


⋮

Gütegarantie

Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)



⋮

Gütegarantie

Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

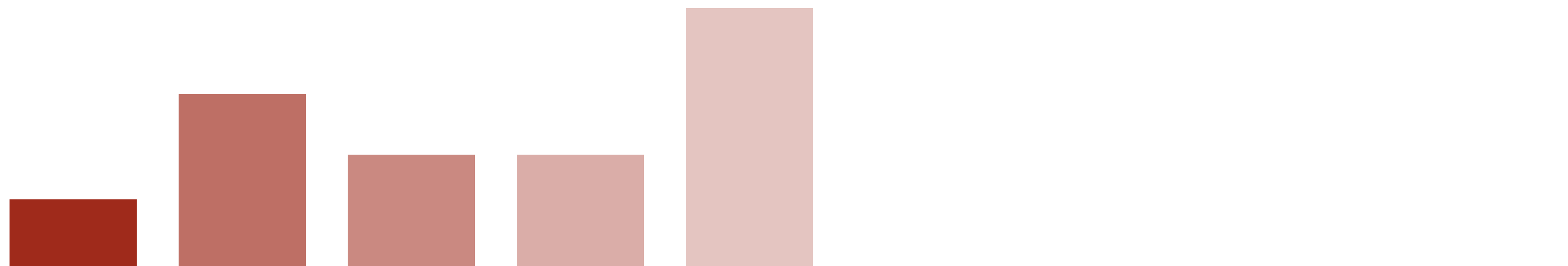


⋮

Gütegarantie

Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)



Gütegarantie

Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)



Gütegarantie

Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)



Gütegarantie

Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

Betrachte OPT mit $S^* \subseteq \{1, \dots, n\}$.



Gütegarantie

Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

Betrachte OPT mit $S^* \subseteq \{1, \dots, n\}$.

$|S^*| \leq k \implies$



Gütegarantie

Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

Betrachte OPT mit $S^* \subseteq \{1, \dots, n\}$.

$|S^*| \leq k \implies$



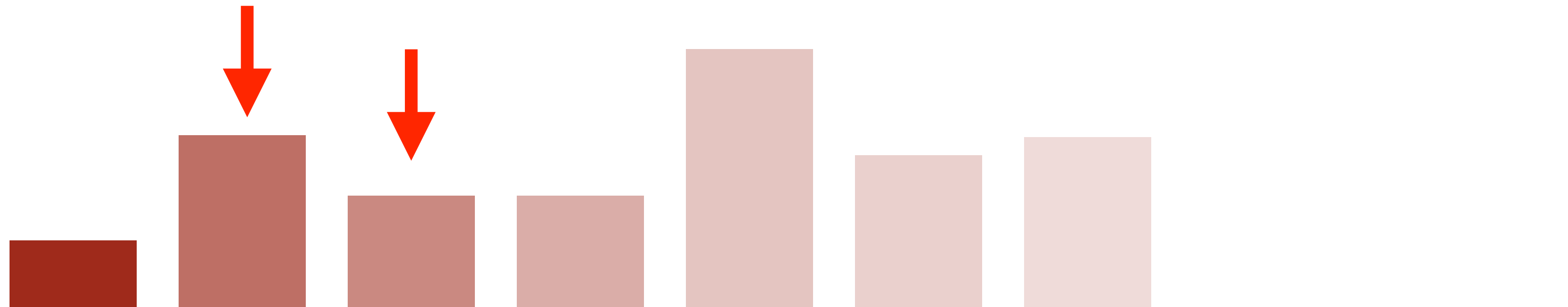
Gütegarantie

Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

Betrachte OPT mit $S^* \subseteq \{1, \dots, n\}$.

$|S^*| \leq k \implies$



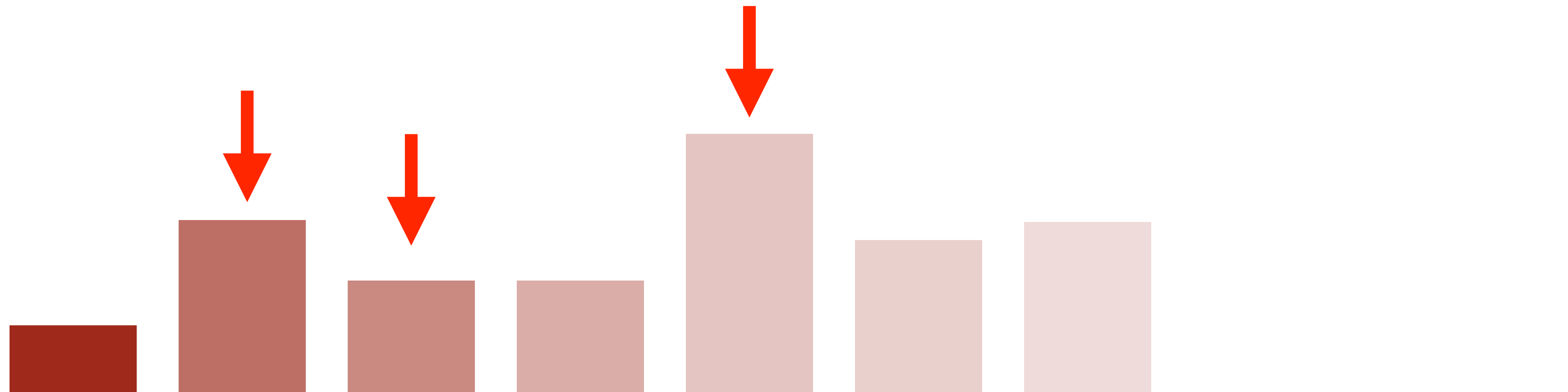
Gütegarantie

Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

Betrachte OPT mit $S^* \subseteq \{1, \dots, n\}$.

$|S^*| \leq k \implies$



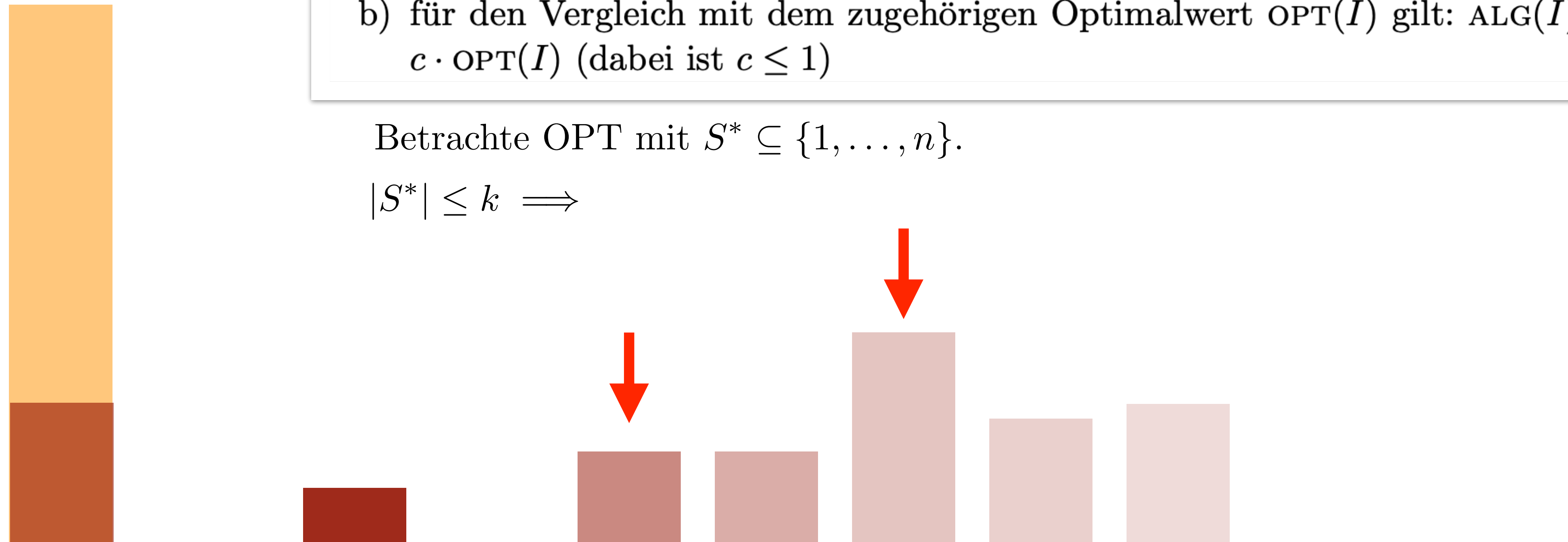
Gütegarantie

Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

Betrachte OPT mit $S^* \subseteq \{1, \dots, n\}$.

$|S^*| \leq k \implies$



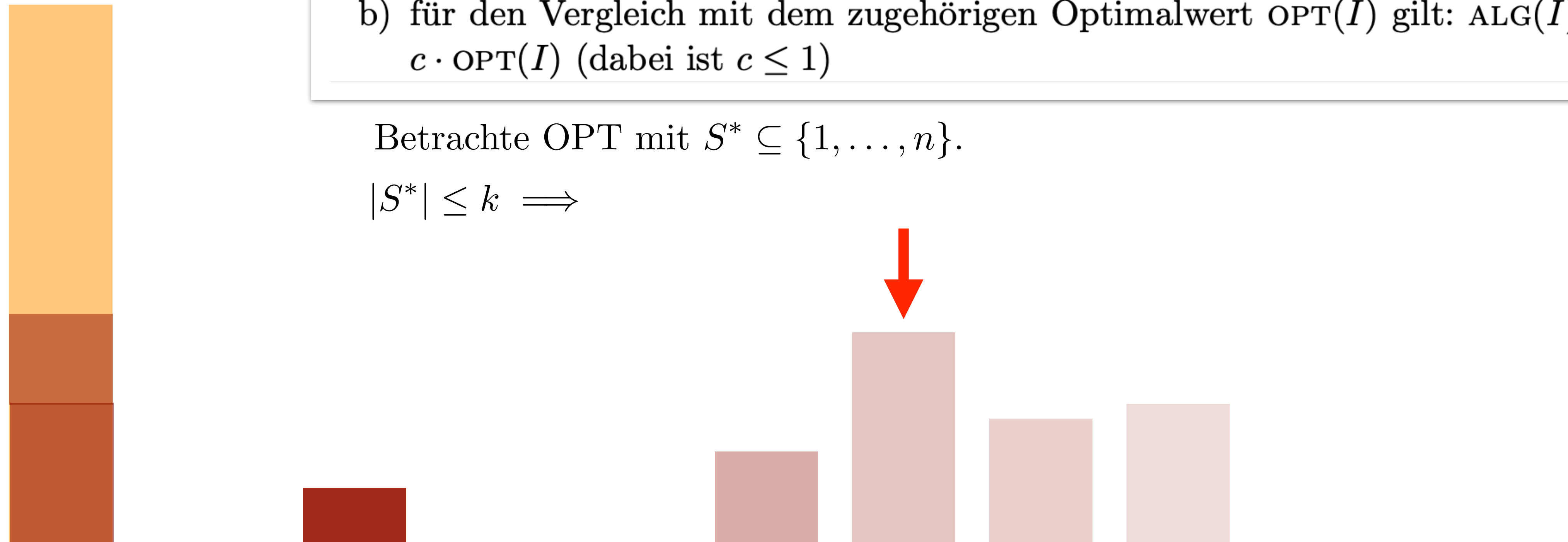
Gütegarantie

Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

Betrachte OPT mit $S^* \subseteq \{1, \dots, n\}$.

$|S^*| \leq k \implies$



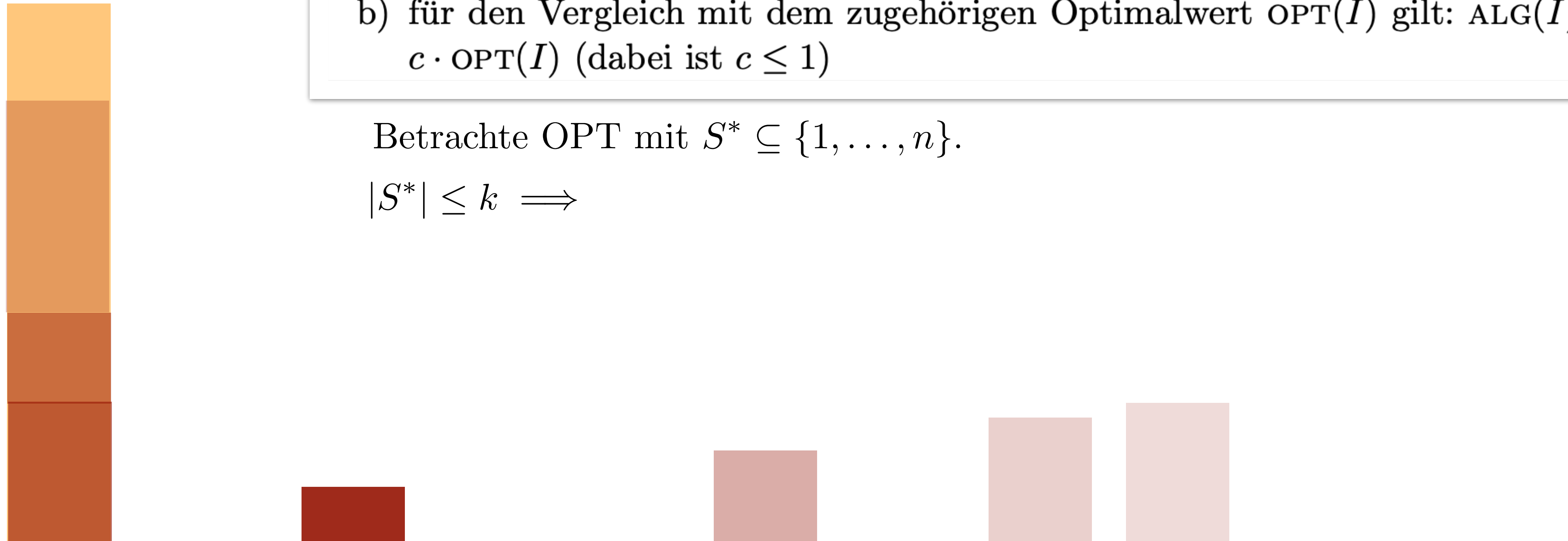
Gütegarantie

Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

Betrachte OPT mit $S^* \subseteq \{1, \dots, n\}$.

$|S^*| \leq k \implies$



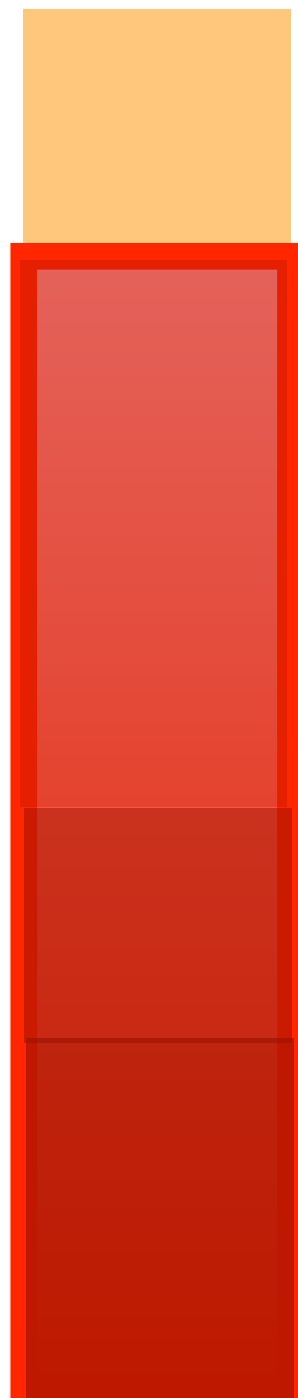
Gütegarantie

Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

Betrachte OPT mit $S^* \subseteq \{1, \dots, n\}$.

$|S^*| \leq k \implies$



⋮

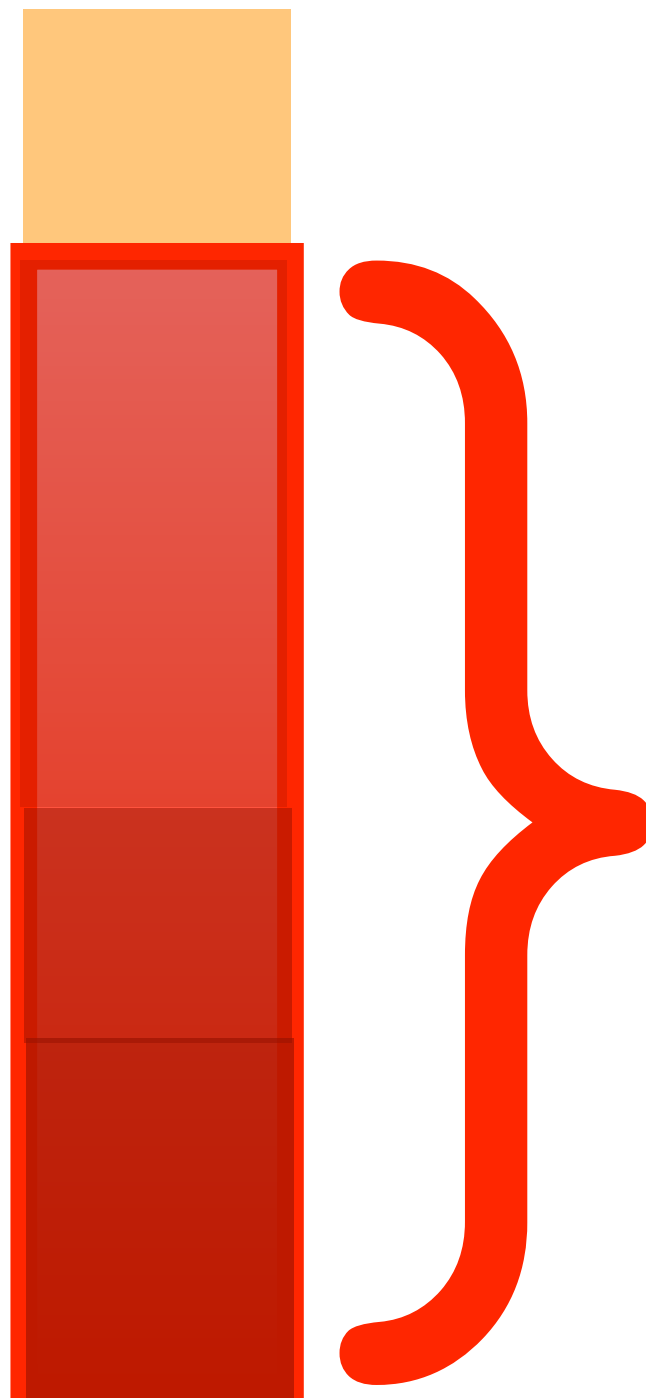
Gütegarantie

Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

Betrachte OPT mit $S^* \subseteq \{1, \dots, n\}$.

$|S^*| \leq k \implies$



⋮

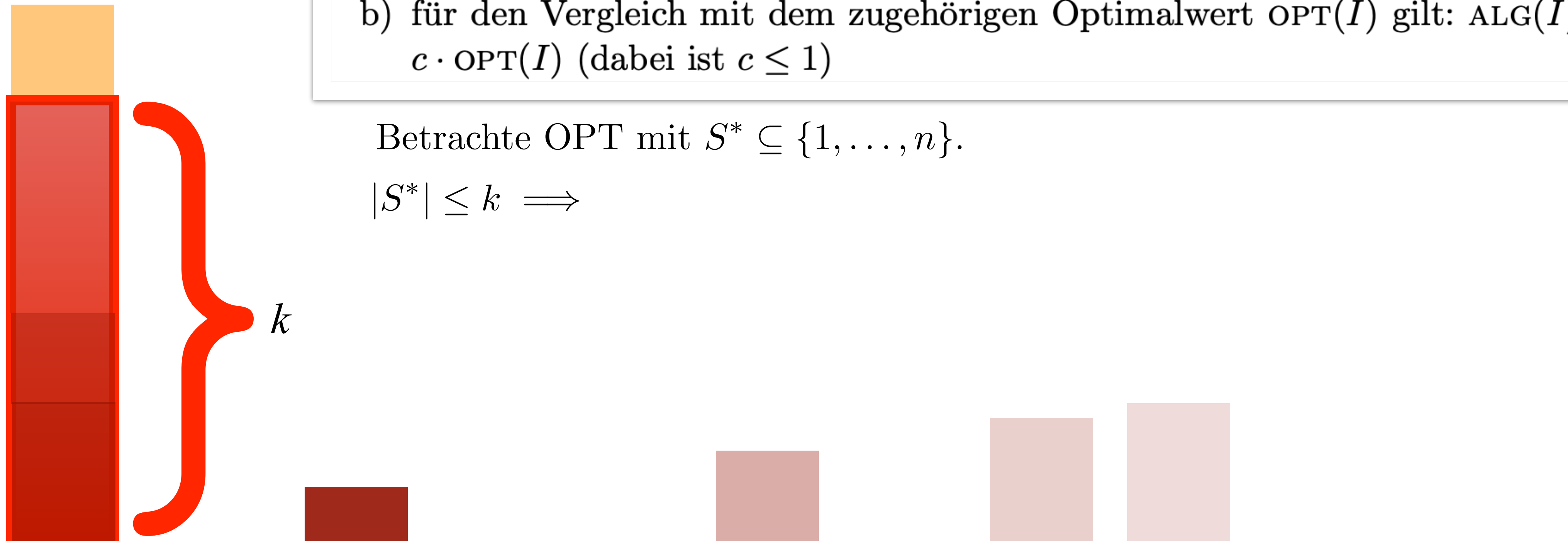
Gütegarantie

Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

Betrachte OPT mit $S^* \subseteq \{1, \dots, n\}$.

$|S^*| \leq k \implies$



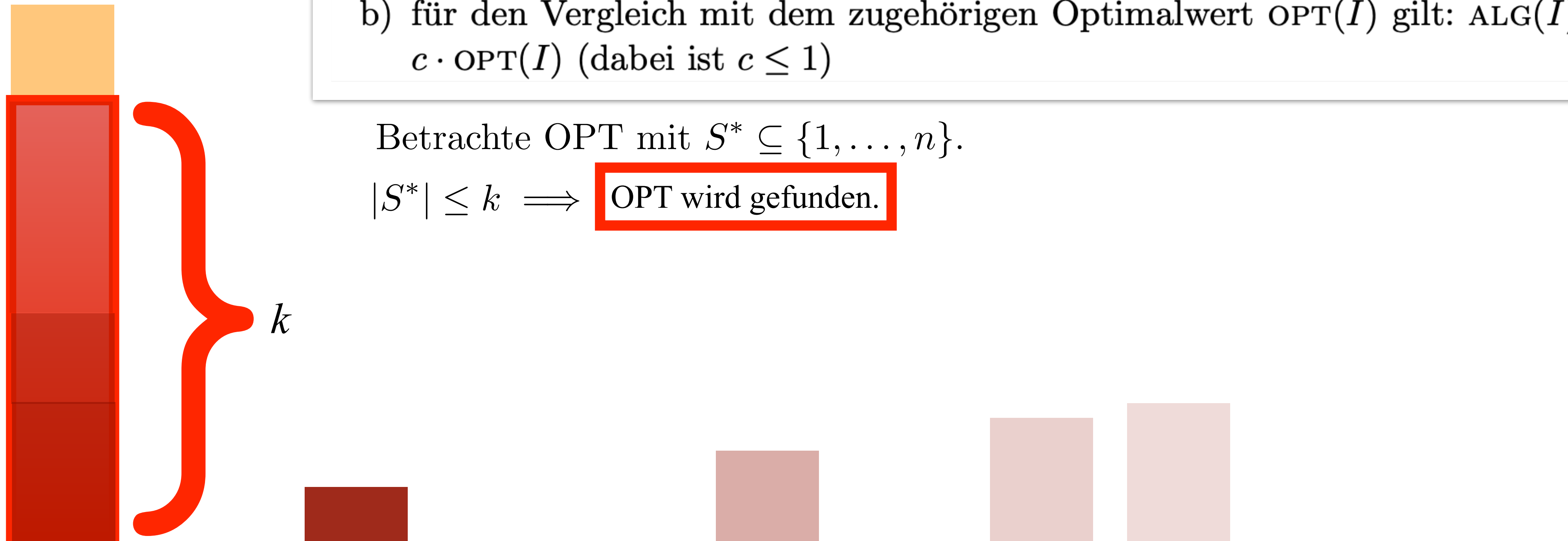
Gütegarantie

Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

Betrachte OPT mit $S^* \subseteq \{1, \dots, n\}$.

$|S^*| \leq k \implies \text{OPT wird gefunden.}$

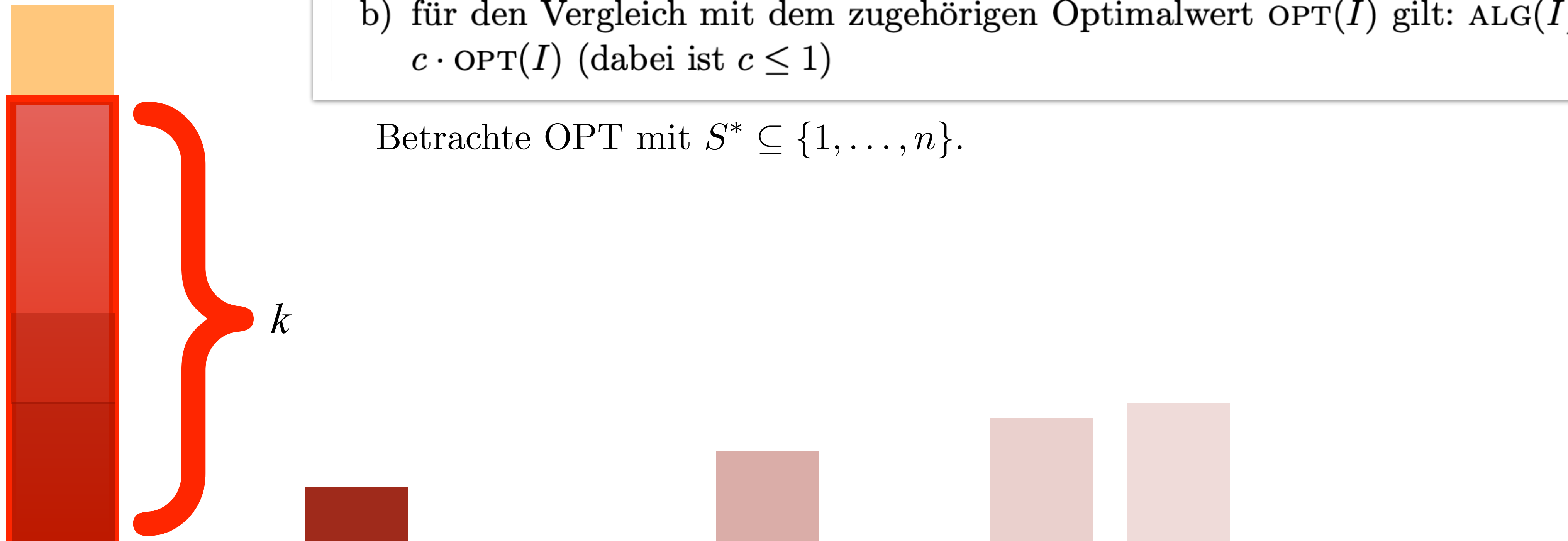


Gütegarantie

Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

Betrachte OPT mit $S^* \subseteq \{1, \dots, n\}$.



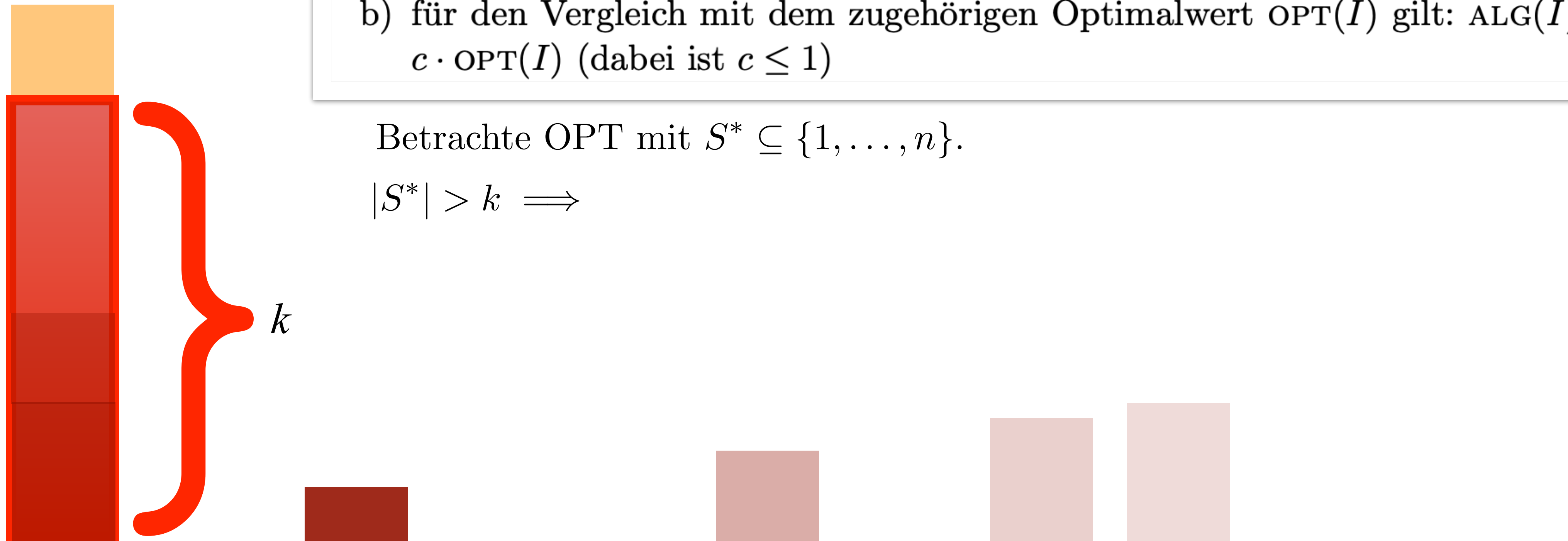
Gütegarantie

Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

Betrachte OPT mit $S^* \subseteq \{1, \dots, n\}$.

$|S^*| > k \implies$



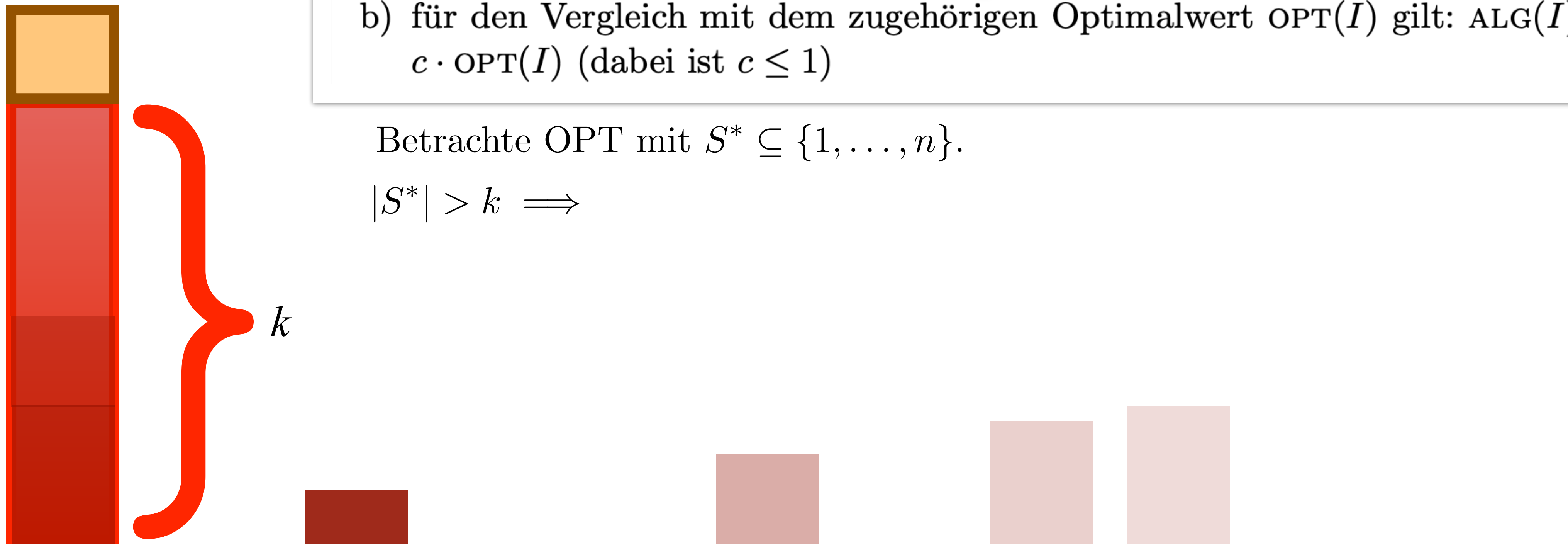
Gütegarantie

Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

Betrachte OPT mit $S^* \subseteq \{1, \dots, n\}$.

$|S^*| > k \implies$



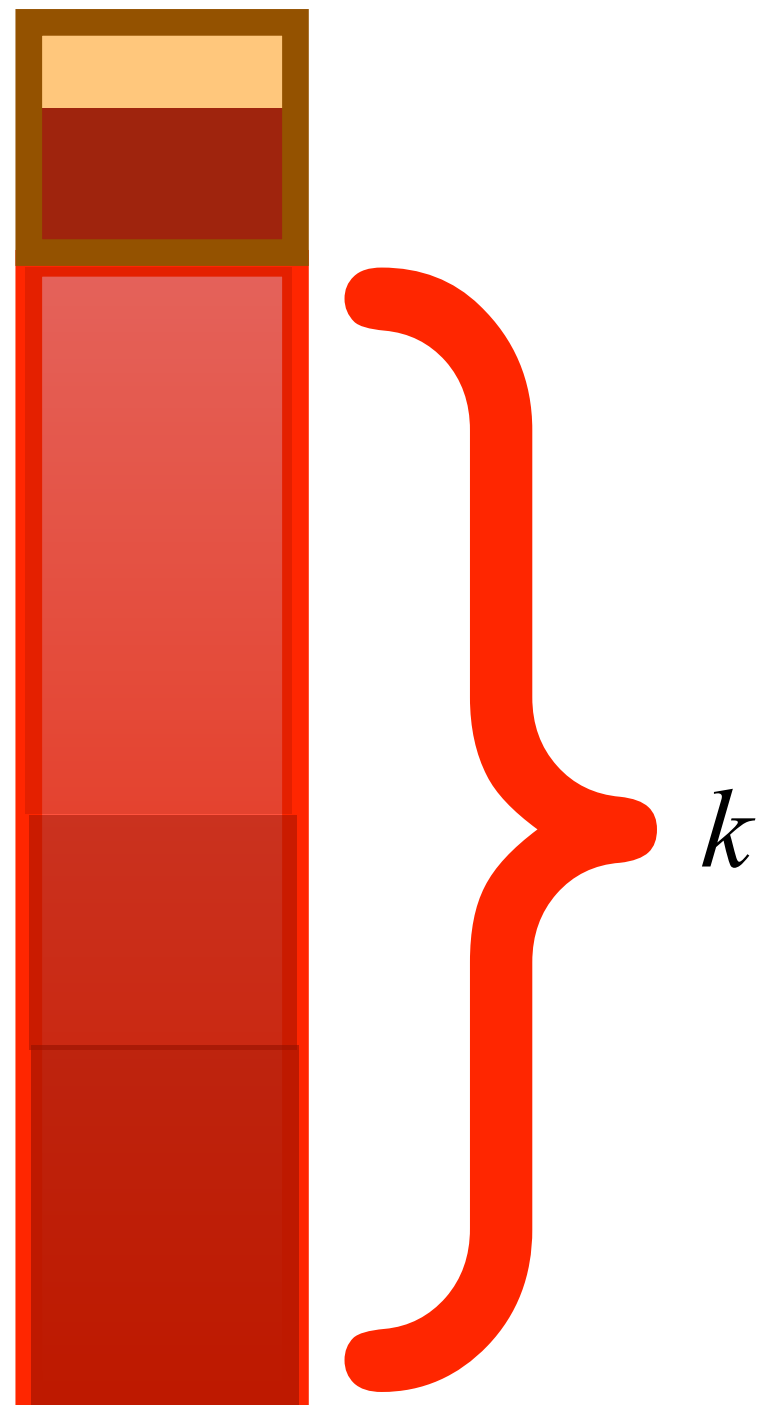
Gütegarantie

Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

Betrachte OPT mit $S^* \subseteq \{1, \dots, n\}$.

$|S^*| > k \implies$



⋮

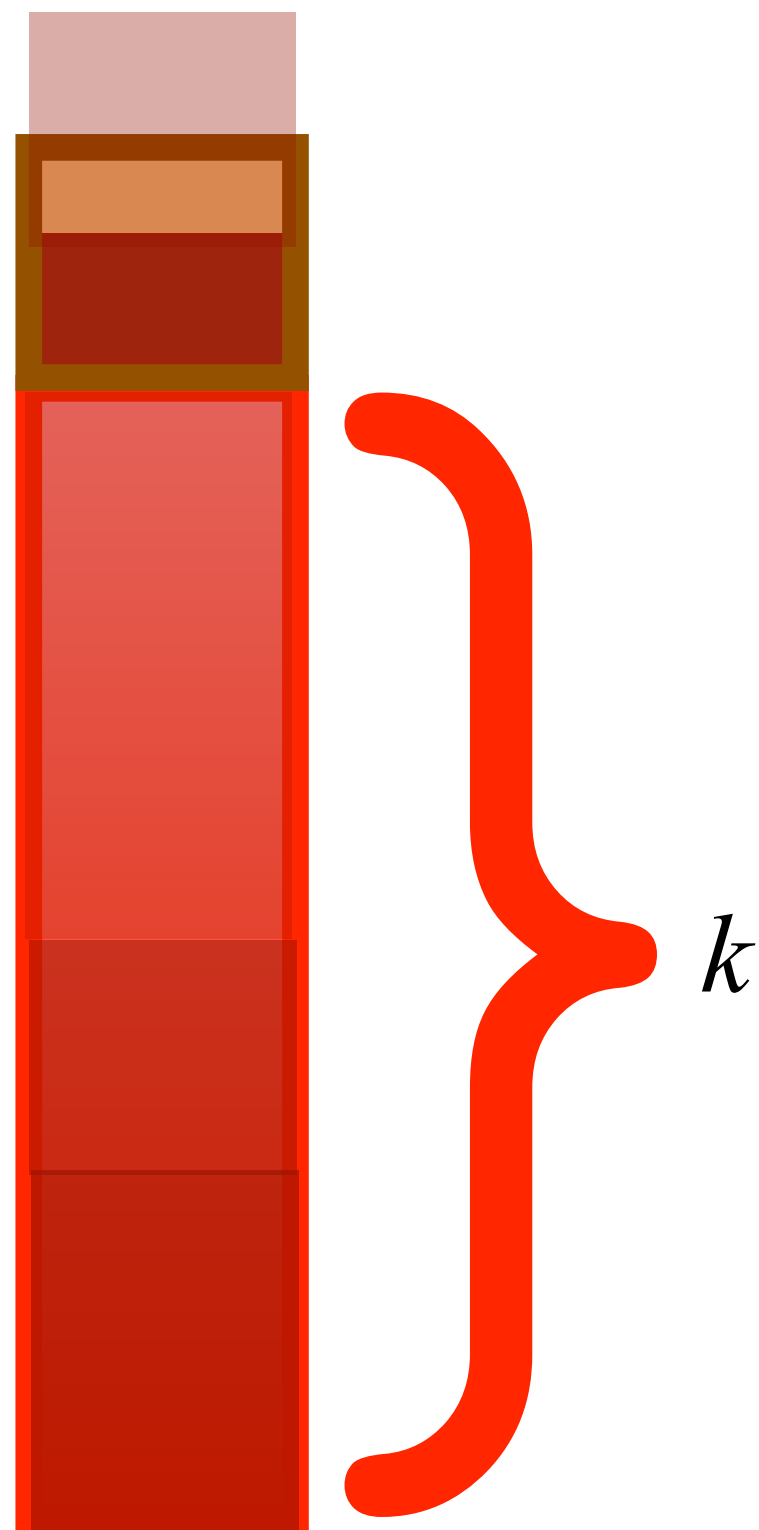
Gütegarantie

Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

Betrachte OPT mit $S^* \subseteq \{1, \dots, n\}$.

$|S^*| > k \implies$



⋮

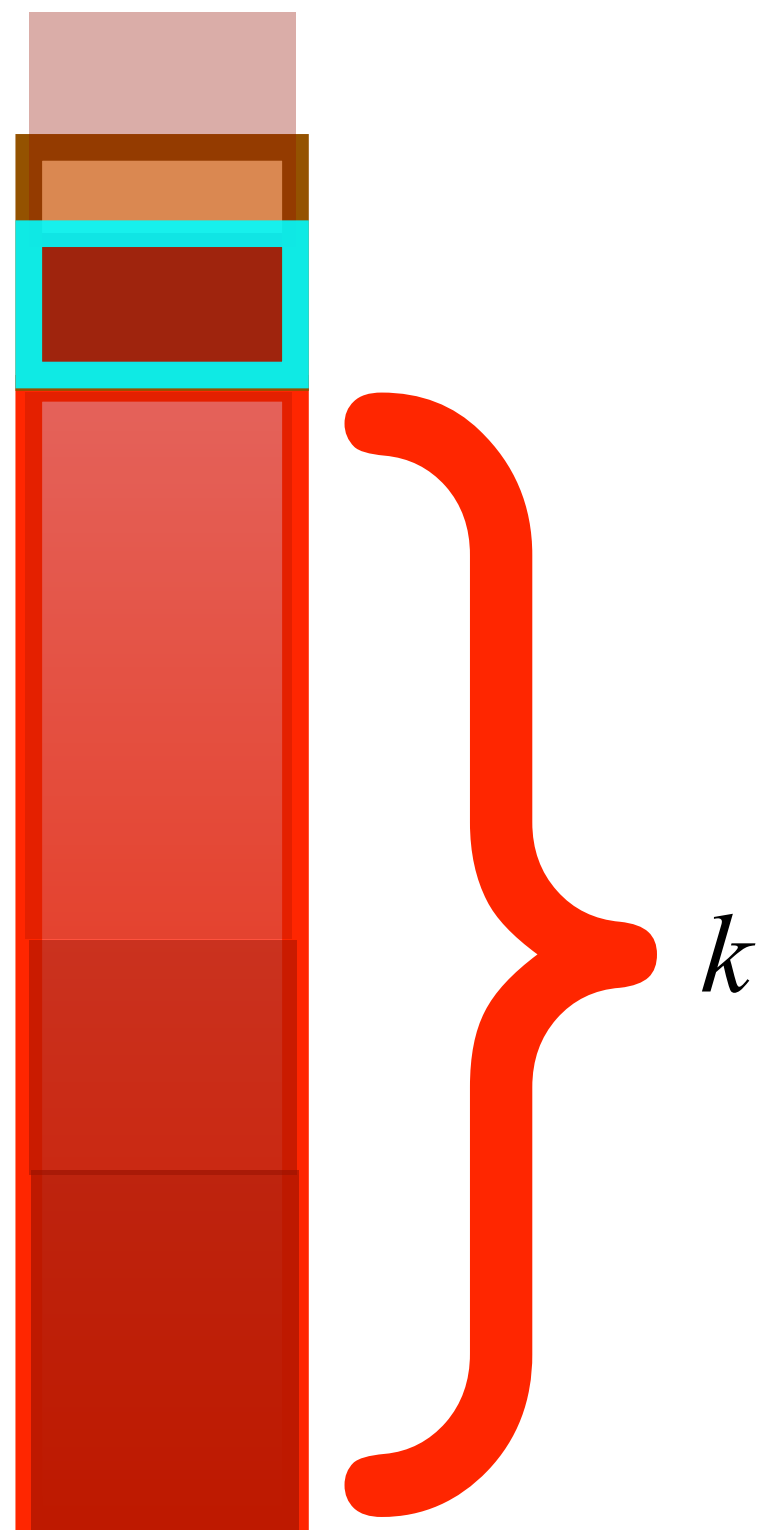
Gütegarantie

Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

Betrachte OPT mit $S^* \subseteq \{1, \dots, n\}$.

$|S^*| > k \implies$



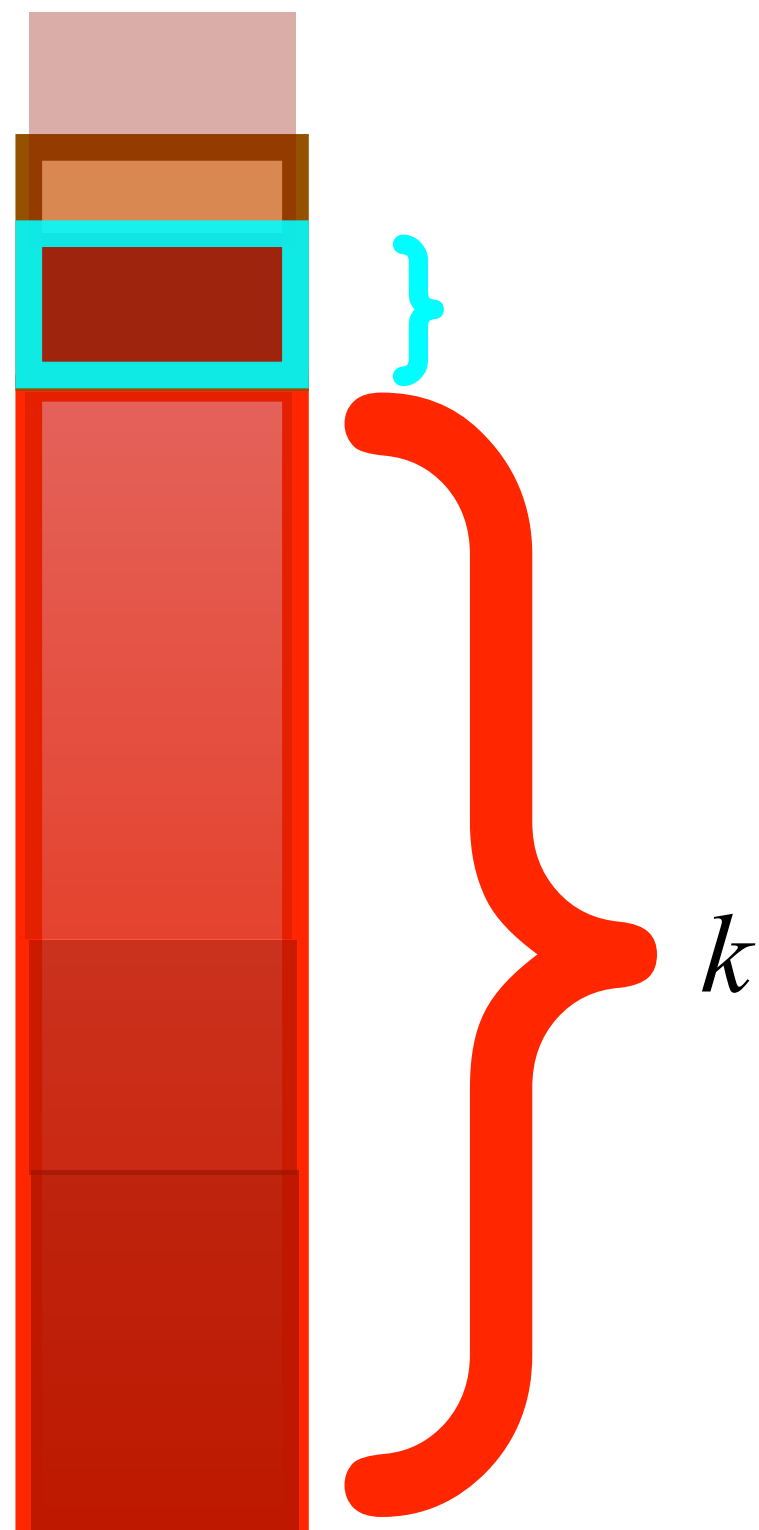
Gütegarantie

Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

Betrachte OPT mit $S^* \subseteq \{1, \dots, n\}$.

$|S^*| > k \implies$



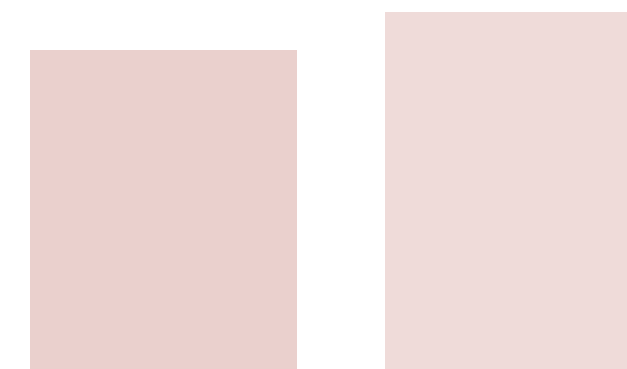
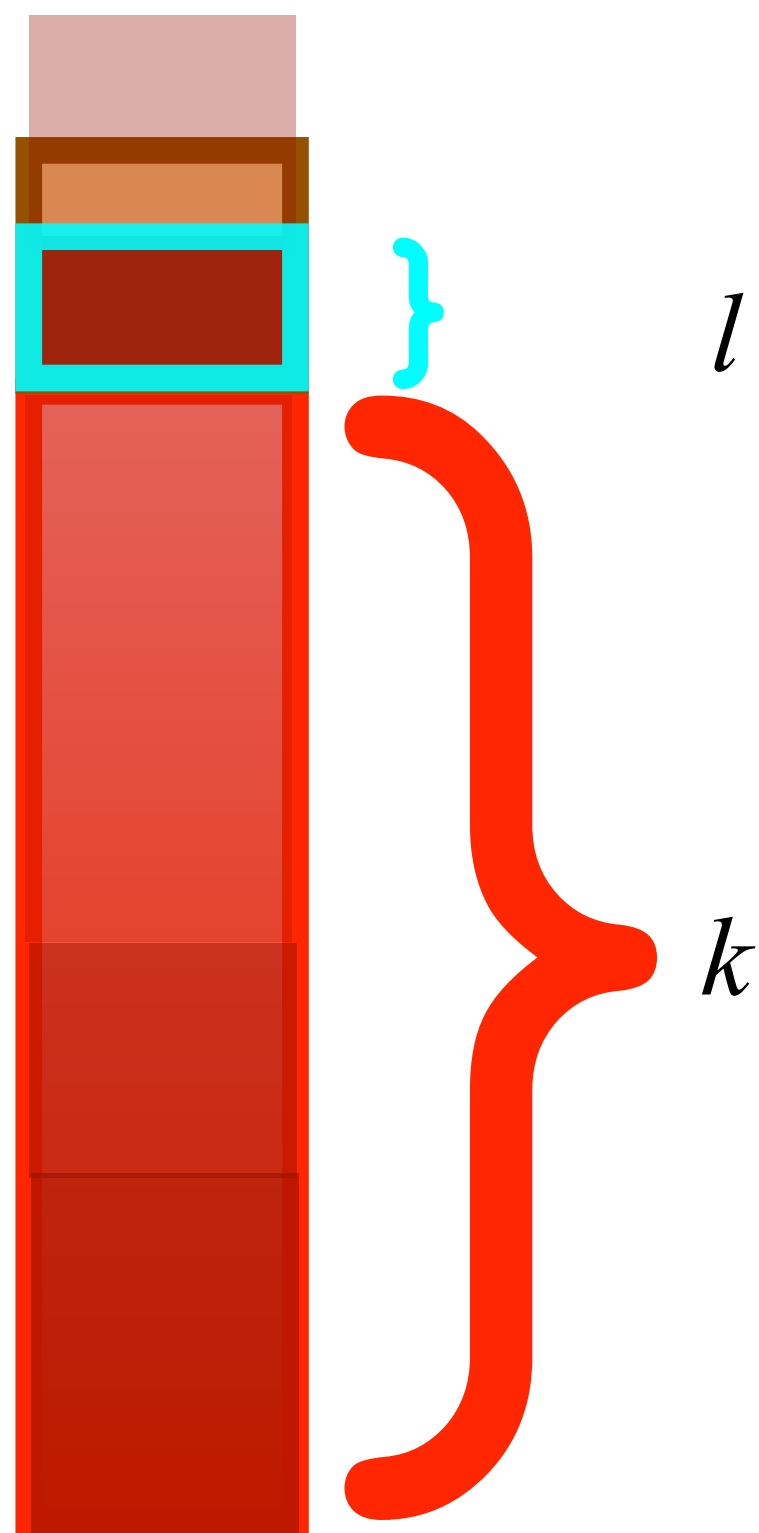
Gütegarantie

Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

Betrachte OPT mit $S^* \subseteq \{1, \dots, n\}$.

$|S^*| > k \implies$



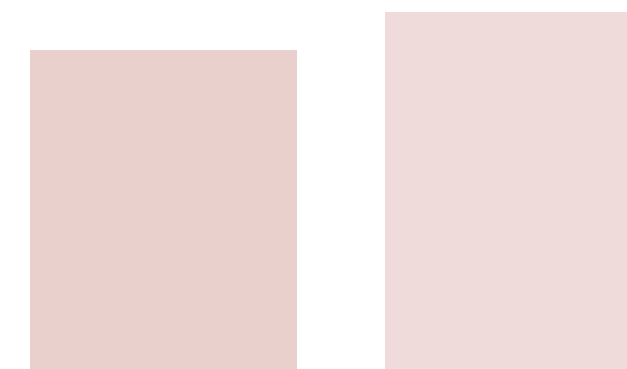
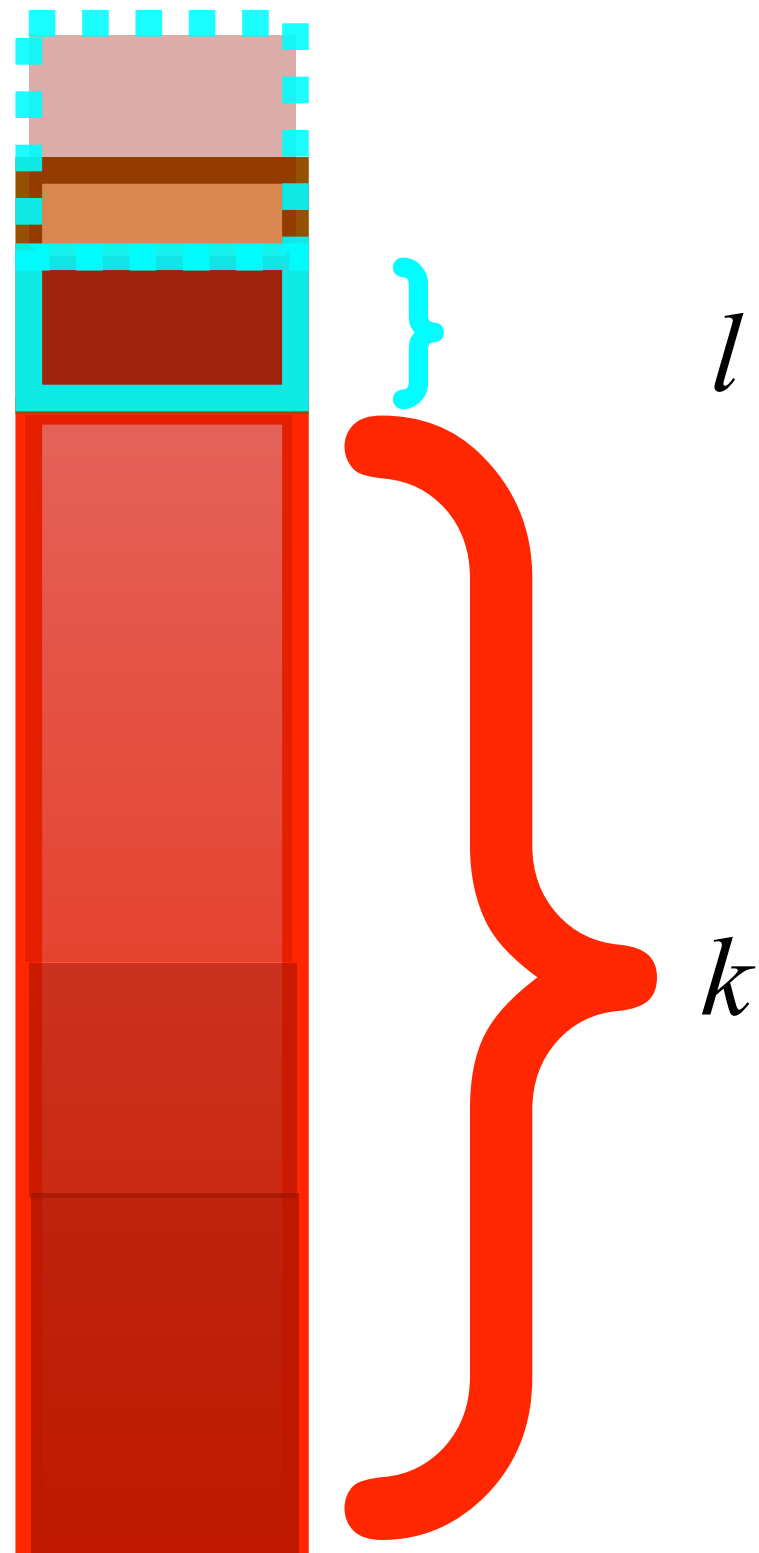
Gütegarantie

Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

Betrachte OPT mit $S^* \subseteq \{1, \dots, n\}$.

$|S^*| > k \implies$



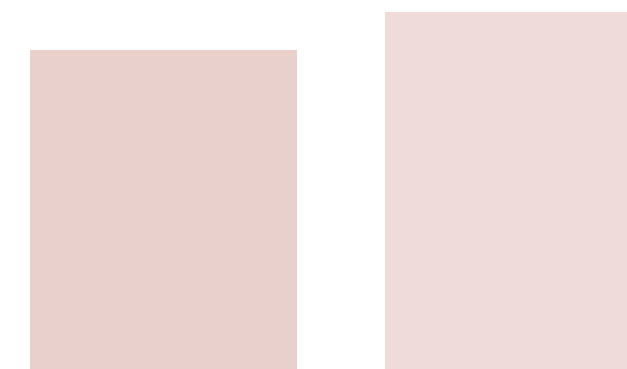
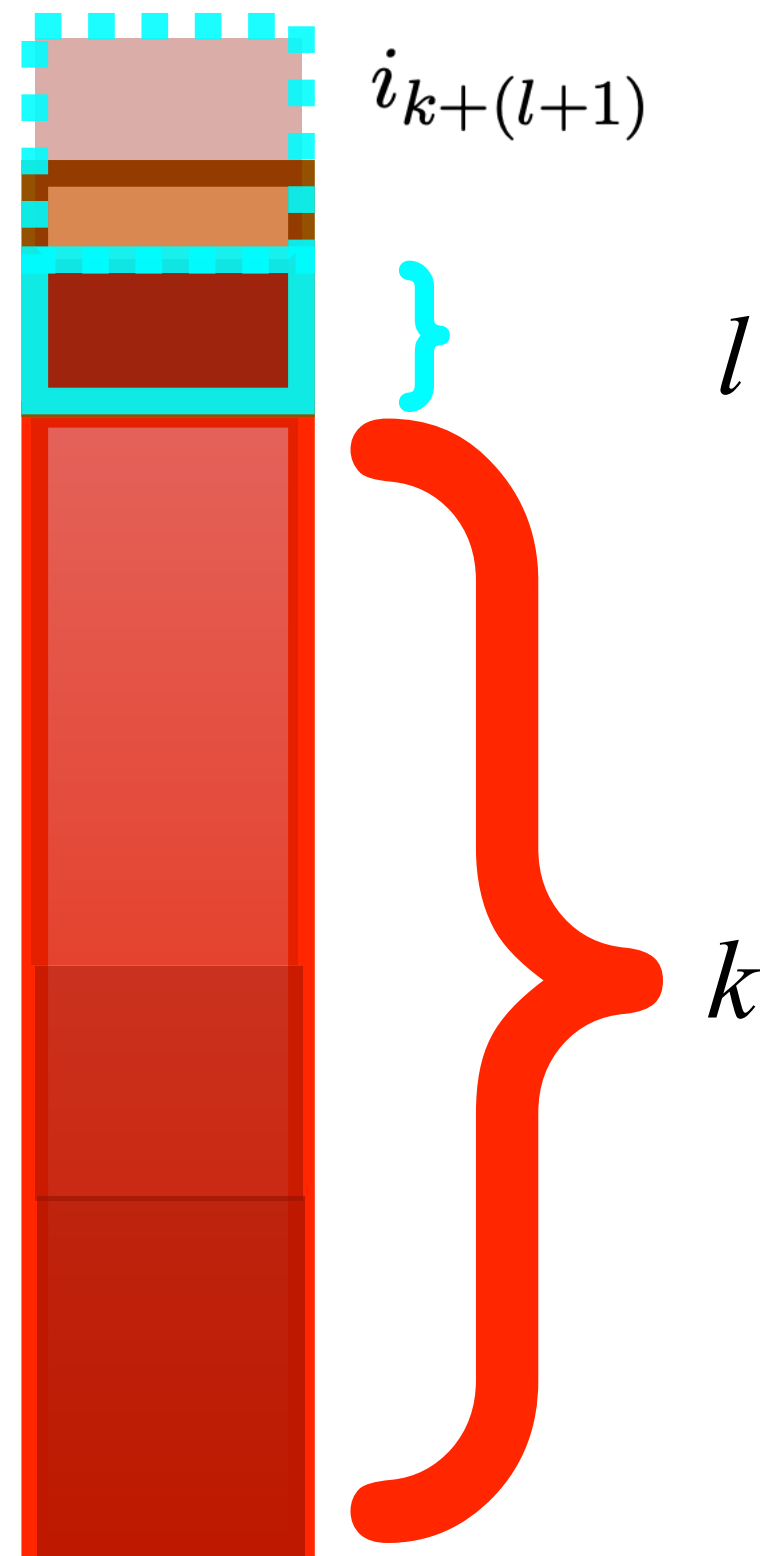
Gütegarantie

Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

Betrachte OPT mit $S^* \subseteq \{1, \dots, n\}$.

$|S^*| > k \implies$



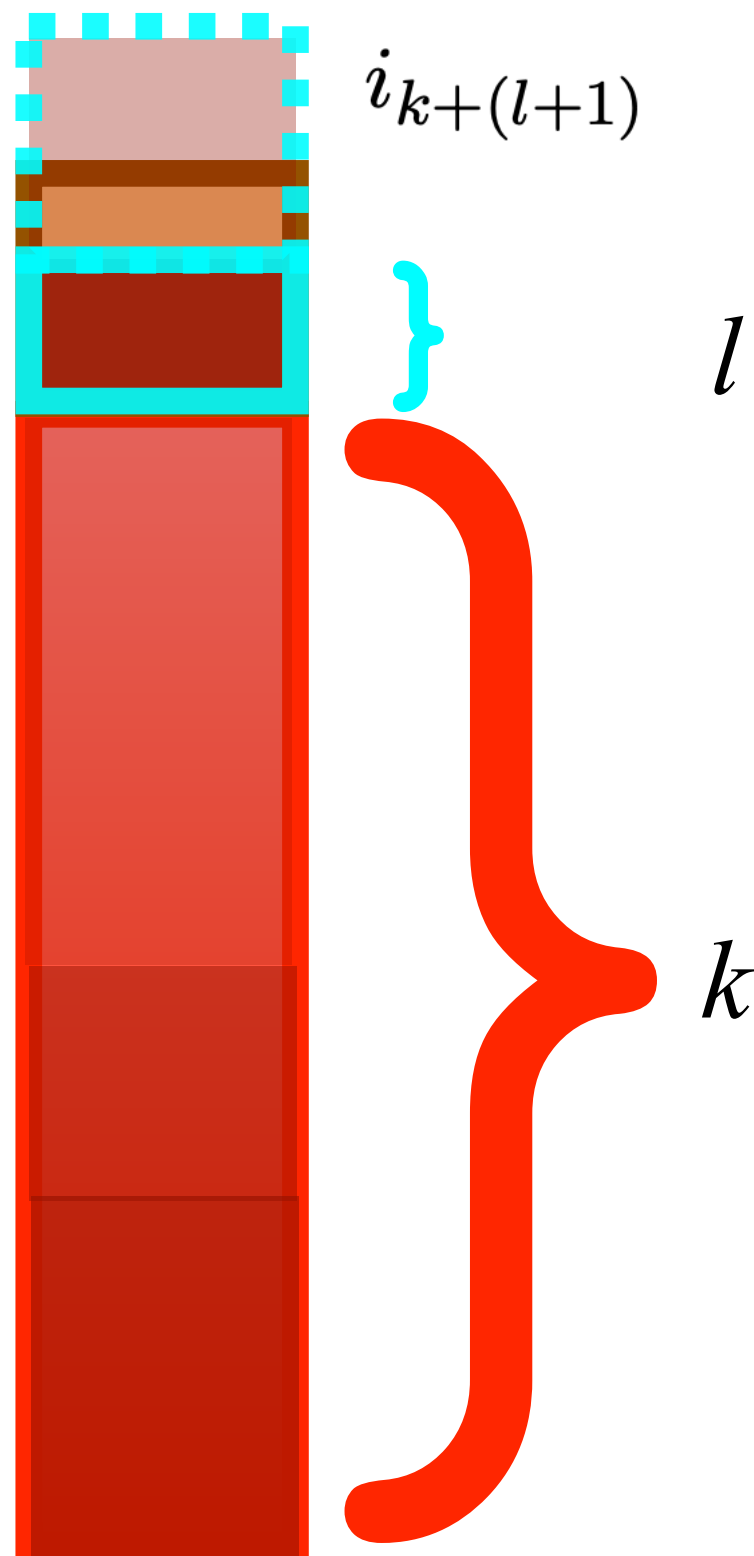
Gütegarantie

Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

Betrachte OPT mit $S^* \subseteq \{1, \dots, n\}$.

$|S^*| > k \implies$



Gütegarantie

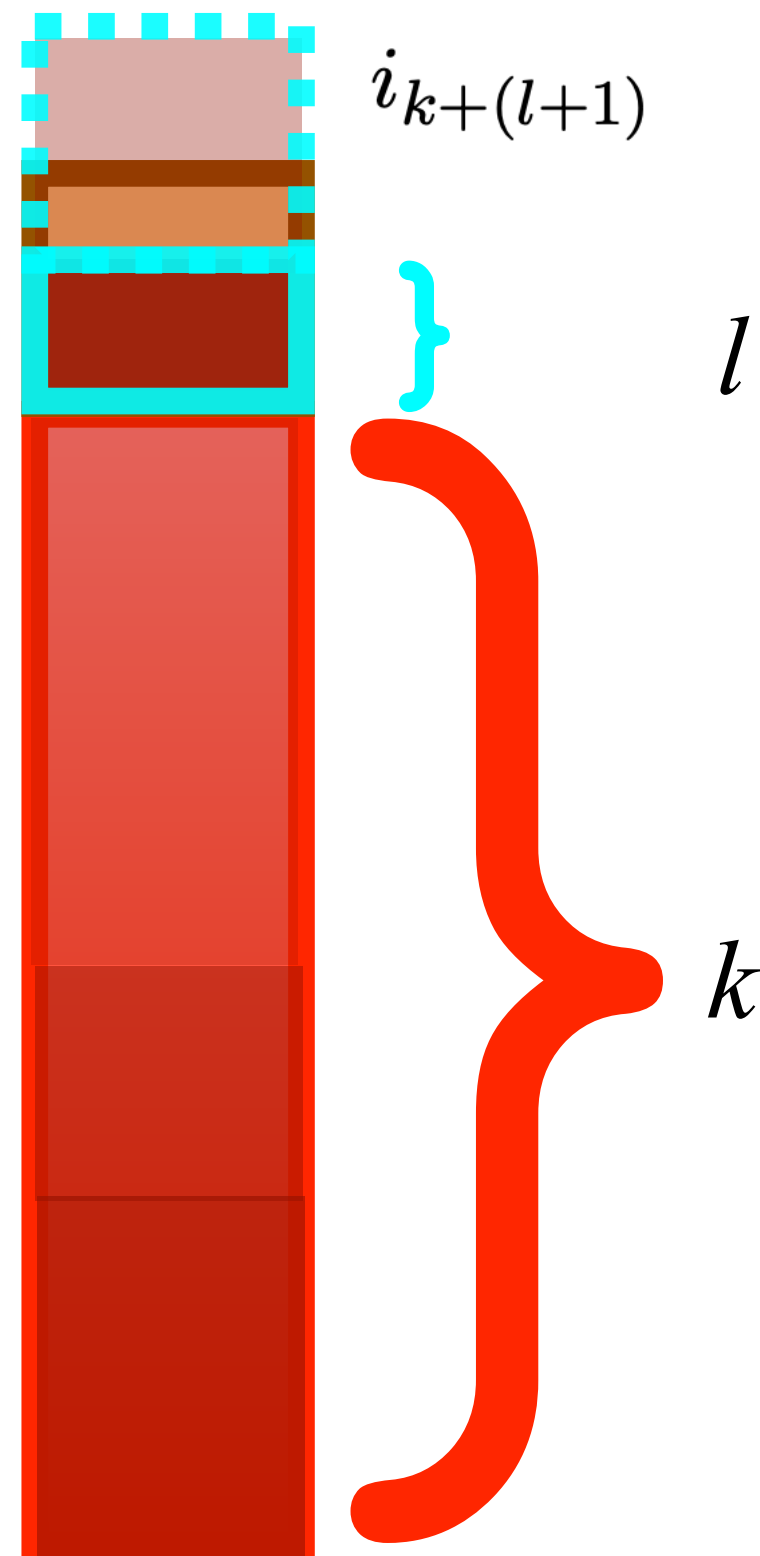
Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

Betrachte OPT mit $S^* \subseteq \{1, \dots, n\}$.

$|S^*| > k \implies$

$$\text{a) } \sum_{j=1}^k p_{i_j} + \sum_{j=1}^l p_{i_{k+j}} + p_{i_{k+(l+1)}} \geq \text{OPT}$$



Gütegarantie

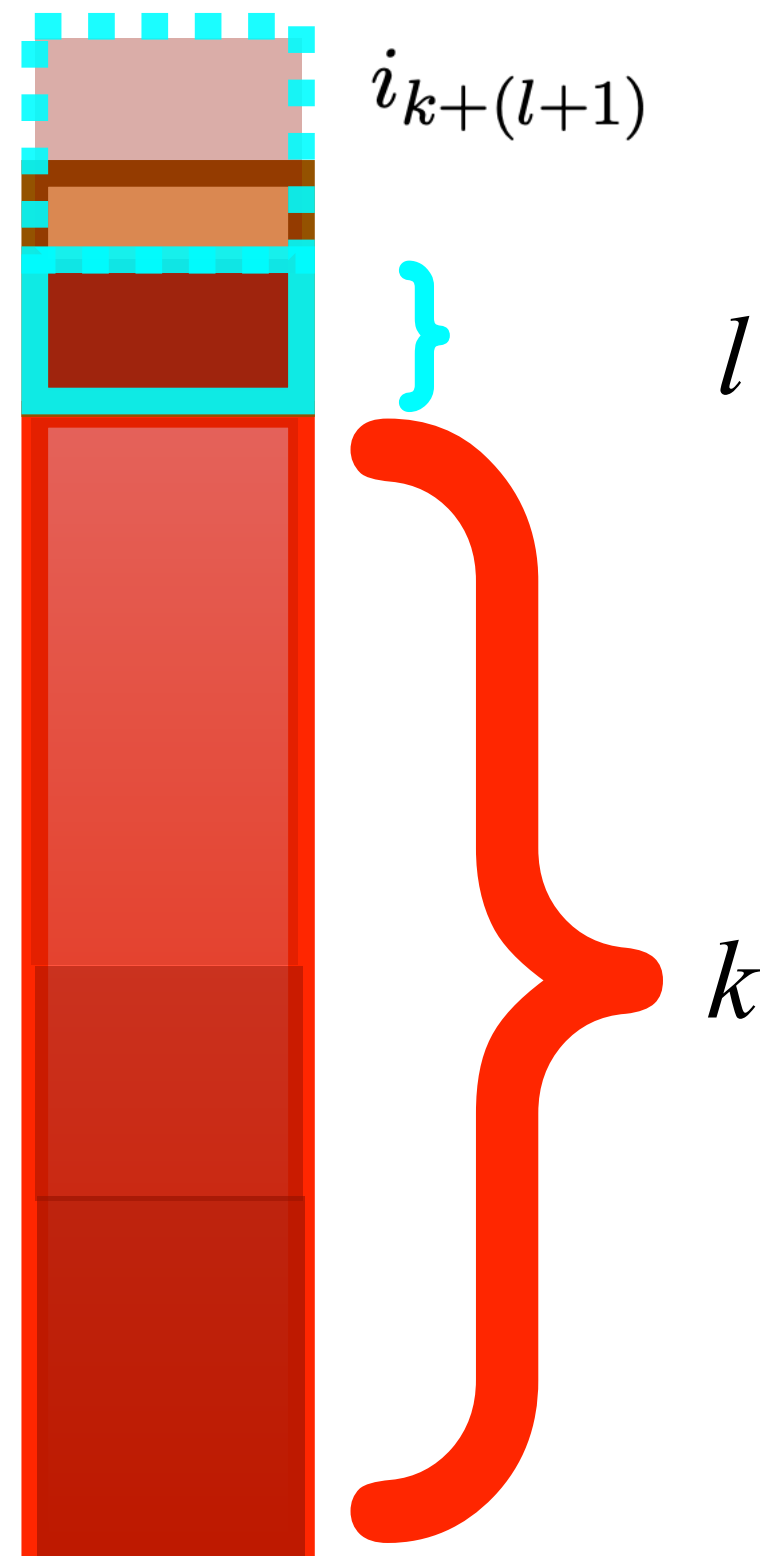
Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

Betrachte OPT mit $S^* \subseteq \{1, \dots, n\}$.

$|S^*| > k \implies$

a) $\sum_{j=1}^k p_{i_j} + \sum_{j=1}^l p_{i_{k+j}} + p_{i_{k+(l+1)}} \geq \text{OPT}$



Gütegarantie

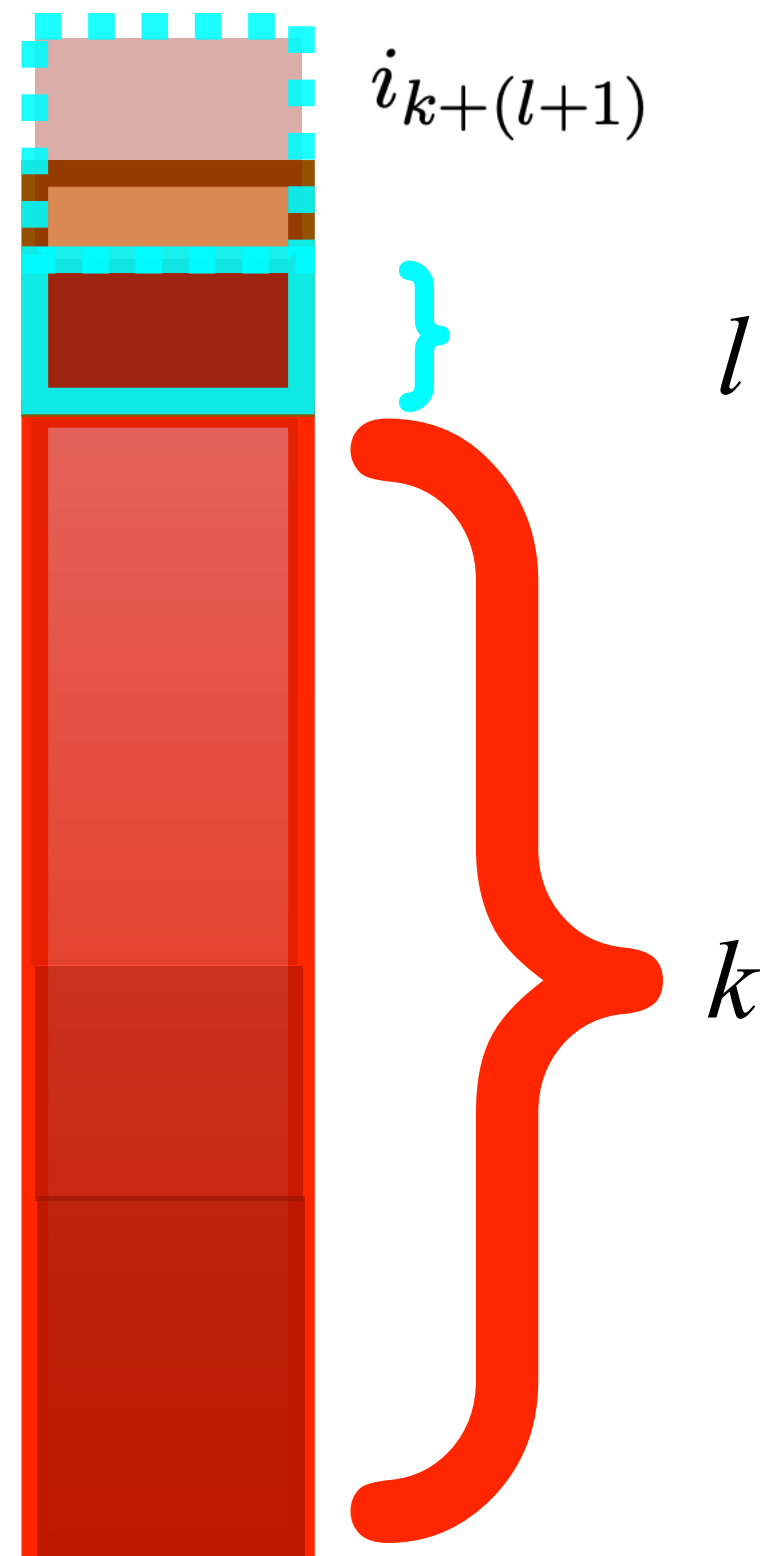
Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

Betrachte OPT mit $S^* \subseteq \{1, \dots, n\}$.

$|S^*| > k \implies$

a) $\sum_{j=1}^k p_{i_j} + \sum_{j=1}^l p_{i_{k+j}} + p_{i_{k+(l+1)}} \geq \text{OPT}$



Gütegarantie

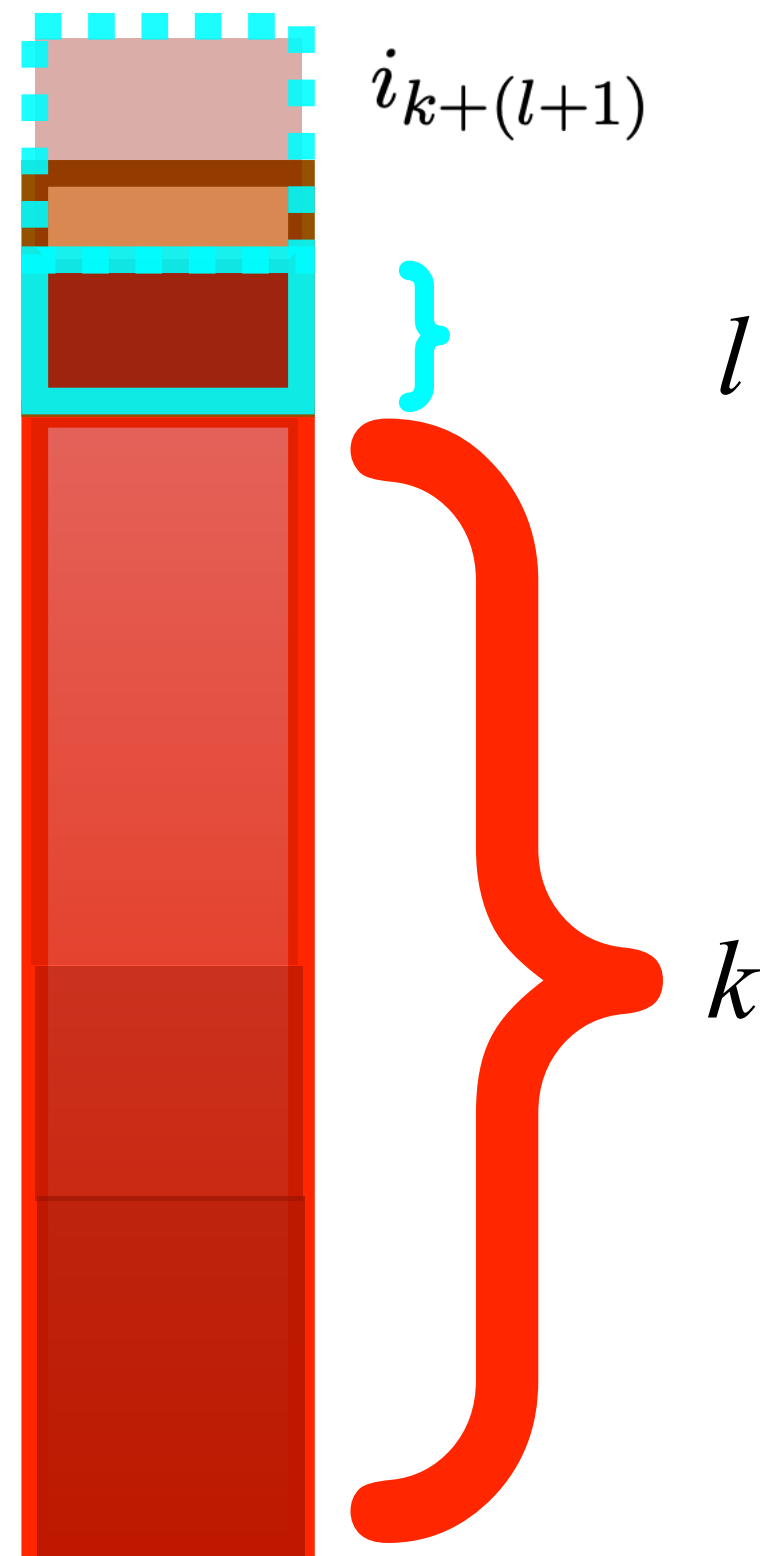
Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

Betrachte OPT mit $S^* \subseteq \{1, \dots, n\}$.

$|S^*| > k \implies$

$$\text{a) } \sum_{j=1}^k p_{i_j} + \sum_{j=1}^l p_{i_{k+j}} + p_{i_{k+(l+1)}} \geq \text{OPT}$$



Gütegarantie

Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

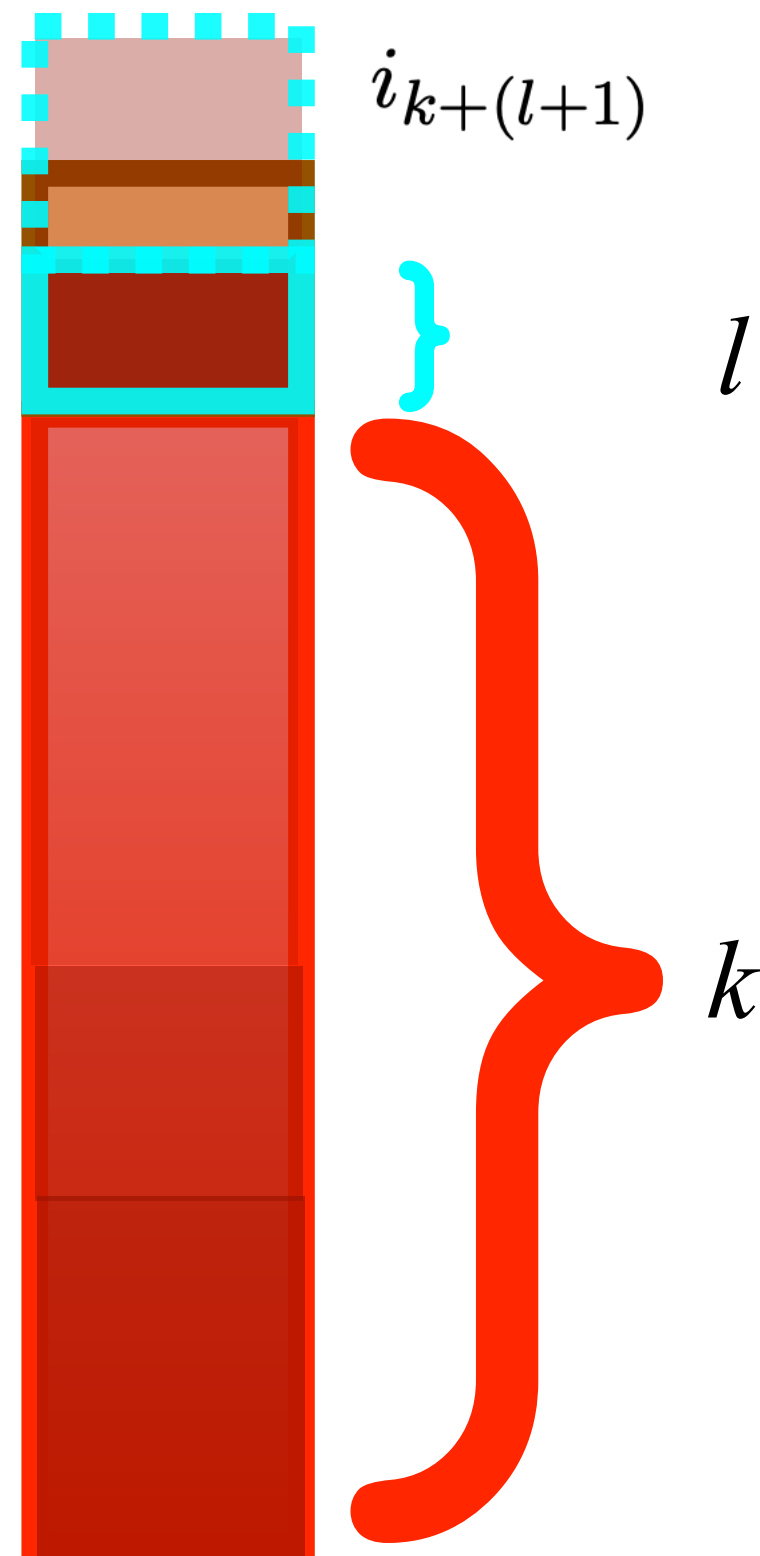
b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

Betrachte OPT mit $S^* \subseteq \{1, \dots, n\}$.

$|S^*| > k \implies$

a) $\sum_{j=1}^k p_{i_j} + \sum_{j=1}^l p_{i_{k+j}} + p_{i_{k+(l+1)}} \geq \text{OPT}$

b) $\sum_{j=1}^k p_{i_j} + \sum_{j=1}^l p_{i_{k+j}} \leq G_k$



Gütegarantie

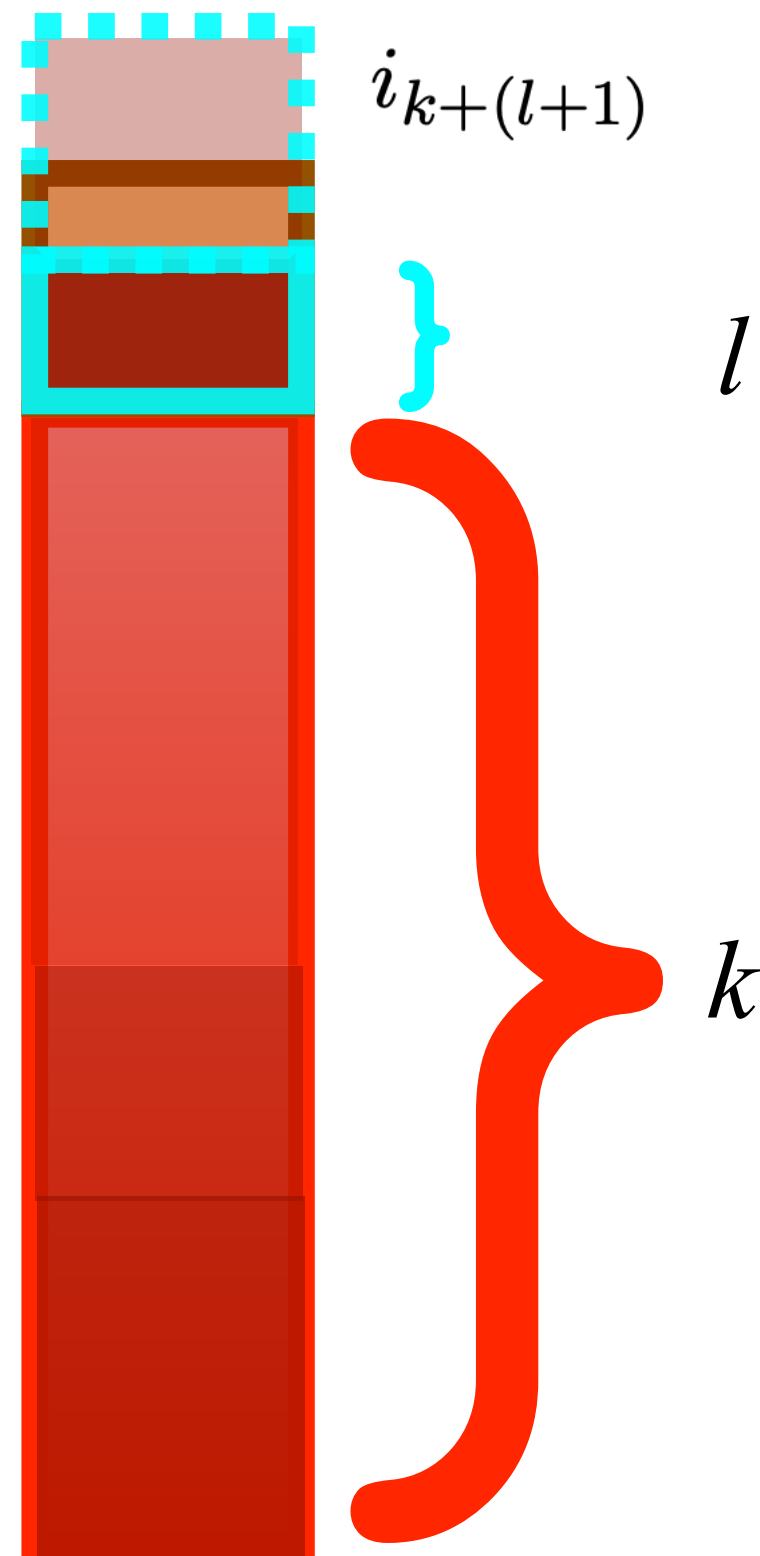
Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

Betrachte OPT mit $S^* \subseteq \{1, \dots, n\}$.

$|S^*| > k \implies$

$$\begin{aligned} \text{a) } & \sum_{j=1}^k p_{i_j} + \sum_{j=1}^l p_{i_{k+j}} + p_{i_{k+(l+1)}} \geq \text{OPT} \\ \text{b) } & \sum_{j=1}^k p_{i_j} + \sum_{j=1}^l p_{i_{k+j}} \leq G_k \end{aligned}$$



Gütegarantie

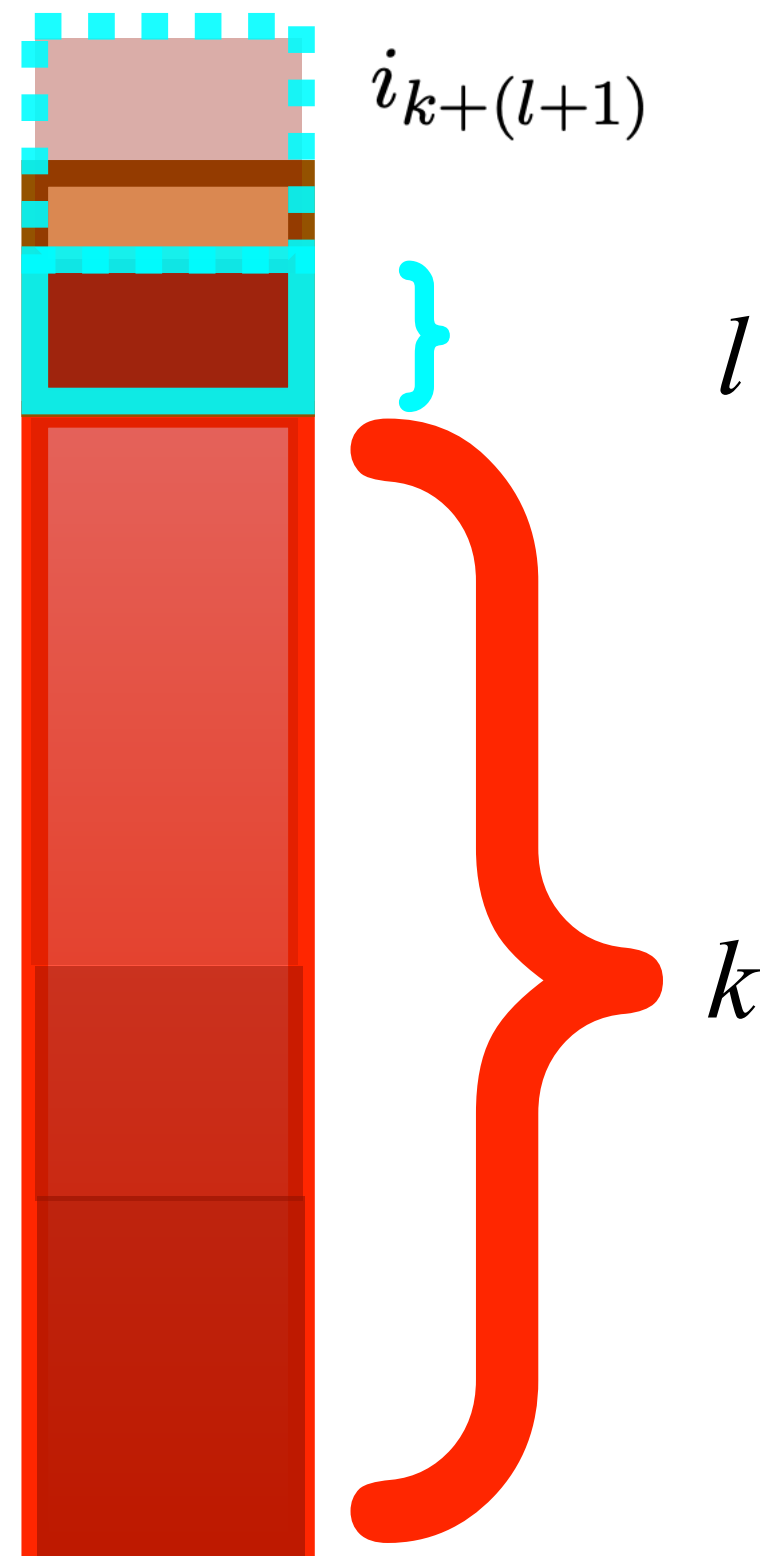
Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

Betrachte OPT mit $S^* \subseteq \{1, \dots, n\}$.

$|S^*| > k \implies$

$$\begin{aligned} \text{a) } & \sum_{j=1}^k p_{i_j} + \sum_{j=1}^l p_{i_{k+j}} + p_{i_{k+(l+1)}} \geq \text{OPT} \\ \text{b) } & \sum_{j=1}^k p_{i_j} + \sum_{j=1}^l p_{i_{k+j}} \leq G_k \end{aligned}$$



Gütegarantie

Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

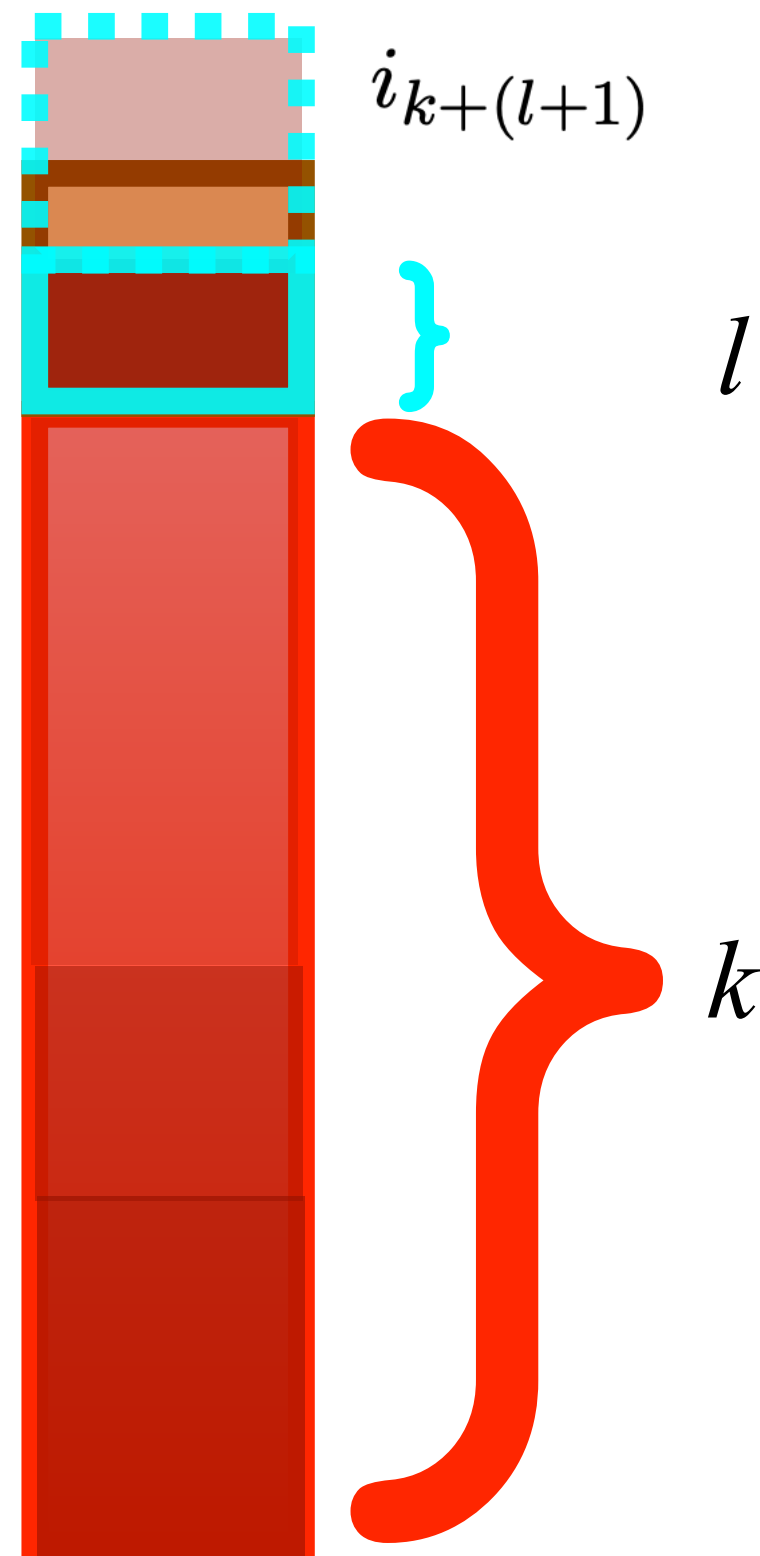
Betrachte OPT mit $S^* \subseteq \{1, \dots, n\}$.

$|S^*| > k \implies$

a) $\sum_{j=1}^k p_{i_j} + \sum_{j=1}^l p_{i_{k+j}} + p_{i_{k+(l+1)}} \geq \text{OPT}$

b) $\sum_{j=1}^k p_{i_j} + \sum_{j=1}^l p_{i_{k+j}} \leq G_k$

c) $p_{i_{k+(l+1)}} \leq \frac{1}{k} G_k$



Gütegarantie

Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

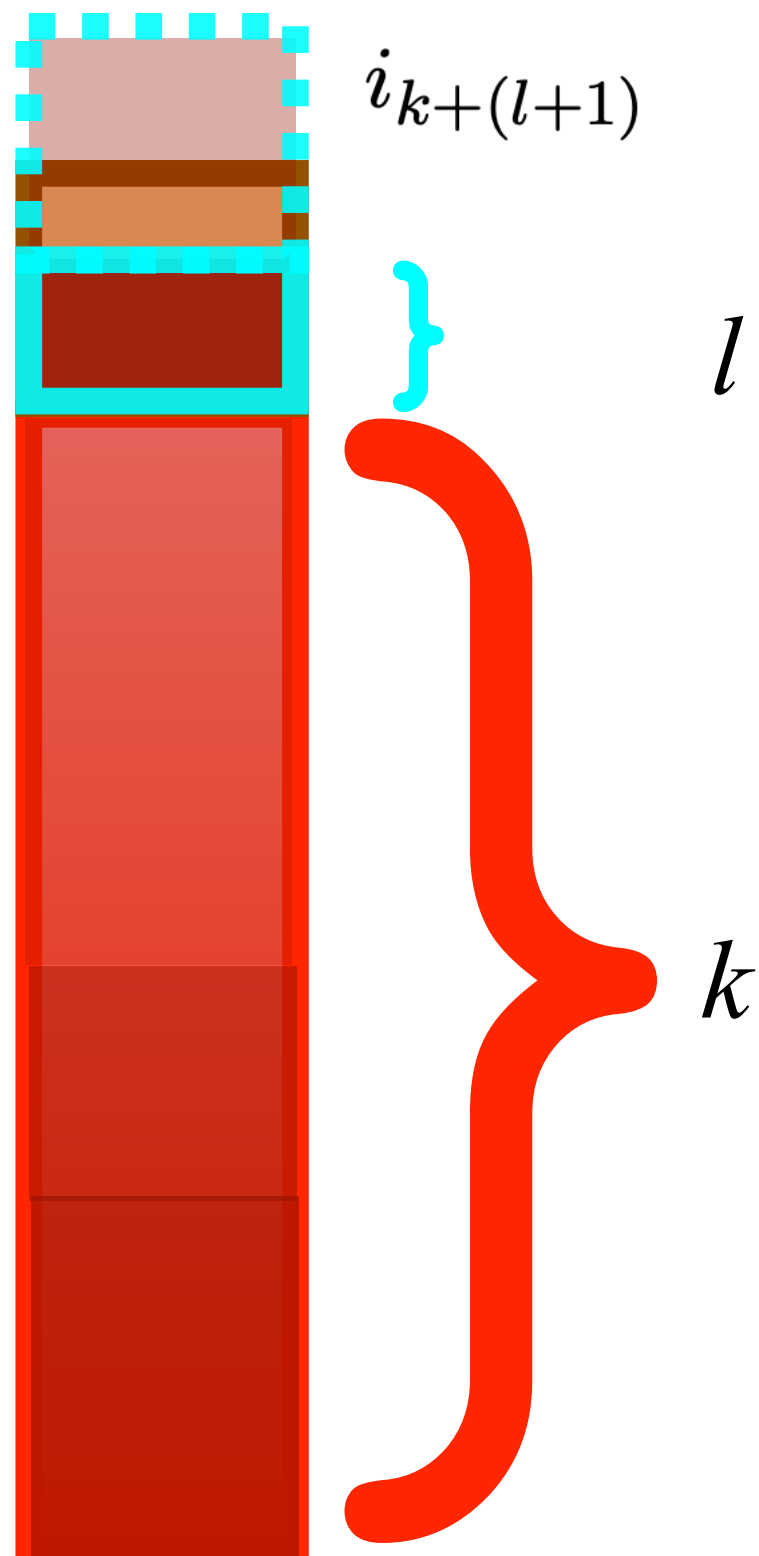
Betrachte OPT mit $S^* \subseteq \{1, \dots, n\}$.

$|S^*| > k \implies$

a) $\sum_{j=1}^k p_{i_j} + \sum_{j=1}^l p_{i_{k+j}} + p_{i_{k+(l+1)}} \geq \text{OPT}$

b) $\sum_{j=1}^k p_{i_j} + \sum_{j=1}^l p_{i_{k+j}} \leq G_k$

c) $p_{i_{k+(l+1)}} \leq \frac{1}{k} G_k$



Gütegarantie

Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

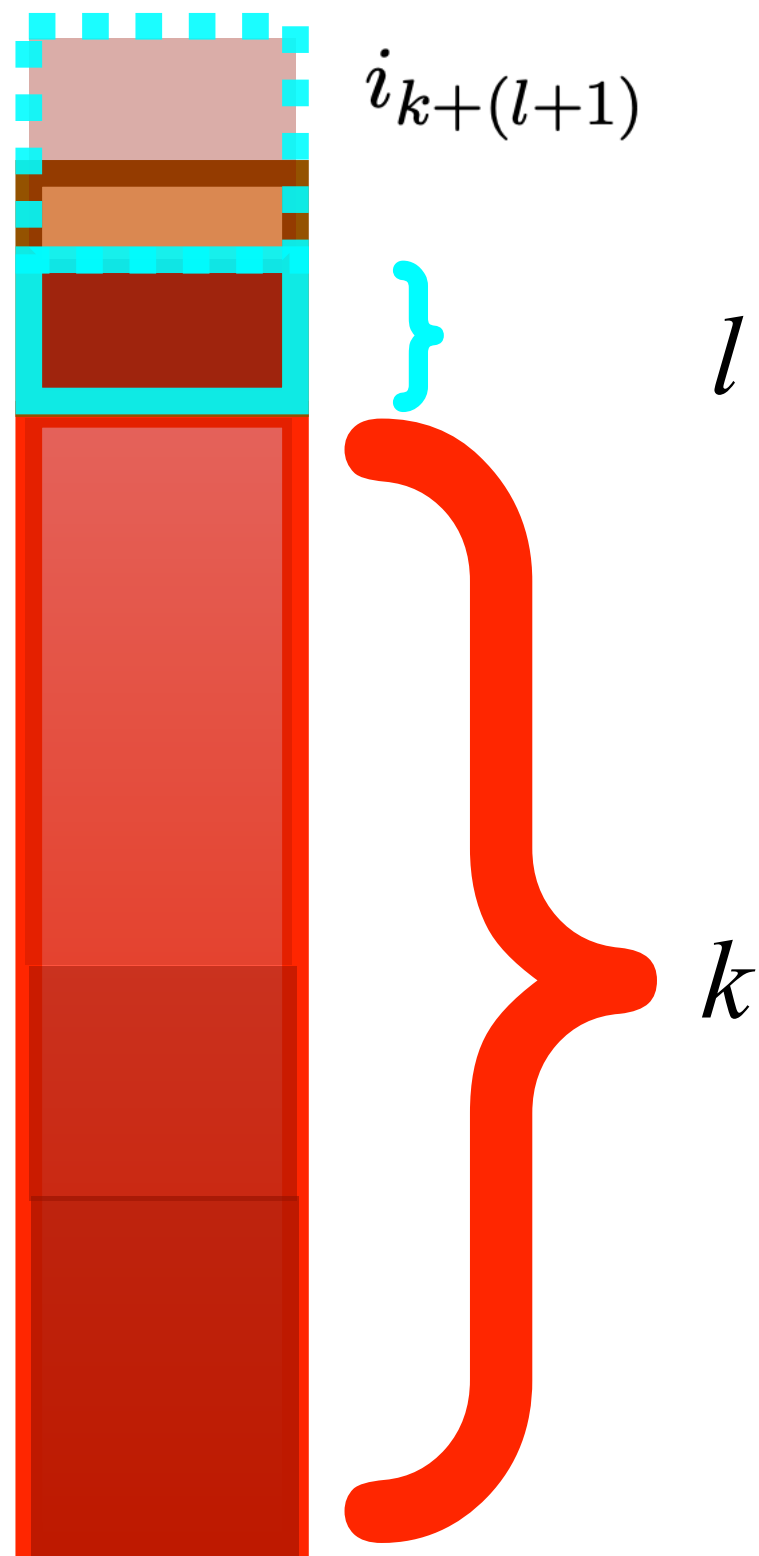
Betrachte OPT mit $S^* \subseteq \{1, \dots, n\}$.

$|S^*| > k \implies$

a) $\sum_{j=1}^k p_{i_j} + \sum_{j=1}^l p_{i_{k+j}} + p_{i_{k+(l+1)}} \geq \text{OPT}$

b) $\sum_{j=1}^k p_{i_j} + \sum_{j=1}^l p_{i_{k+j}} \leq G_k$

c) $p_{i_{k+(l+1)}} \leq \frac{1}{k} G_k$



Gütegarantie

Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

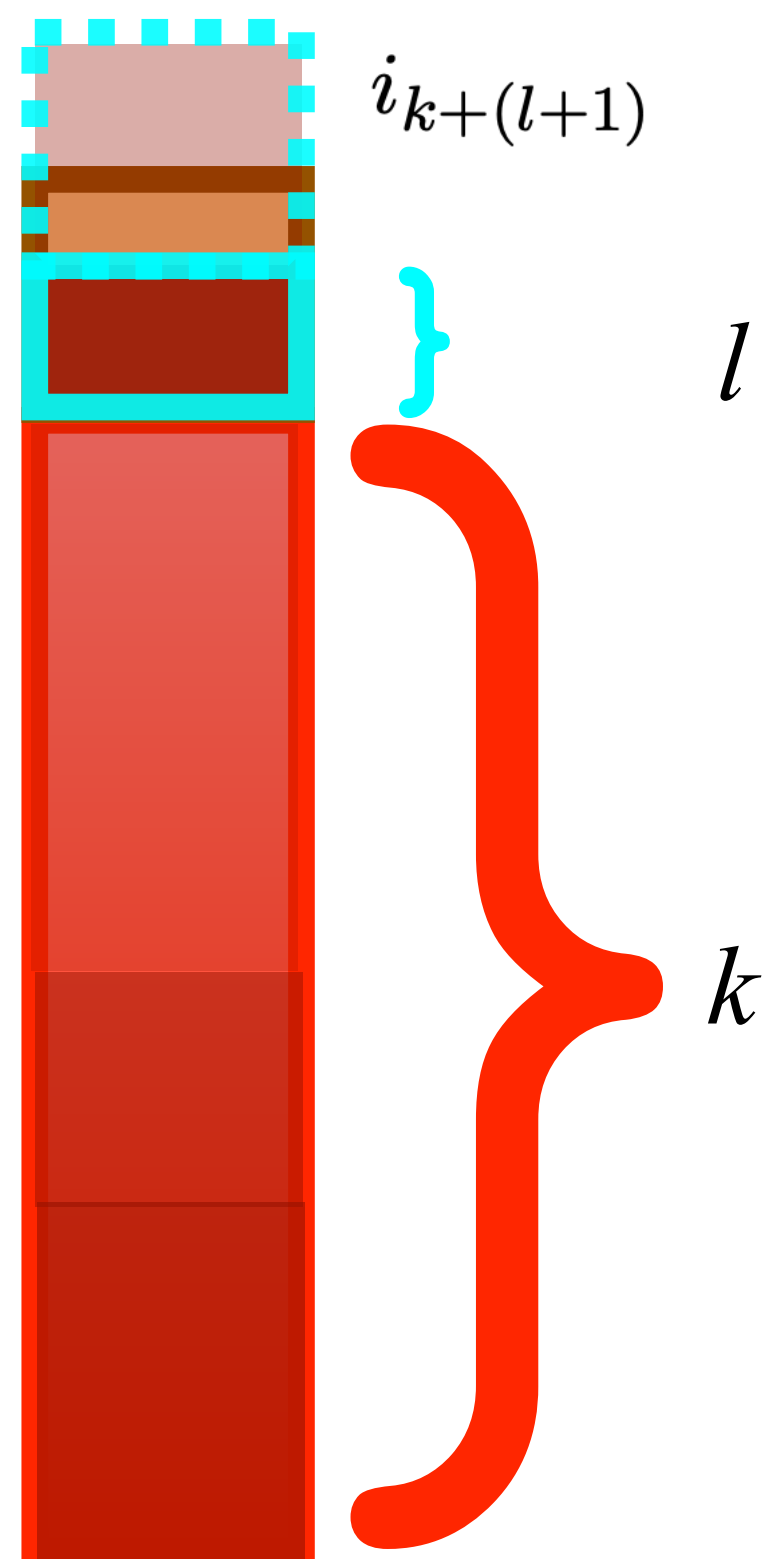
Betrachte OPT mit $S^* \subseteq \{1, \dots, n\}$.

$|S^*| > k \implies$

a) $\sum_{j=1}^k p_{i_j} + \sum_{j=1}^l p_{i_{k+j}} + p_{i_{k+(l+1)}} \geq \text{OPT}$

b) $\sum_{j=1}^k p_{i_j} + \sum_{j=1}^l p_{i_{k+j}} \leq G_k$

c) $p_{i_{k+(l+1)}} \leq \frac{1}{k} G_k$



Gütegarantie

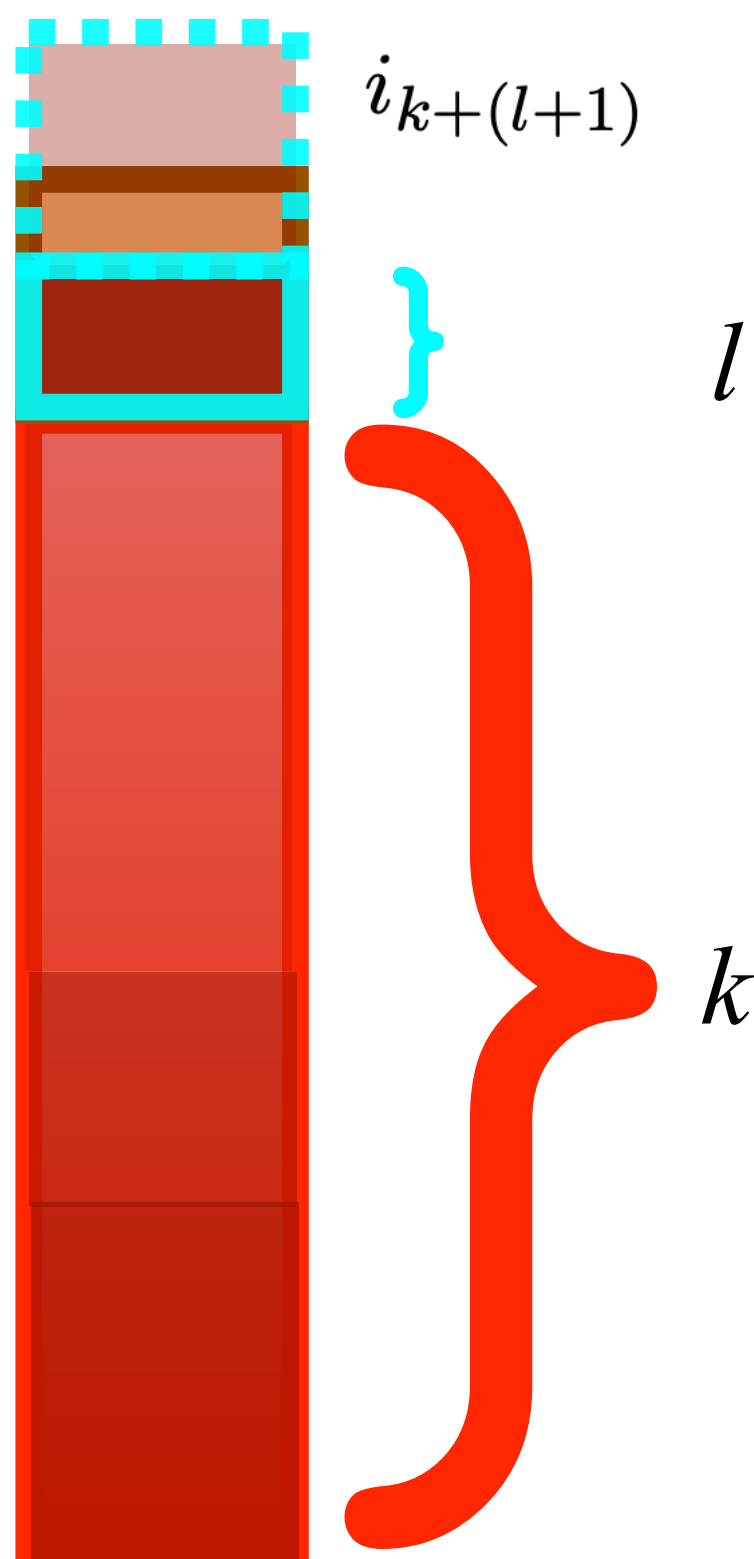
Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

Betrachte OPT mit $S^* \subseteq \{1, \dots, n\}$.

$|S^*| > k \implies$

$$\begin{array}{l}
 \text{a) } \sum_{j=1}^k p_{i_j} + \sum_{j=1}^l p_{i_{k+j}} + p_{i_{k+(l+1)}} \geq \text{OPT} \\
 \text{b) } \sum_{j=1}^k p_{i_j} + \sum_{j=1}^l p_{i_{k+j}} \leq G_k \\
 \text{c) } p_{i_{k+(l+1)}} \leq \frac{1}{k} G_k
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{a) } \\ \text{b) } \\ \text{c) } \end{array}} \right\} G_k + \frac{1}{k} G_k :$$



Gütegarantie

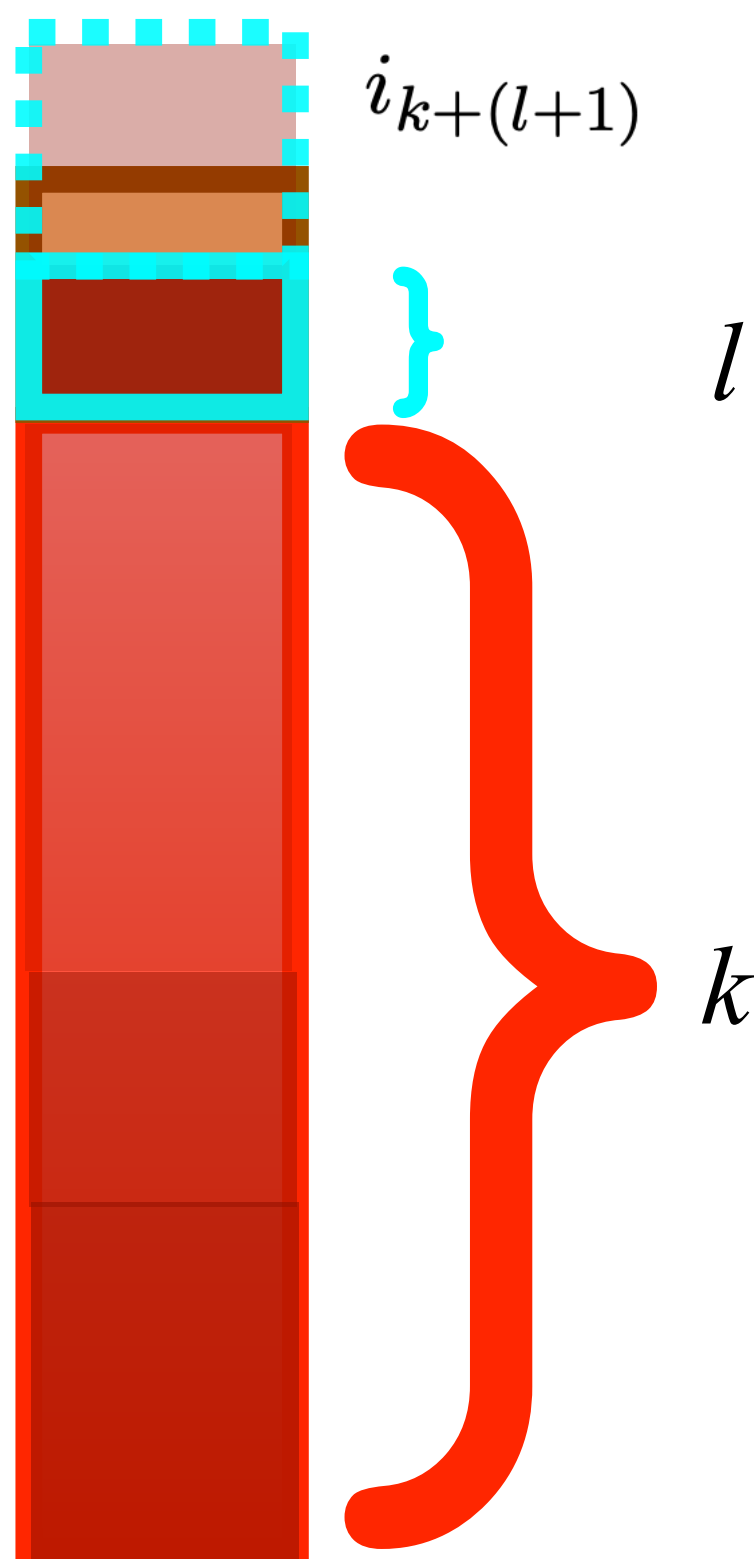
Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

Betrachte OPT mit $S^* \subseteq \{1, \dots, n\}$.

$|S^*| > k \implies$

$$\begin{array}{l}
 \text{a) } \sum_{j=1}^k p_{i_j} + \sum_{j=1}^l p_{i_{k+j}} + p_{i_{k+(l+1)}} \geq \text{OPT} \\
 \text{b) } \sum_{j=1}^k p_{i_j} + \sum_{j=1}^l p_{i_{k+j}} \leq G_k \\
 \text{c) } p_{i_{k+(l+1)}} \leq \frac{1}{k} G_k
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{a) } \\ \text{b) } \\ \text{c) } \end{array}} \right\} G_k + \frac{1}{k} G_k :$$



Gütegarantie

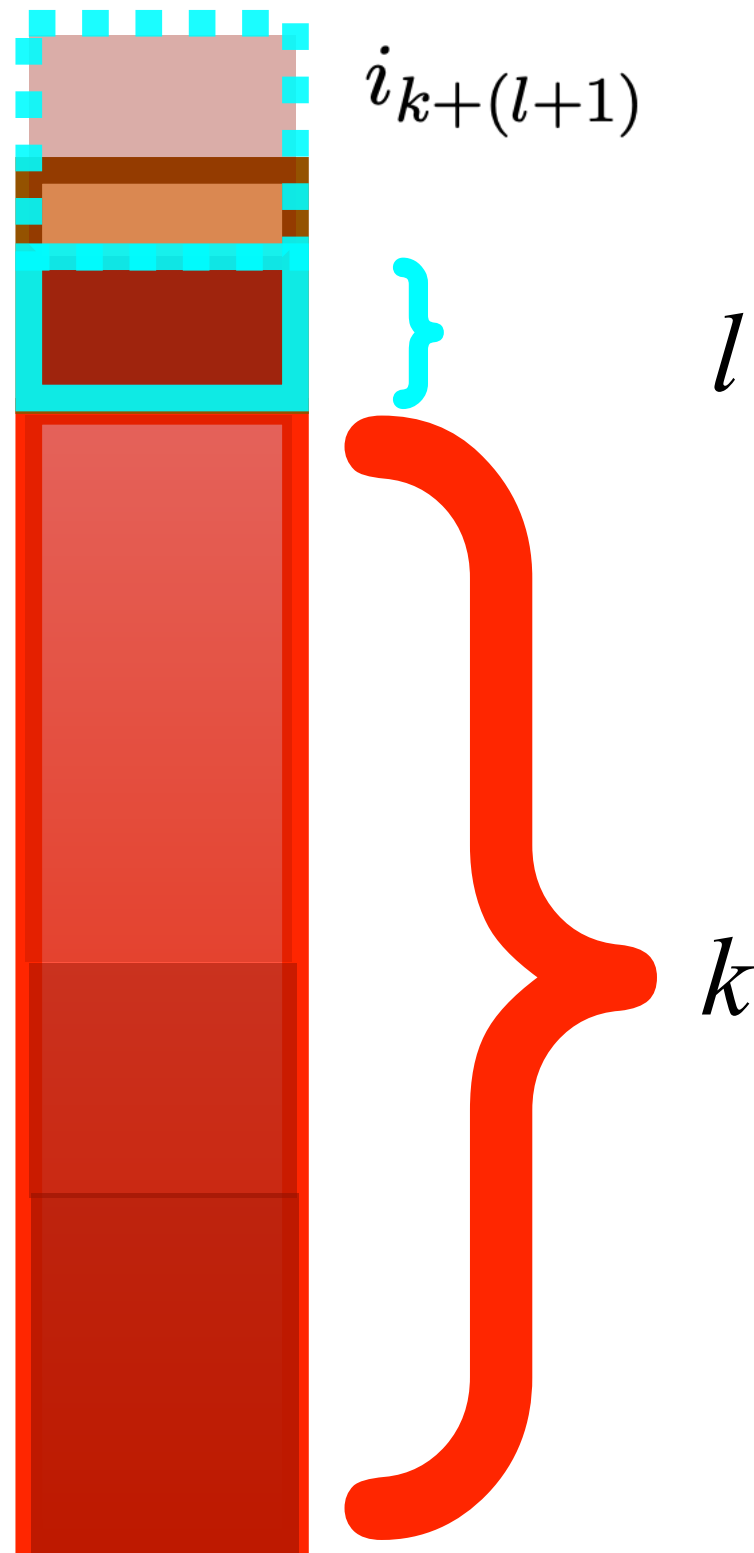
Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

Betrachte OPT mit $S^* \subseteq \{1, \dots, n\}$.

$|S^*| > k \implies$

$$\begin{array}{l}
 \text{a) } \sum_{j=1}^k p_{i_j} + \sum_{j=1}^l p_{i_{k+j}} + p_{i_{k+(l+1)}} \geq \text{OPT} \\
 \text{b) } \sum_{j=1}^k p_{i_j} + \sum_{j=1}^l p_{i_{k+j}} \leq G_k \\
 \text{c) } p_{i_{k+(l+1)}} \leq \frac{1}{k} G_k
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{a) } \\ \text{b) } \\ \text{c) } \end{array}} \right\} G_k + \frac{1}{k} G_k :$$



Gütegarantie

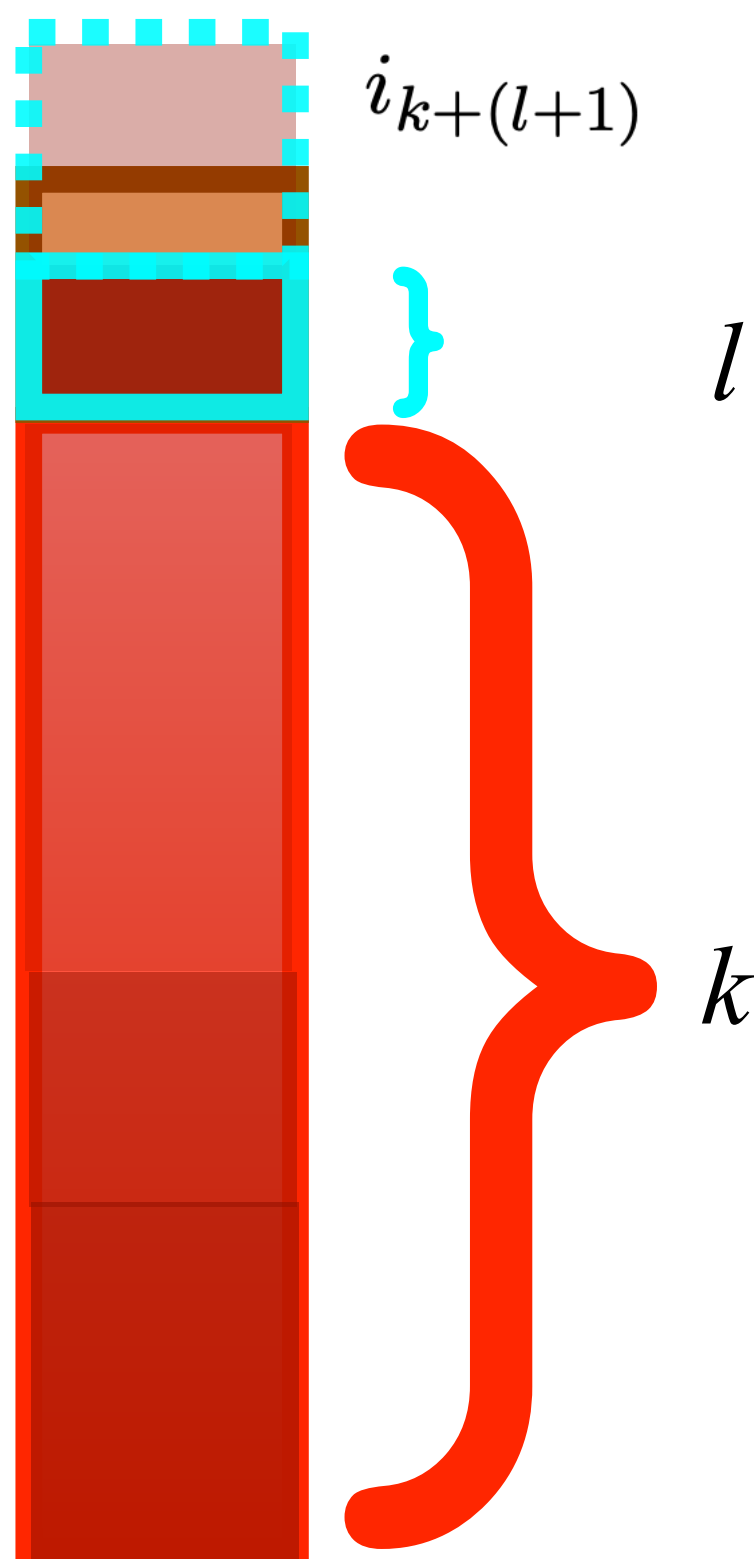
Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

Betrachte OPT mit $S^* \subseteq \{1, \dots, n\}$.

$|S^*| > k \implies$

$$\begin{array}{l}
 \text{a) } \sum_{j=1}^k p_{i_j} + \sum_{j=1}^l p_{i_{k+j}} + p_{i_{k+(l+1)}} \geq \text{OPT} \\
 \text{b) } \sum_{j=1}^k p_{i_j} + \sum_{j=1}^l p_{i_{k+j}} \leq G_k \\
 \text{c) } p_{i_{k+(l+1)}} \leq \frac{1}{k} G_k
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{a) } \\ \text{b) } \\ \text{c) } \end{array}} \right\} G_k + \frac{1}{k} G_k :$$



Gütegarantie

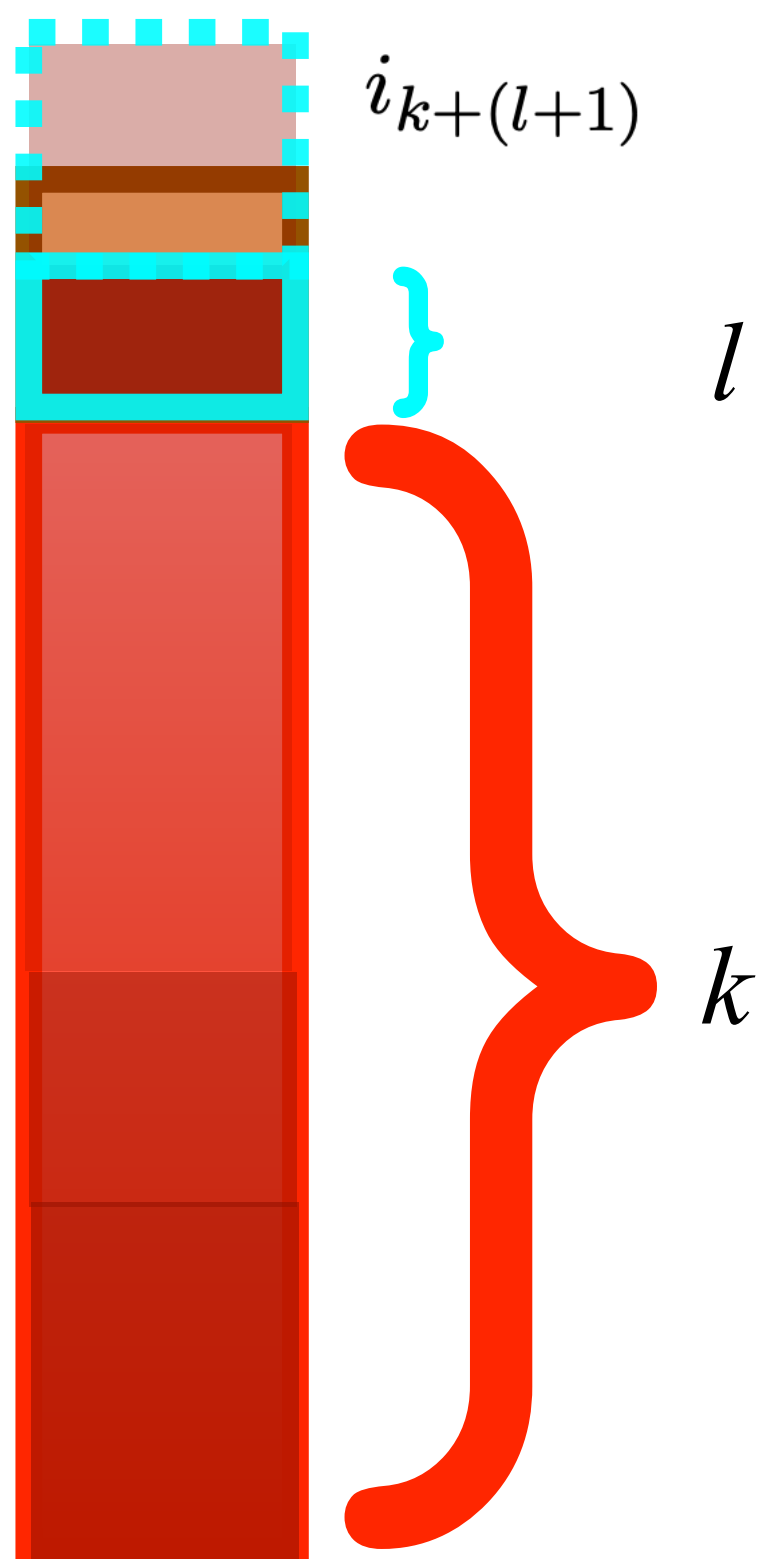
Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

Betrachte OPT mit $S^* \subseteq \{1, \dots, n\}$.

$|S^*| > k \implies$

$$\begin{array}{l}
 \text{a) } \sum_{j=1}^k p_{i_j} + \sum_{j=1}^l p_{i_{k+j}} + p_{i_{k+(l+1)}} \geq \text{OPT} \\
 \text{b) } \sum_{j=1}^k p_{i_j} + \sum_{j=1}^l p_{i_{k+j}} \leq G_k \\
 \text{c) } p_{i_{k+(l+1)}} \leq \frac{1}{k} G_k
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{a) } \\ \text{b) } \\ \text{c) } \end{array}} \right\} G_k + \frac{1}{k} G_k$$



Gütegarantie

Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

Betrachte OPT mit $S^* \subseteq \{1, \dots, n\}$.

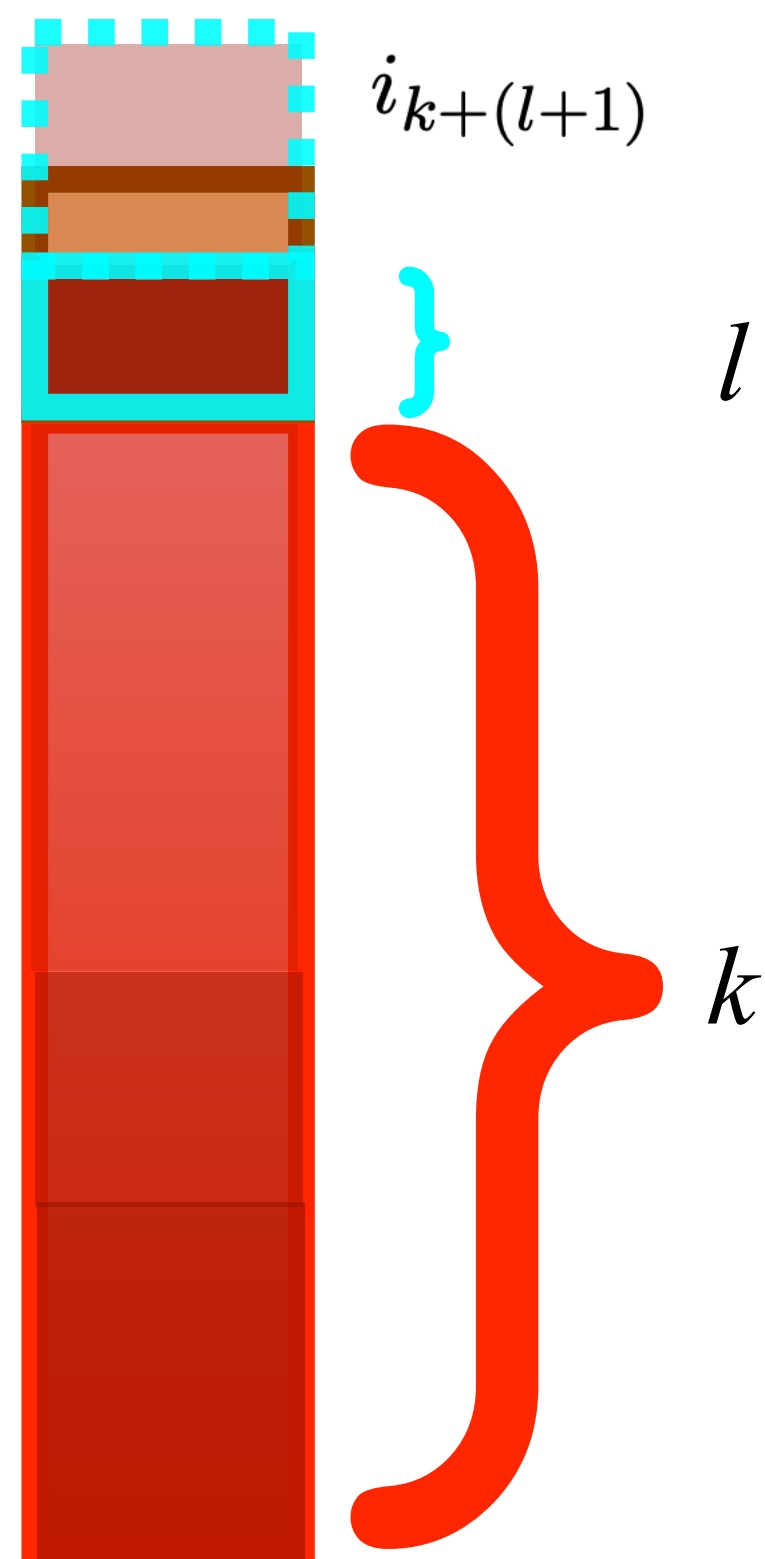
$|S^*| > k \implies$

a) $\sum_{j=1}^k p_{i_j} + \sum_{j=1}^l p_{i_{k+j}} + p_{i_{k+(l+1)}} \geq \text{OPT}$

b) $\sum_{j=1}^k p_{i_j} + \sum_{j=1}^l p_{i_{k+j}} \leq G_k$

c) $p_{i_{k+(l+1)}} \leq \frac{1}{k} G_k$

$G_k + \frac{1}{k} G_k$



Gütegarantie

Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

Betrachte OPT mit $S^* \subseteq \{1, \dots, n\}$.

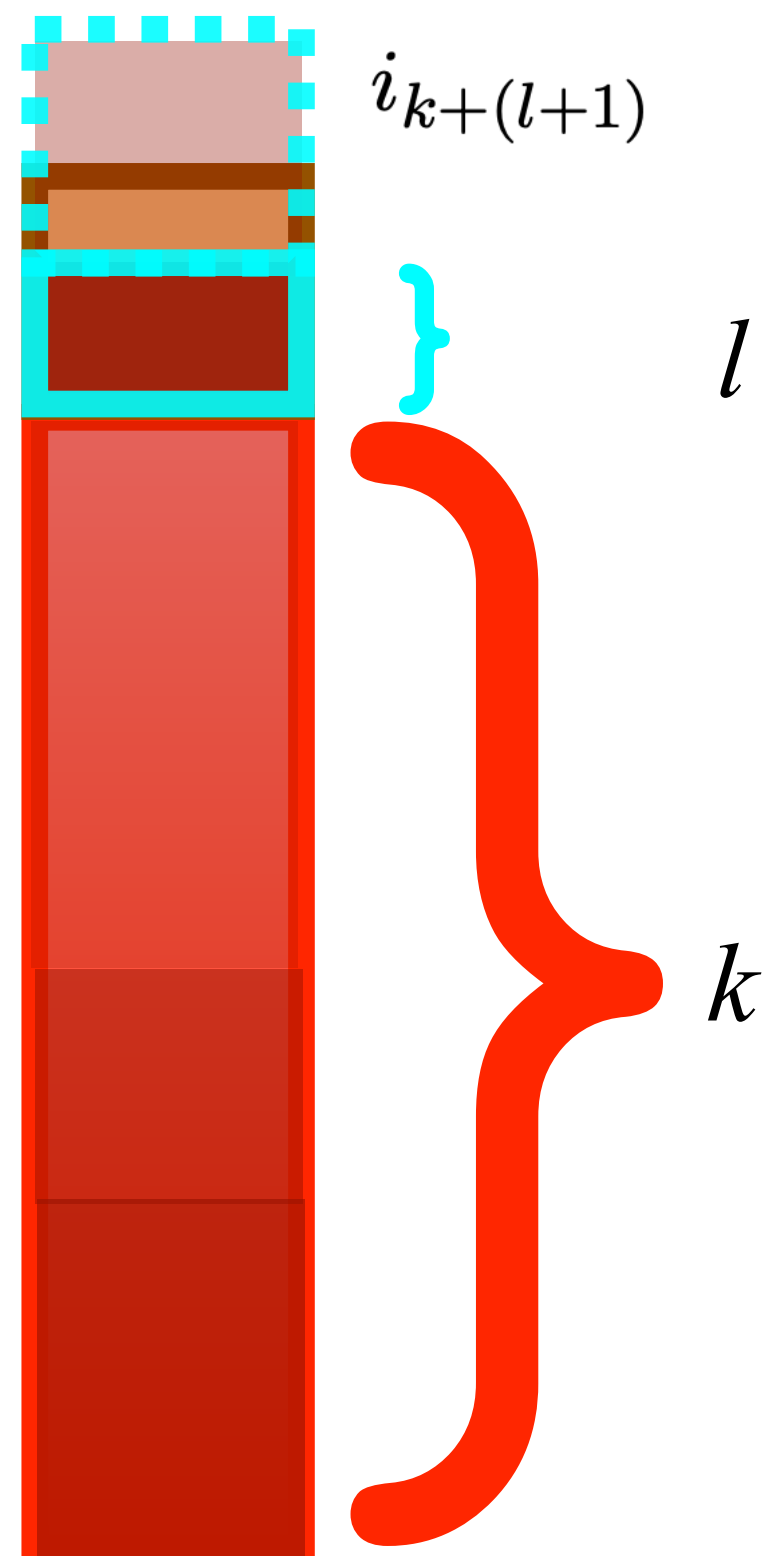
$|S^*| > k \implies$

a) $\sum_{j=1}^k p_{i_j} + \sum_{j=1}^l p_{i_{k+j}} + p_{i_{k+(l+1)}} \geq \text{OPT}$

b) $\sum_{j=1}^k p_{i_j} + \sum_{j=1}^l p_{i_{k+j}} \leq G_k$

c) $p_{i_{k+(l+1)}} \leq \frac{1}{k} G_k$

$G_k + \frac{1}{k} G_k$



Gütegarantie

Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

Betrachte OPT mit $S^* \subseteq \{1, \dots, n\}$.

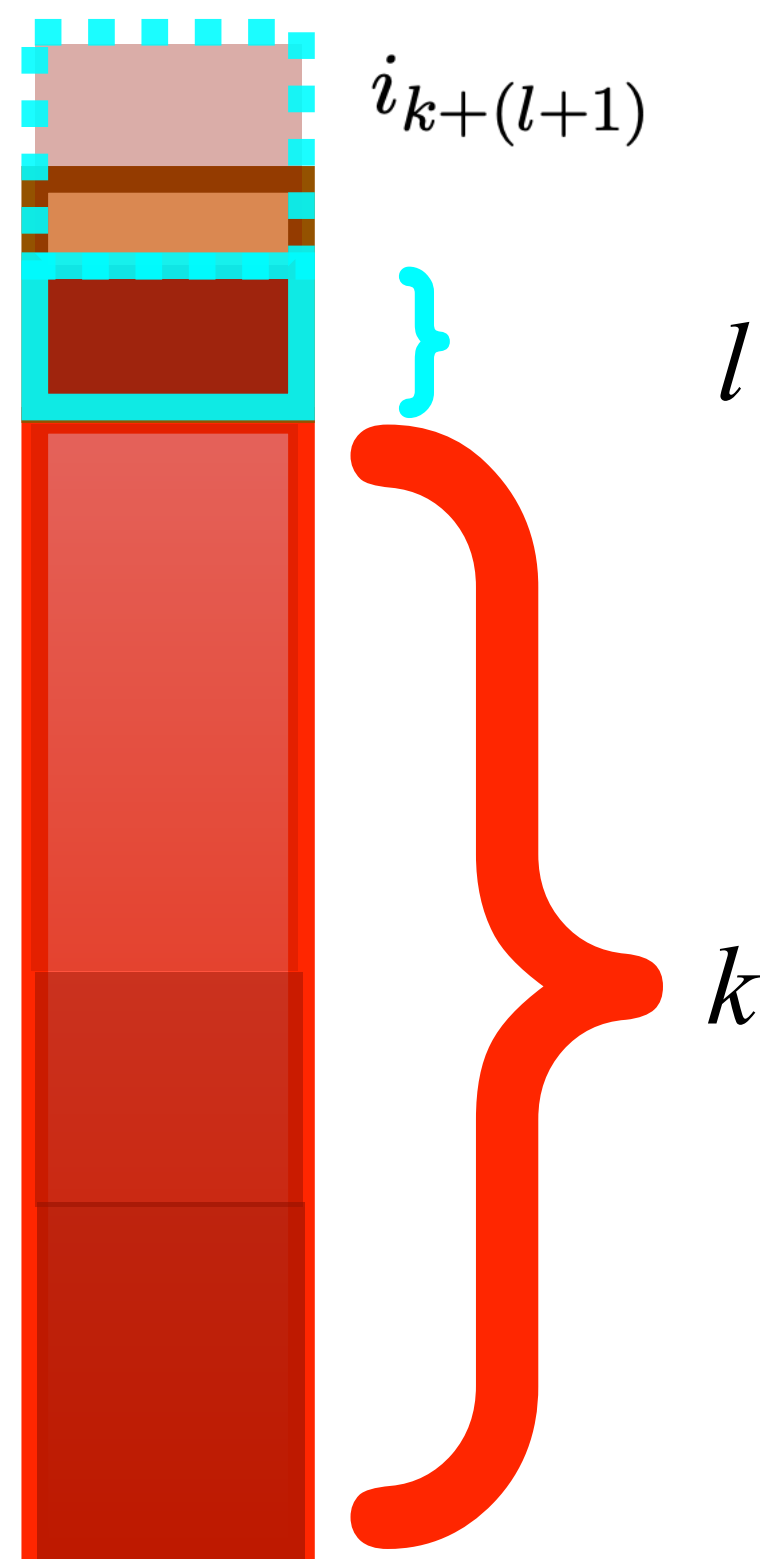
$|S^*| > k \implies$

a) $\sum_{j=1}^k p_{i_j} + \sum_{j=1}^l p_{i_{k+j}} + p_{i_{k+(l+1)}} \geq \text{OPT}$

b) $\sum_{j=1}^k p_{i_j} + \sum_{j=1}^l p_{i_{k+j}} \leq G_k$

c) $p_{i_{k+(l+1)}} \leq \frac{1}{k} G_k$

$G_k + \frac{1}{k} G_k \geq \text{OPT}$



Gütegarantie

Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

Betrachte OPT mit $S^* \subseteq \{1, \dots, n\}$.

$|S^*| > k \implies$

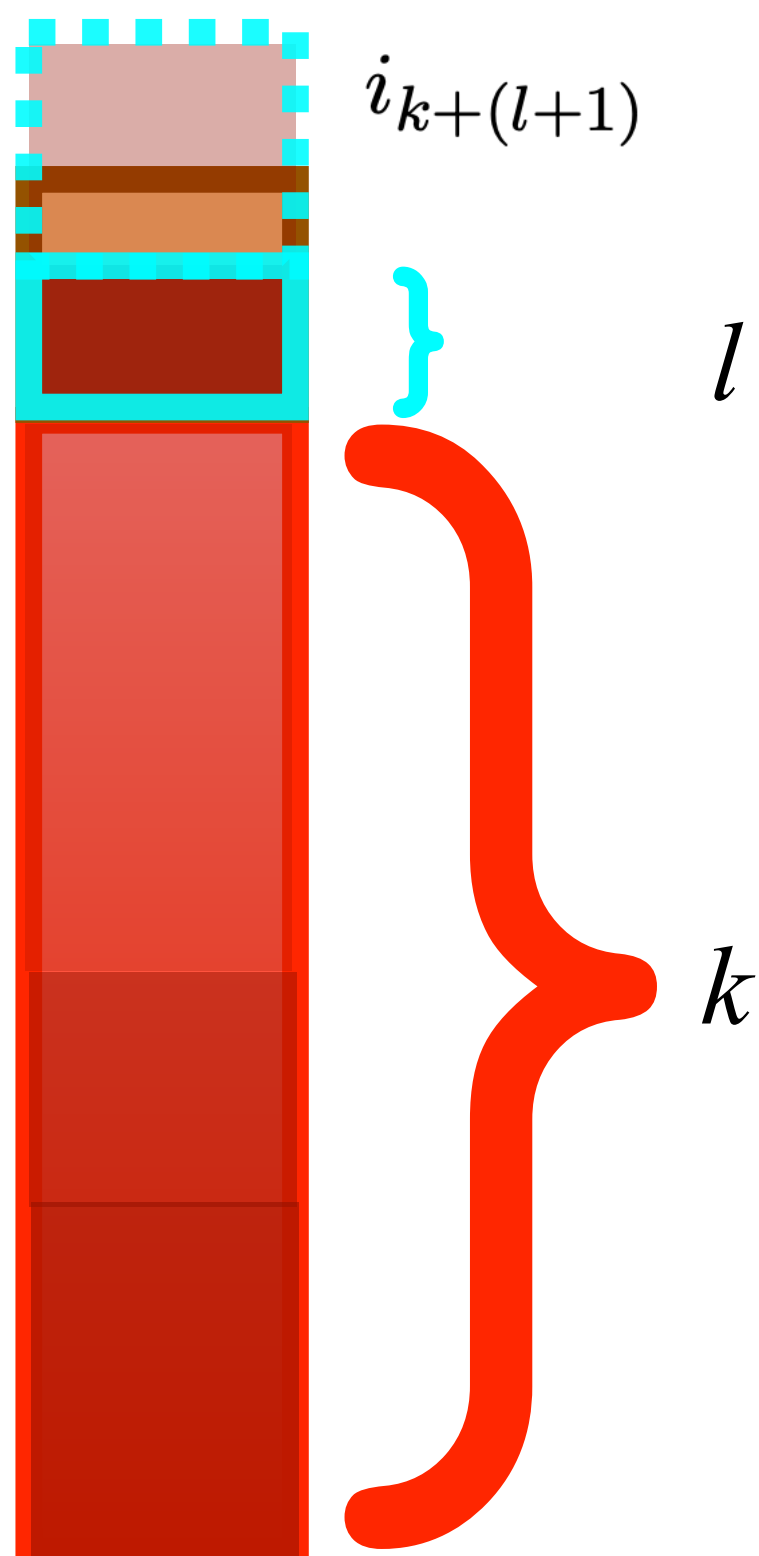
a) $\sum_{j=1}^k p_{i_j} + \sum_{j=1}^l p_{i_{k+j}} + p_{i_{k+(l+1)}} \geq \text{OPT}$

b) $\sum_{j=1}^k p_{i_j} + \sum_{j=1}^l p_{i_{k+j}} \leq G_k$

c) $p_{i_{k+(l+1)}} \leq \frac{1}{k} G_k$

$G_k + \frac{1}{k} G_k \geq \text{OPT}$

$\Leftrightarrow G_k \geq \frac{k}{k+1} \text{OPT}$



Gütegarantie

Satz 4.7. GREEDY_k ist ein $(1 - \frac{1}{k+1})$ -Approximationsalgorithmus.

b) für den Vergleich mit dem zugehörigen Optimalwert $\text{OPT}(I)$ gilt: $\text{ALG}(I) \geq c \cdot \text{OPT}(I)$ (dabei ist $c \leq 1$)

Betrachte OPT mit $S^* \subseteq \{1, \dots, n\}$.

$|S^*| > k \implies$

a) $\sum_{j=1}^k p_{i_j} + \sum_{j=1}^l p_{i_{k+j}} + p_{i_{k+(l+1)}} \geq \text{OPT}$

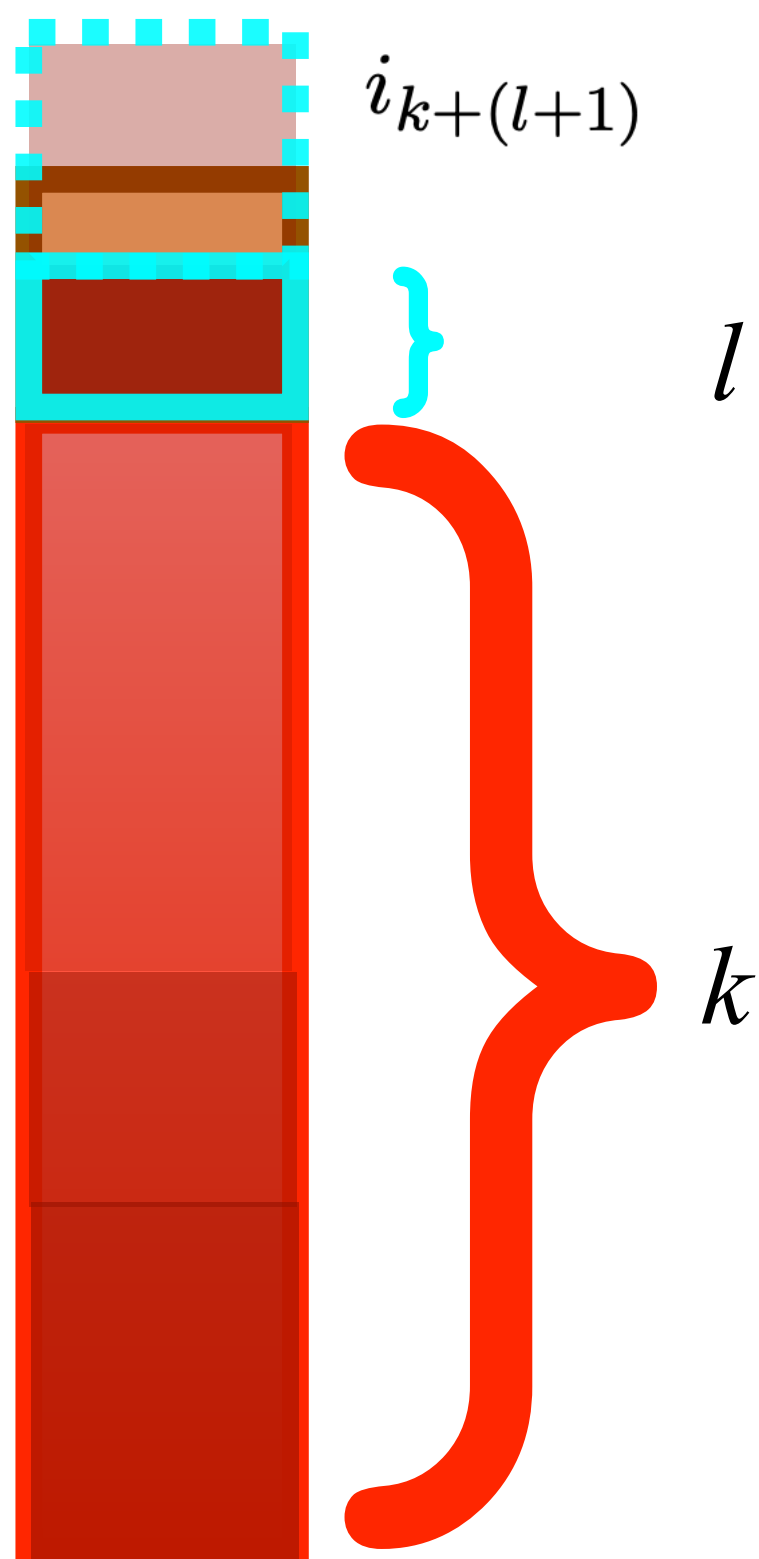
b) $\sum_{j=1}^k p_{i_j} + \sum_{j=1}^l p_{i_{k+j}} \leq G_k$

c) $p_{i_{k+(l+1)}} \leq \frac{1}{k} G_k$

$$G_k + \frac{1}{k} G_k \geq \text{OPT}$$

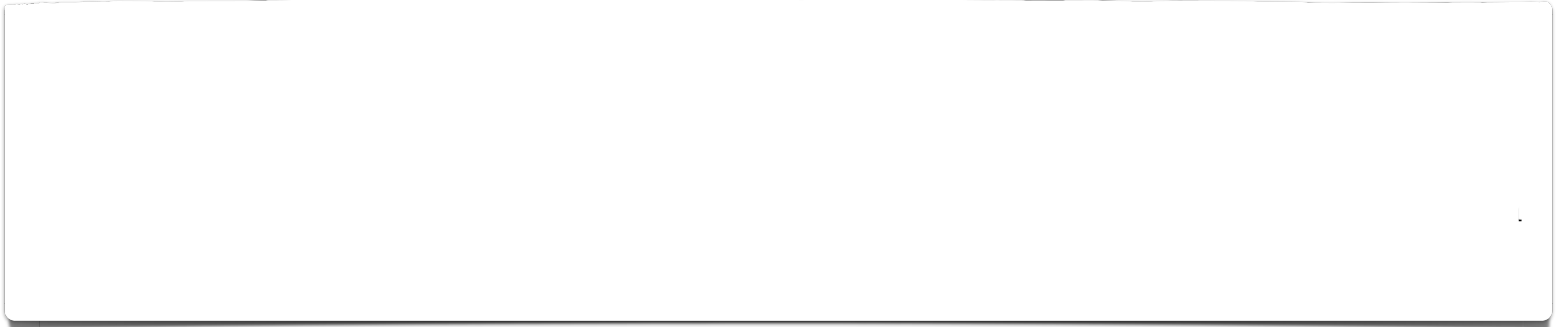
$$\Leftrightarrow G_k \geq \frac{k}{k+1} \text{OPT}$$

$$= \left(1 - \frac{1}{k+1}\right) \text{OPT}$$



Zusatzbemerkungen

Zusatzbemerkungen



Zusatzbemerkungen

Man kann zeigen:

Zusatzbemerkungen

Man kann zeigen:

- Für GREEDY_k ist der Faktor $(1 - \frac{1}{k+1})$ bestmöglich.

Zusatzbemerkungen

Man kann zeigen:

- Für GREEDY_k ist der Faktor $(1 - \frac{1}{k+1})$ bestmöglich.
- Wenn man G_0 in Zeile 4 von Algorithmus 4.6 durch G'_0 ersetzt, bekommt man einen Approximationsalgorithmus mit Gütegarantie $(1 - \frac{1}{k+2})$.

Approximationschemata

Approximationschemata

Man sieht: Für jedes feste $\epsilon > 0$ gibt es einen polynomiellen Algorithmus für Knapsack, der eine $(1 - \epsilon)$ -Approximation liefert. Das motiviert:

Approximationschemata

Man sieht: Für jedes feste $\epsilon > 0$ gibt es einen polynomiellen Algorithmus für Knapsack, der eine $(1 - \epsilon)$ -Approximation liefert. Das motiviert:

Definition 4.8 (PTAS). Ein polynomielles Approximationsschema (Engl.: Polynomialtime approximation scheme. Kurz: PTAS) für ein Optimierungsproblem ist eine Familie von Algorithmen, die für jedes beliebige, aber feste $\epsilon > 0$ einen $(1 - \epsilon)$ -Approximationsalgorithmus (bzw. $(1 + \epsilon)$) liefert.

Approximationschemata

Man sieht: Für jedes feste $\epsilon > 0$ gibt es einen polynomiellen Algorithmus für Knapsack, der eine $(1 - \epsilon)$ -Approximation liefert. Das motiviert:

Definition 4.8 (PTAS). Ein polynomielles Approximationsschema (Engl.: Polynomialtime approximation scheme. Kurz: PTAS) für ein Optimierungsproblem ist eine Familie von Algorithmen, die für jedes beliebige, aber feste $\epsilon > 0$ einen $(1 - \epsilon)$ -Approximationsalgorithmus (bzw. $(1 + \epsilon)$) liefert.

Approximationschemata

Man sieht: Für jedes feste $\epsilon > 0$ gibt es einen polynomiellen Algorithmus für Knapsack, der eine $(1 - \epsilon)$ -Approximation liefert. Das motiviert:

Definition 4.8 (PTAS). Ein polynomielles Approximationsschema (Engl.: Polynomialtime approximation scheme. Kurz: PTAS) für ein Optimierungsproblem ist eine Familie von Algorithmen, die für jedes beliebige, aber feste $\epsilon > 0$ einen $(1 - \epsilon)$ -Approximationsalgorithmus (bzw. $(1 + \epsilon)$) liefert.

Approximationschemata

Man sieht: Für jedes feste $\epsilon > 0$ gibt es einen polynomiellen Algorithmus für Knapsack, der eine $(1 - \epsilon)$ -Approximation liefert. Das motiviert:

Definition 4.8 (PTAS). Ein polynomielles Approximationsschema (Engl.: Polynomialtime approximation scheme. Kurz: PTAS) für ein Optimierungsproblem ist eine Familie von Algorithmen, die für jedes beliebige, aber feste $\epsilon > 0$ einen $(1 - \epsilon)$ -Approximationsalgorithmus (bzw. $(1 + \epsilon)$) liefert.

Approximationschemata

Man sieht: Für jedes feste $\epsilon > 0$ gibt es einen polynomiellen Algorithmus für Knapsack, der eine $(1 - \epsilon)$ -Approximation liefert. Das motiviert:

Definition 4.8 (PTAS). Ein polynomielles Approximationsschema (Engl.: Polynomialtime approximation scheme. Kurz: PTAS) für ein Optimierungsproblem ist eine Familie von Algorithmen, die für jedes beliebige, aber feste $\epsilon > 0$ einen $(1 - \epsilon)$ -Approximationsalgorithmus (bzw. $(1 + \epsilon)$) liefert.

Korollar 4.9. $\{\text{GREEDY}_k \mid k \in \mathbb{N}\}$ ist ein PTAS für Knapsack.

4.4 Ausblicke

Approximationsfaktoren

Approximationsfaktoren

1	2	3	4	5	6
20	32	40	8	16	4
3	3	10	5	2	4
8	10	32	11	12	13
40	5	28	20	16	16
9	9	3	9	24	10
32	8	14	15	4	
2	2	20	40		
		3	10		

Kann Knut die Klausur bestehen?

Approximationsfaktoren

0-1 Knapsack

Nummer	Minuten	Punkte
1	20	3
2	32	3
3	40	10
4	8	5
5	16	2
6	4	4
7	32	2
8	40	9
9	8	2
10	32	5
11	28	3
12	20	9
13	16	10
14	20	3
15	40	10

Kann Knut die Klausur bestehen?

Approximationsfaktoren

0-1 Knapsack

Nummer	Minuten	Punkte
1	20	3
2	32	3
3	40	10
4	8	5
5	16	2
6	4	4
7	32	2
8	40	9
9	8	2
10	32	5
11	28	3
12	20	9
13	16	10
14	20	3
15	40	10

Kann Knut die Klausur bestehen?

Max

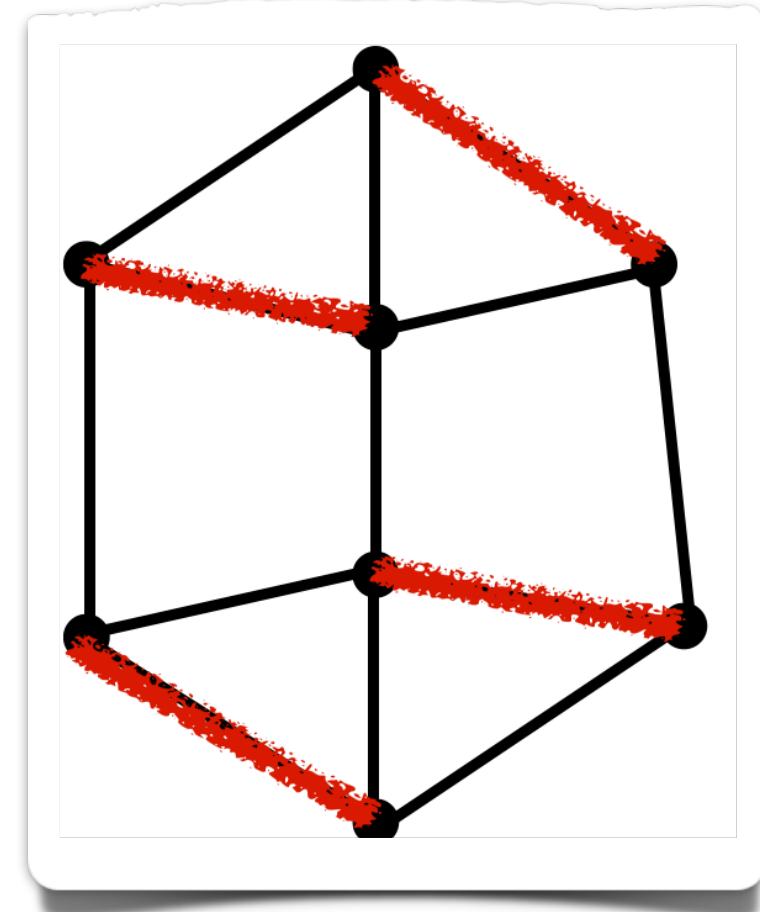
Approximationsfaktoren

0-1 Knapsack

1	2	3	4	5	6
20	32	40	8	16	4
3	3	10	5	2	4
3	10	10	5	2	4
8	32	11	12	13	
40	5	28	20	16	
9	9	3	9	24	
32	8	14	16	4	
2	2	20	15	40	
		3	40	10	
			10		

Kann Knut die Klausur bestehen?

Max



Approximationsfaktoren

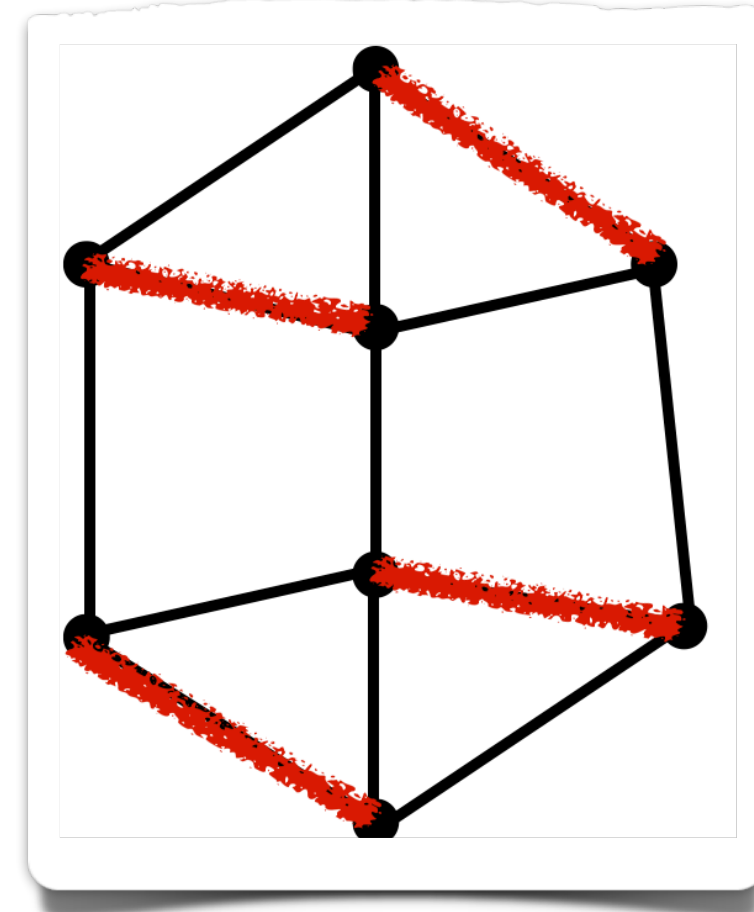
0-1 Knapsack

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
20	32	40	8	16	4	32	40	8	10	28	20	16	20	40	24
3	3	10	5	2	4	9	5	9	3	3	9	10	3	10	4
Punkte															

Kann Knut die Klausur bestehen?

Max

Matching



Approximationsfaktoren

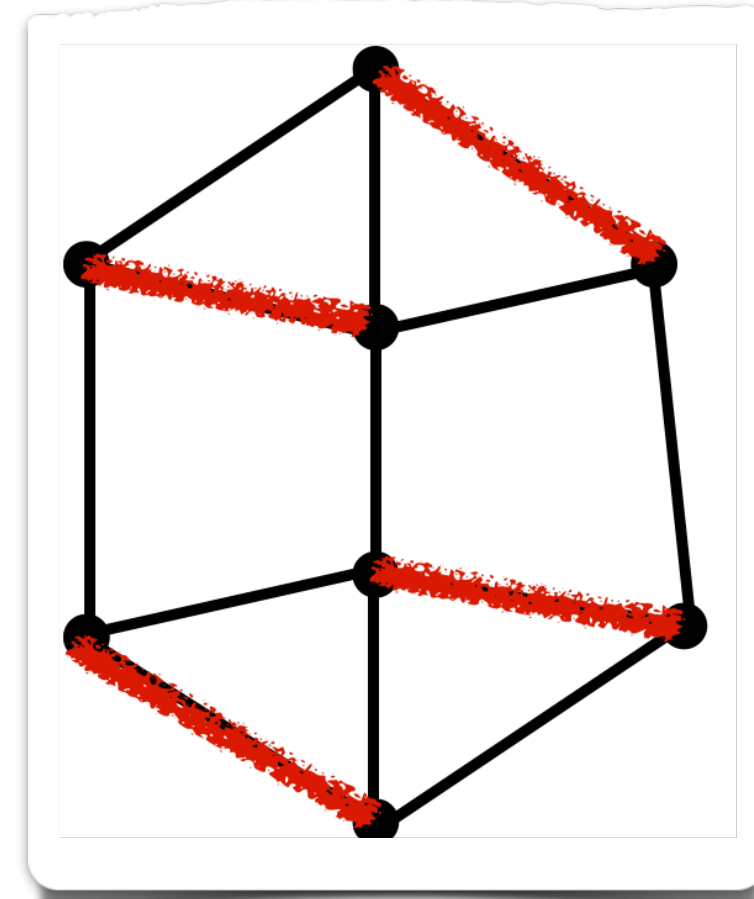
0-1 Knapsack

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
20	32	40	8	16	4	32	40	8	10	28	20	16	20	40	24
3	3	10	5	2	4	9	5	9	3	3	9	10	3	10	4
Punkte															

Kann Knut die Klausur bestehen?

Max

Matching



Max

Approximationsfaktoren

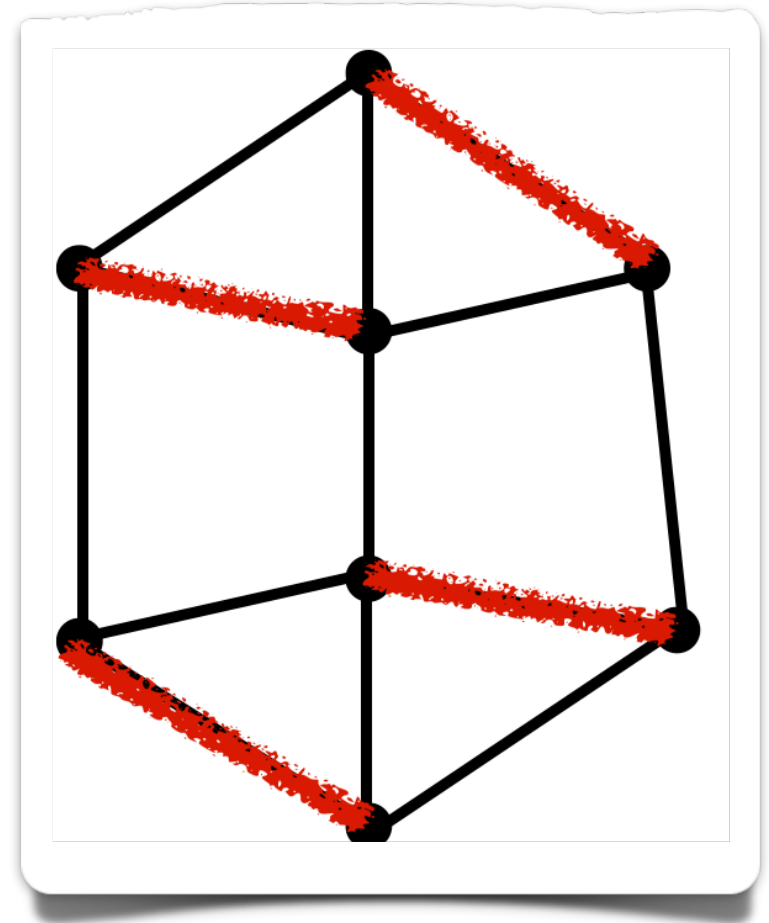
0-1 Knapsack

Nummer	Minuten	Punkte
1	20	3
2	32	3
3	40	10
4	8	5
5	16	2
6	4	4
7	32	2
8	40	9
9	8	2
10	32	5
11	28	3
12	20	9
13	16	16
14	20	3
15	40	10
16	24	4

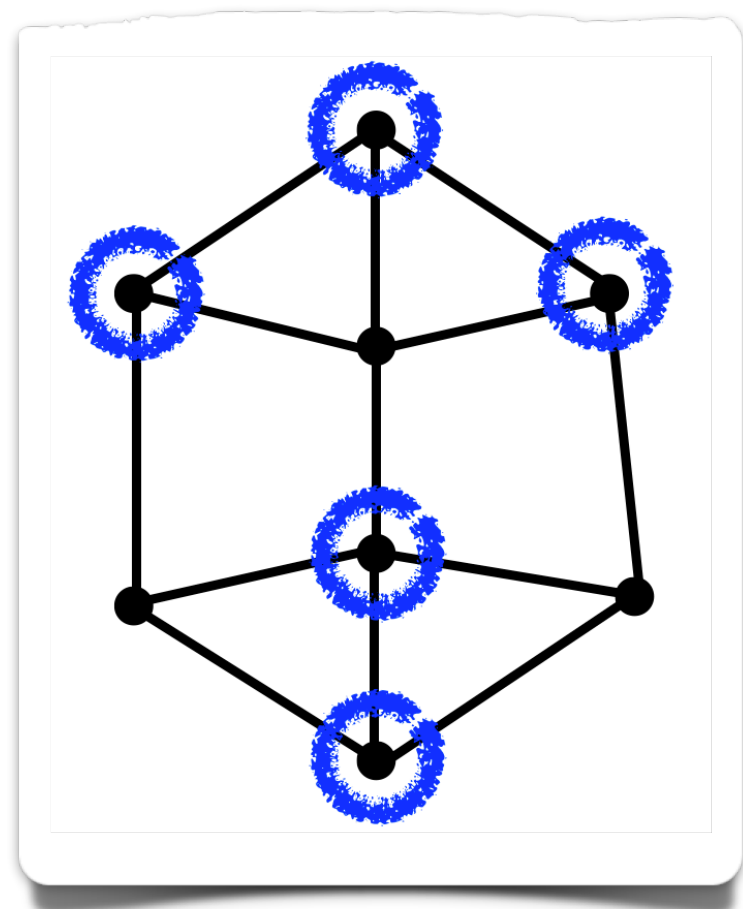
Kann Knut die Klausur bestehen?

Max

Matching



Max



Approximationsfaktoren

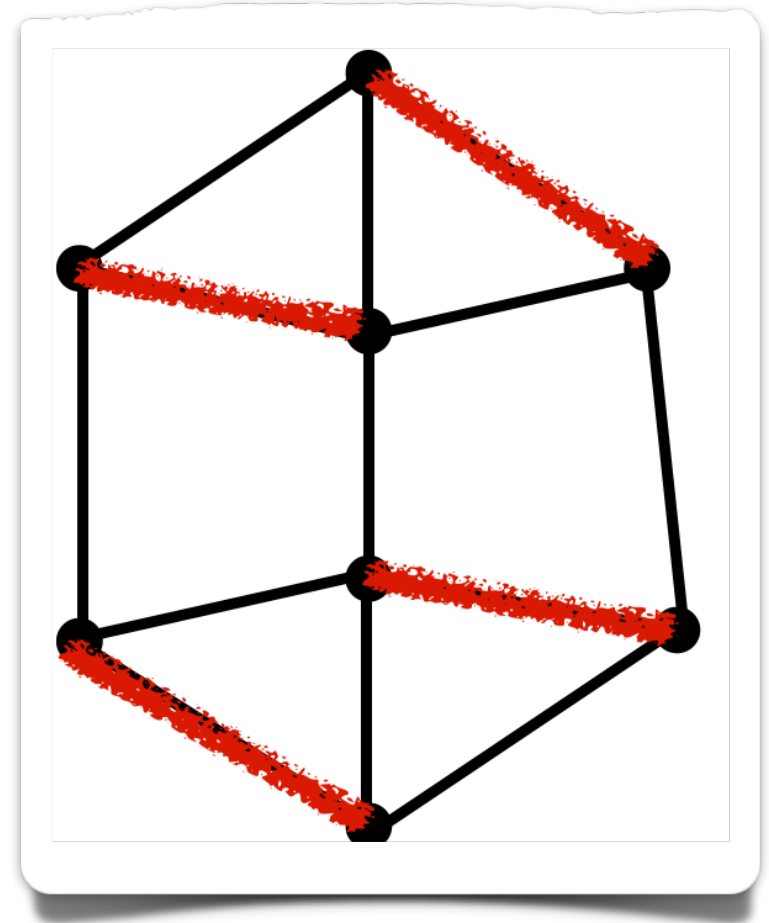
0-1 Knapsack

Nummer	Minuten	Punkte
1	20	3
2	32	3
3	40	10
4	8	5
5	16	2
6	4	4
7	32	2
8	40	9
9	8	2
10	32	5
11	28	3
12	20	9
13	16	16
14	20	3
15	40	10

Kann Knut die Klausur bestehen?

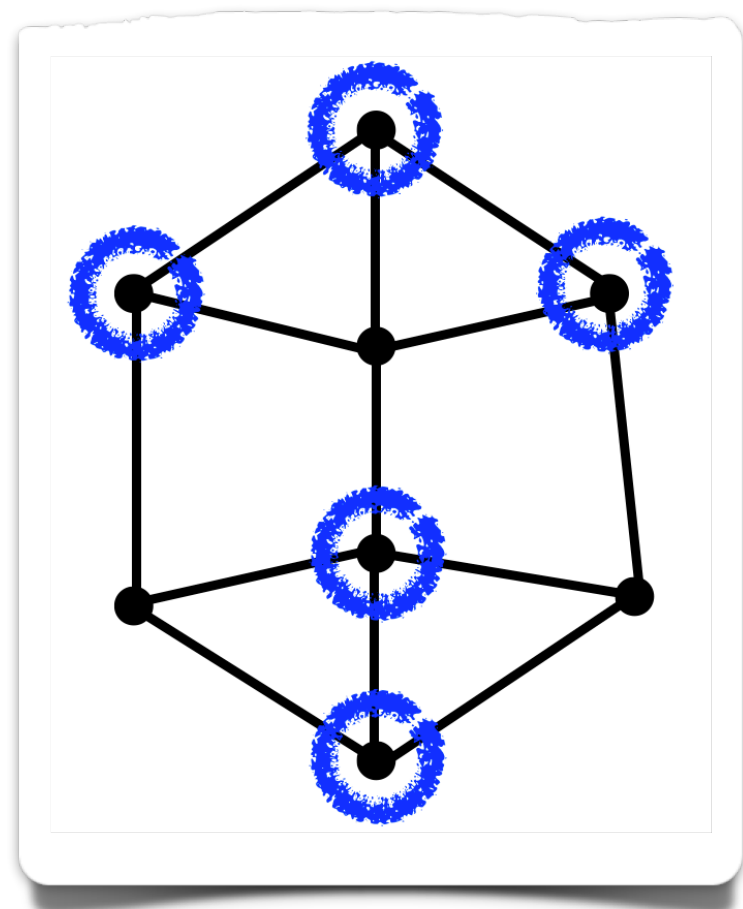
Max

Matching



Max

Vertex Cover



Approximationsfaktoren

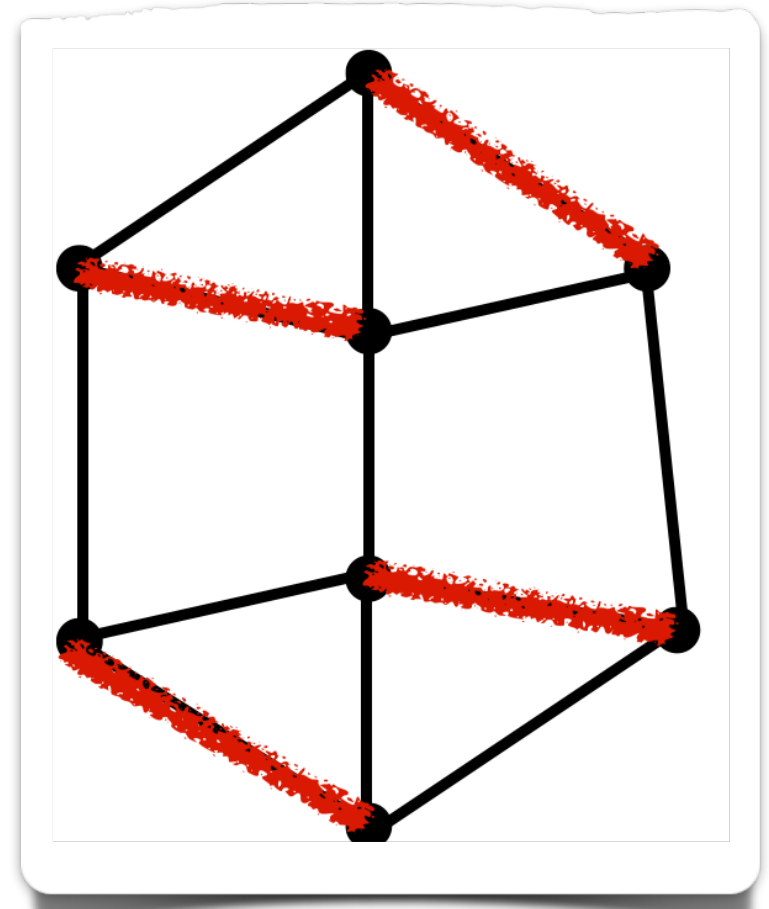
0-1 Knapsack

1	2	3	4	5	6
20	32	40	8	16	4
3	3	10	5	2	4
3	10	10	5	2	4
8	32	11	12	16	13
40	5	28	20	24	16
9	9	3	9	4	10
7	9	14	15	16	16
32	8	20	40	24	10
2	2	3	10	4	10

Kann Knut die Klausur bestehen?

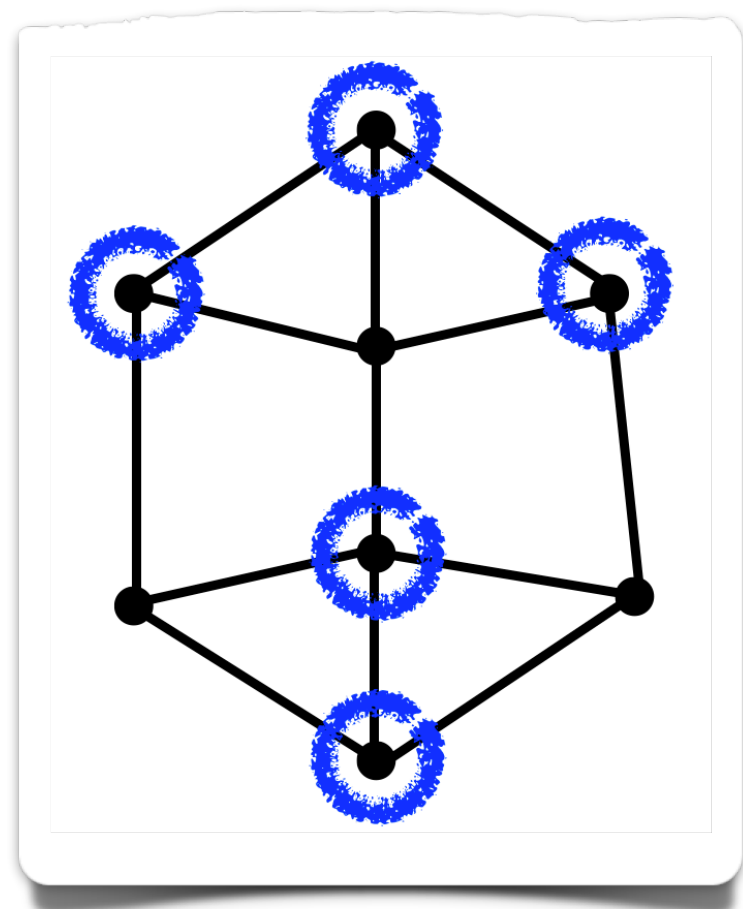
Max

Matching



Max

Vertex Cover



Min

Approximationsfaktoren

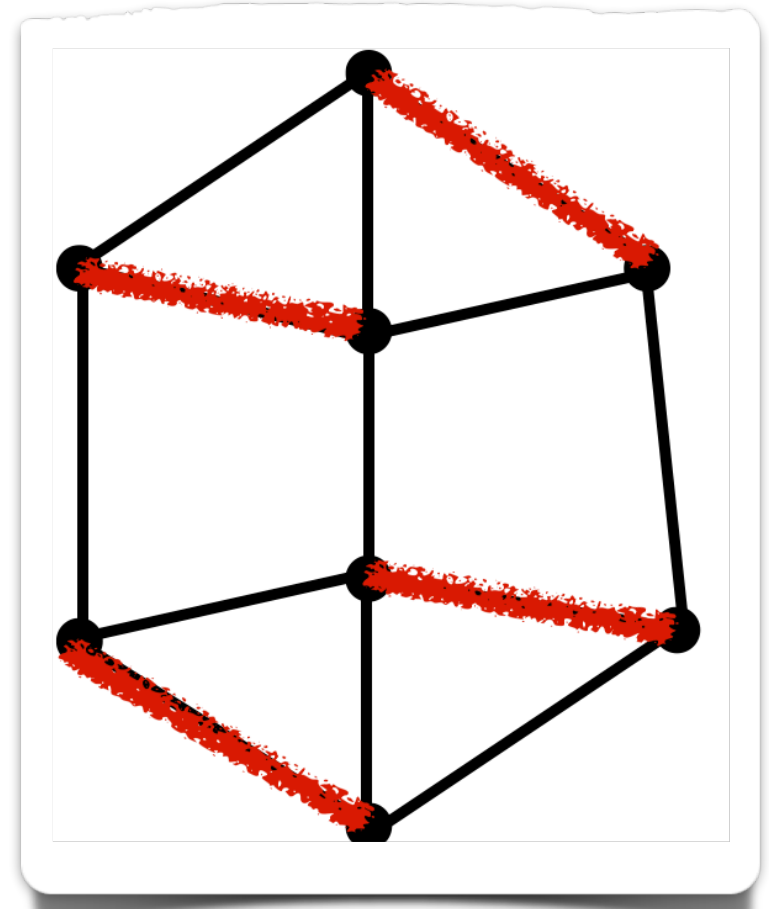
0-1 Knapsack

1	2	3	4	5	6
20	32	40	8	16	4
3	3	10	5	2	4
3	10	10	5	2	4
8	32	11	12	16	13
40	5	28	20	24	16
9	9	3	9	4	10
7	9	14	15	16	16
32	8	20	40	24	10
2	2	3	10	4	10

Kann Knut die Klausur bestehen?

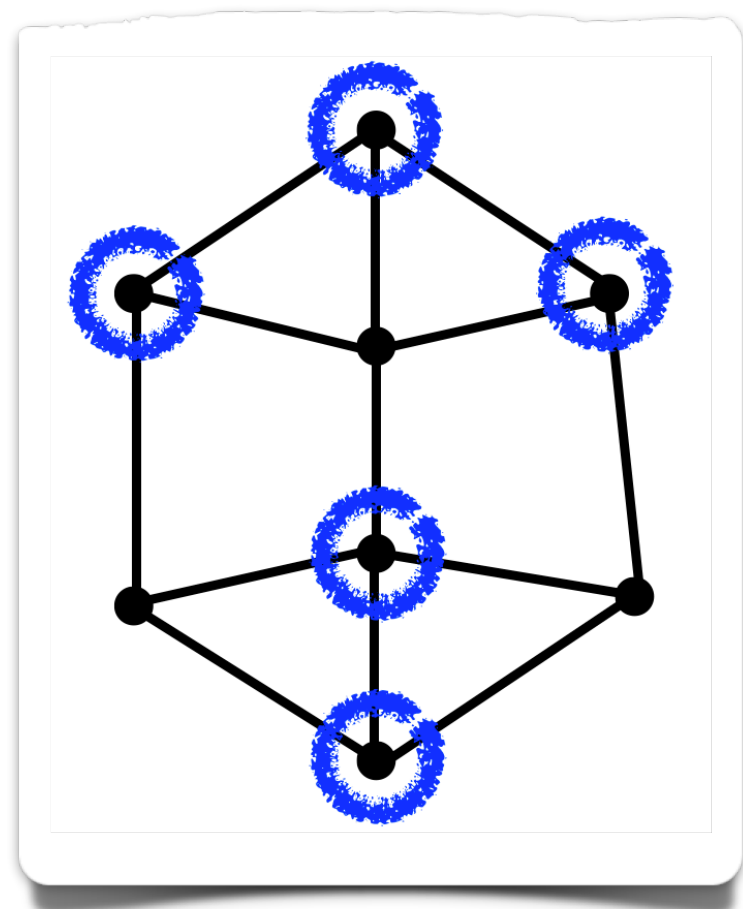
Max

Matching



Max

Vertex Cover



Min

Traveling Salesman

Approximationsfaktoren

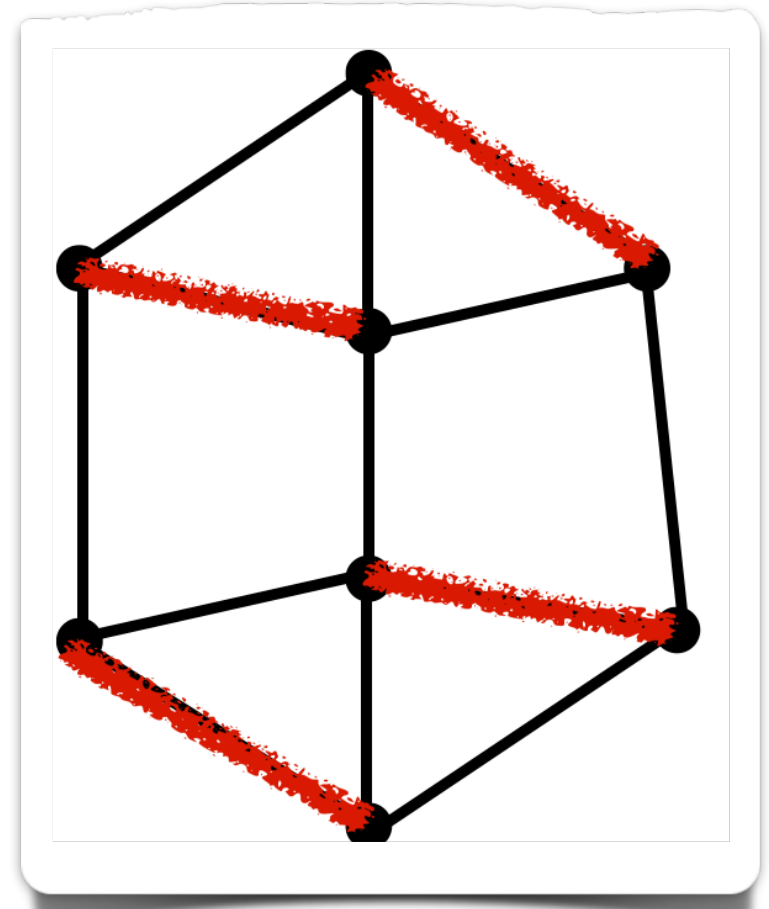
0-1 Knapsack

1	2	3	4	5	6
20	32	40	8	16	4
3	3	10	5	2	4
3	10	10	5	2	4
8	32	11	12	16	13
40	5	28	20	24	16
9	9	3	9	4	10
7	9	14	15	16	16
32	8	20	40	24	10
2	2	3	10	4	10

Kann Knut die Klausur bestehen?

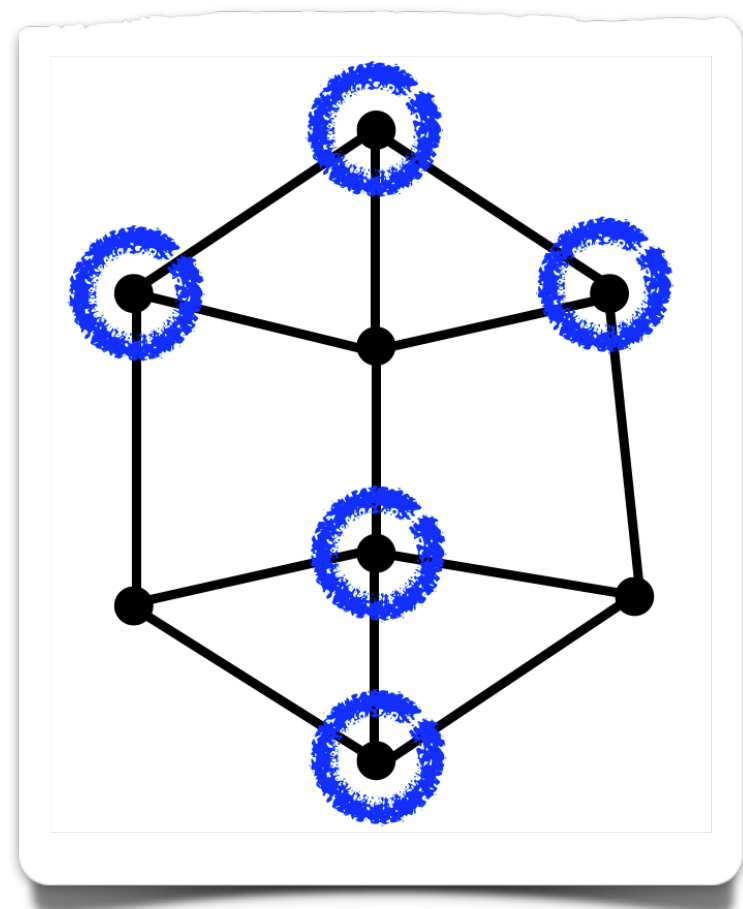
Max

Matching



Max

Vertex Cover



Min

Traveling Salesman

Min

Approximationsfaktoren

0-1 Knapsack

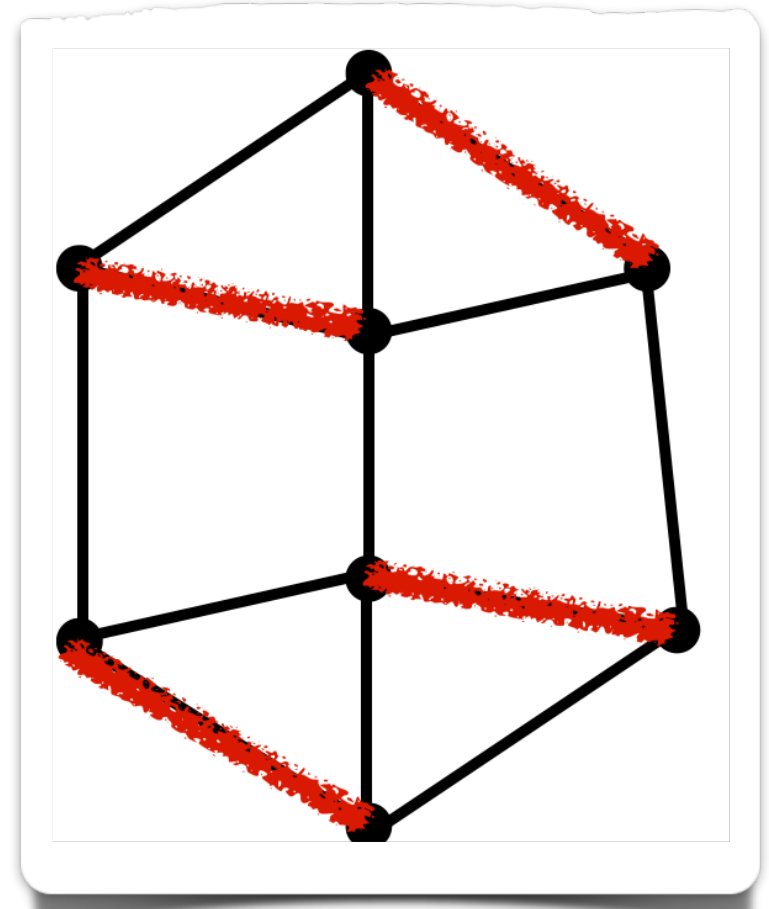
1	2	3	4	5	6
20	32	40	8	16	4
3	3	10	5	2	4
3	10	10	5	2	4
8	32	11	12	16	13
40	5	28	20	24	16
9	9	3	9	4	10
7	9	14	15	16	16
32	8	20	40	24	10
2	2	3	10	4	10

Kann Knut die Klausur bestehen?

Max

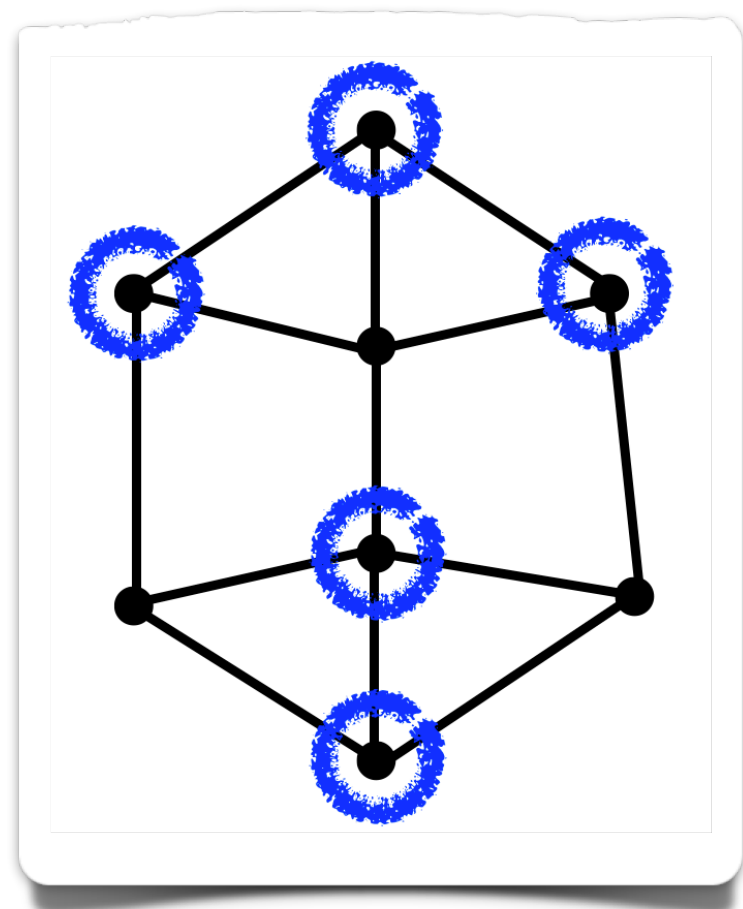
$$1 - \frac{1}{k + 2}$$

Matching



Max

Vertex Cover



Min

Traveling Salesman

Min

Approximationsfaktoren

0-1 Knapsack

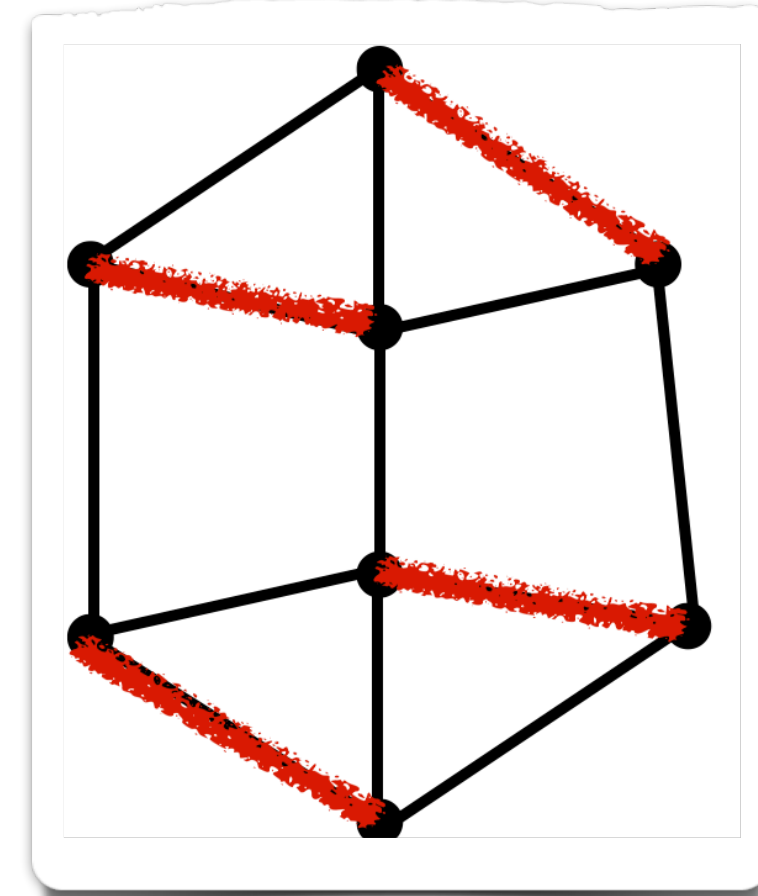
1	2	3	4	5	6
20	32	40	8	16	4
3	3	10	5	2	4
8	10	11	12	16	13
40	32	28	20	24	16
9	5	3	9	4	10
7	9	14	15	16	13
32	8	20	40	24	16
2	2	3	10	4	10

Kann Knut die Klausur bestehen?

Max

$$1 - \frac{1}{k + 2}$$

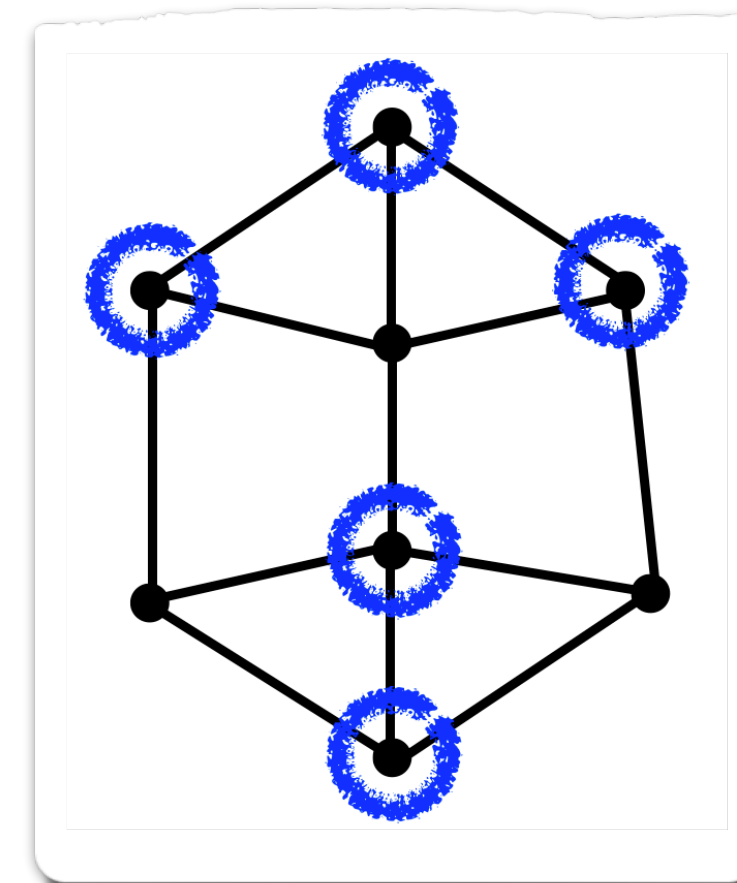
Matching



Max

$$1$$

Vertex Cover



Min

Traveling Salesman

Min

Approximationsfaktoren

0-1 Knapsack

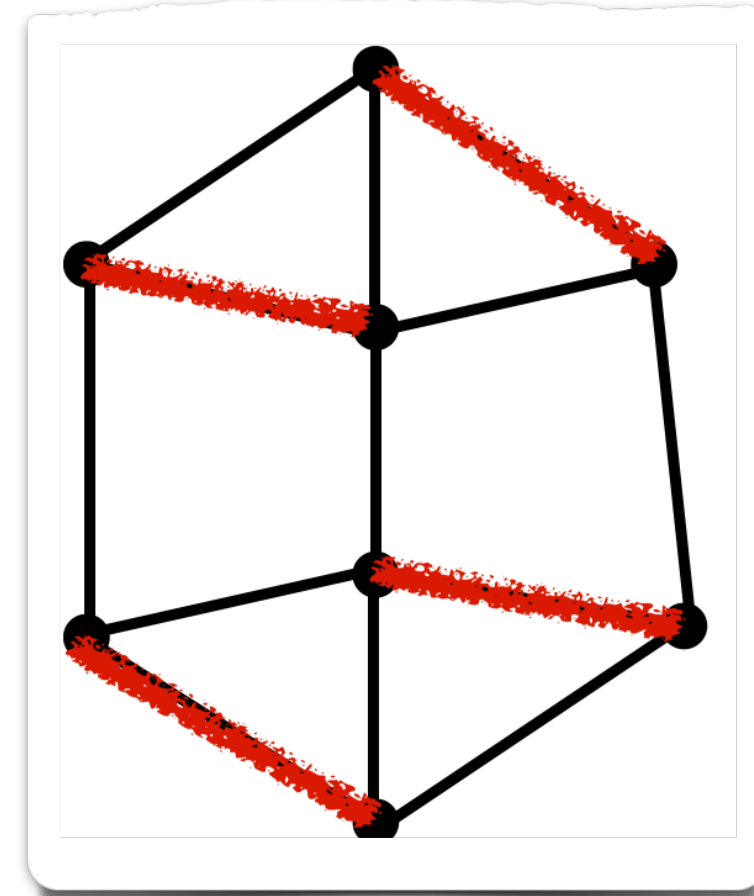
1	2	3	4	5	6
20	32	40	8	16	4
3	3	10	5	2	4
8	10	11	12	16	13
40	32	28	20	24	16
9	5	3	9	4	10
7	9	14	15	16	13
32	8	20	40	24	16
2	2	3	10	4	10

Kann Knut die Klausur bestehen?

Max

$$1 - \frac{1}{k + 2}$$

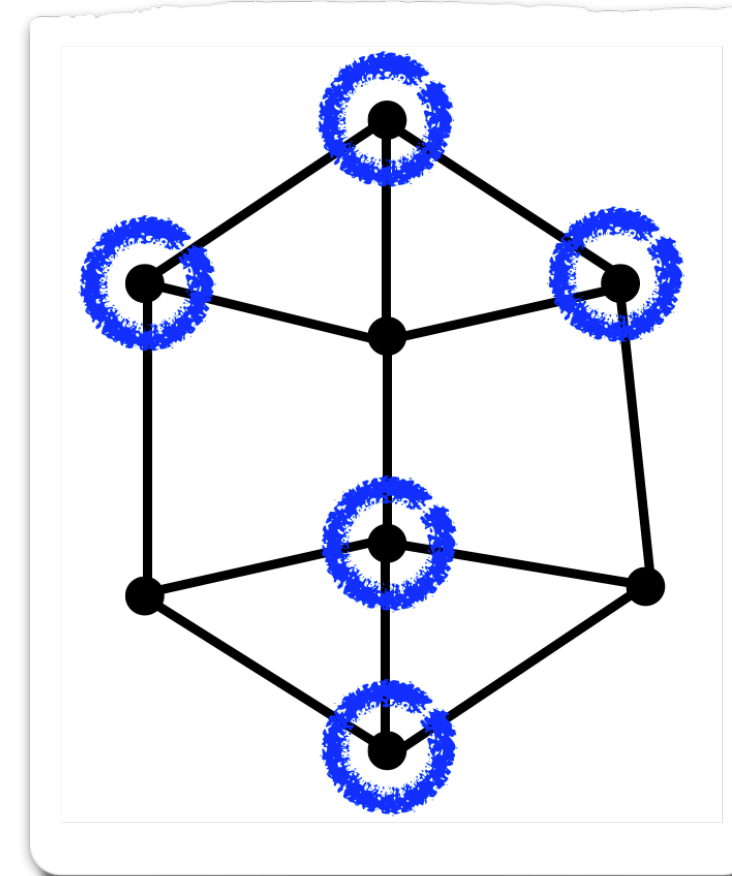
Matching



Max

1

Vertex Cover



Min

2

Traveling Salesman

Min

Approximationsfaktoren

0-1 Knapsack

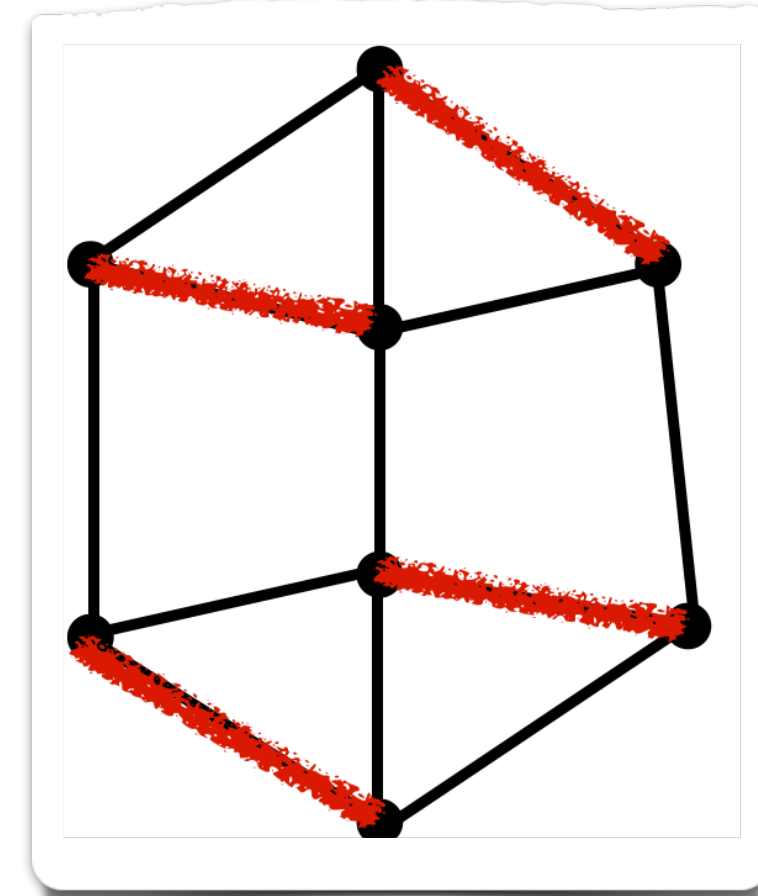
1	2	3	4	5	6
20	32	40	8	16	4
3	3	10	5	2	4
3	10	10	5	2	4
8	32	11	12	16	13
40	5	28	20	24	16
9	14	3	9	4	10
9	20	15	16	16	10
2	3	40	10		

Kann Knut die Klausur bestehen?

Max

$$1 - \frac{1}{k + 2}$$

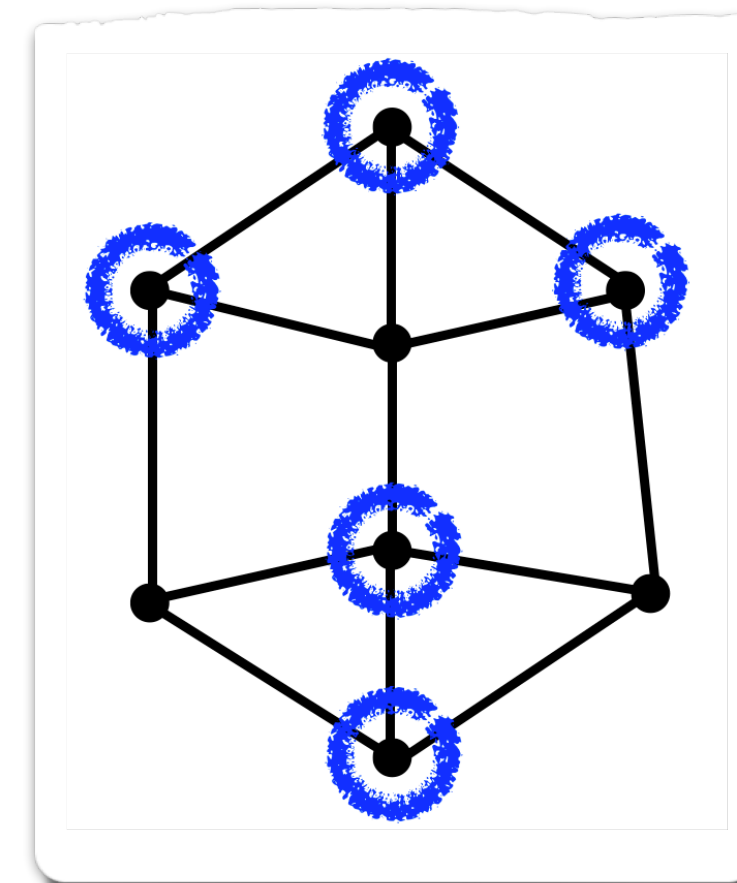
Matching



Max

$$1$$

Vertex Cover

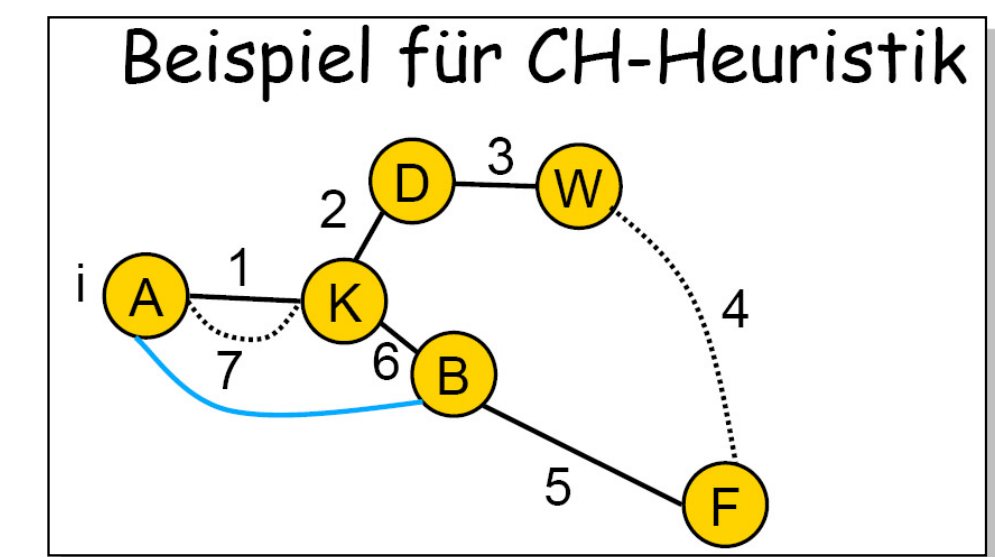


Min

$$2$$

Traveling Salesman

Min



Approximationsfaktoren

0-1 Knapsack

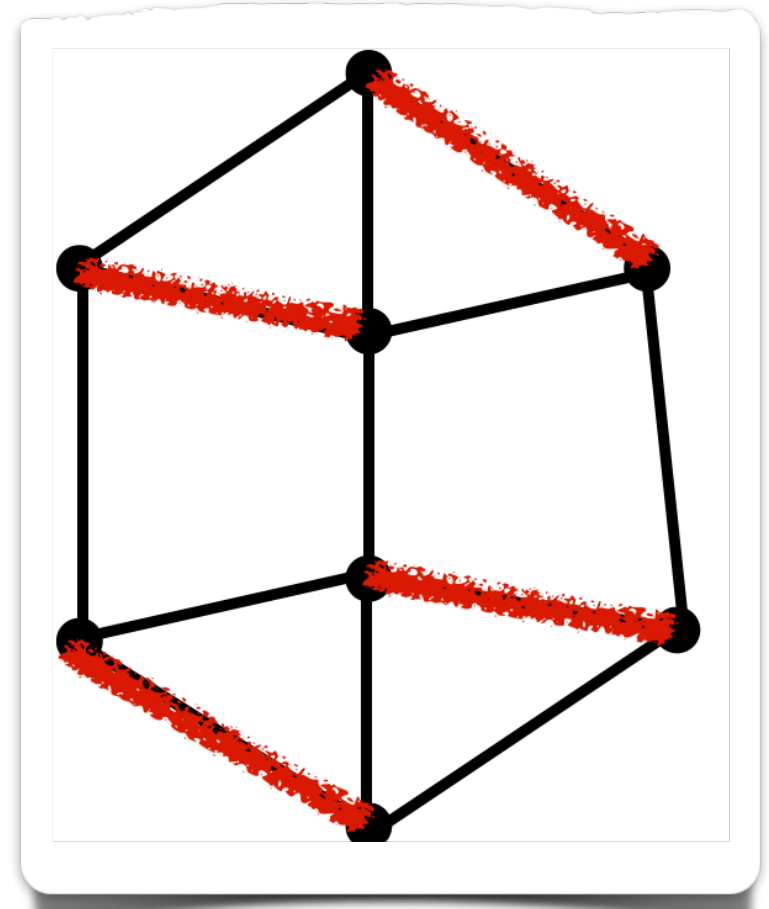
Nummer	Minuten	Punkte
1	20	3
2	32	3
3	10	10
4	8	5
5	16	2
6	4	4
7	32	2
8	40	9
9	8	2
10	32	5
11	28	3
12	20	9
13	16	16
14	20	3
15	40	10
16	24	4

Kann Knut die Klausur bestehen?

Max

$$1 - \frac{1}{k + 2}$$

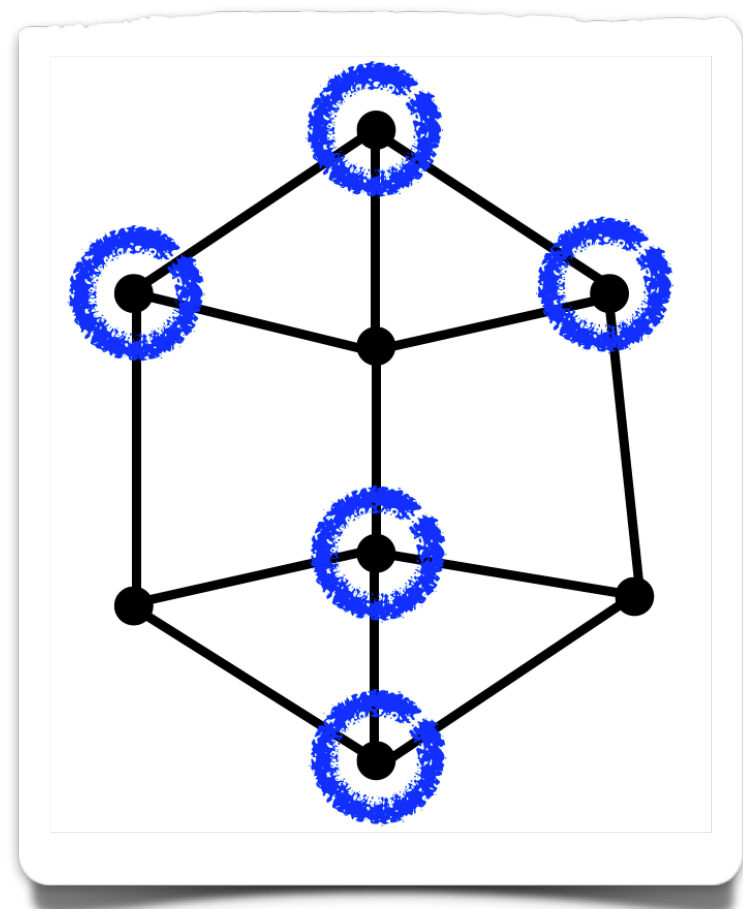
Matching



Max

$$1$$

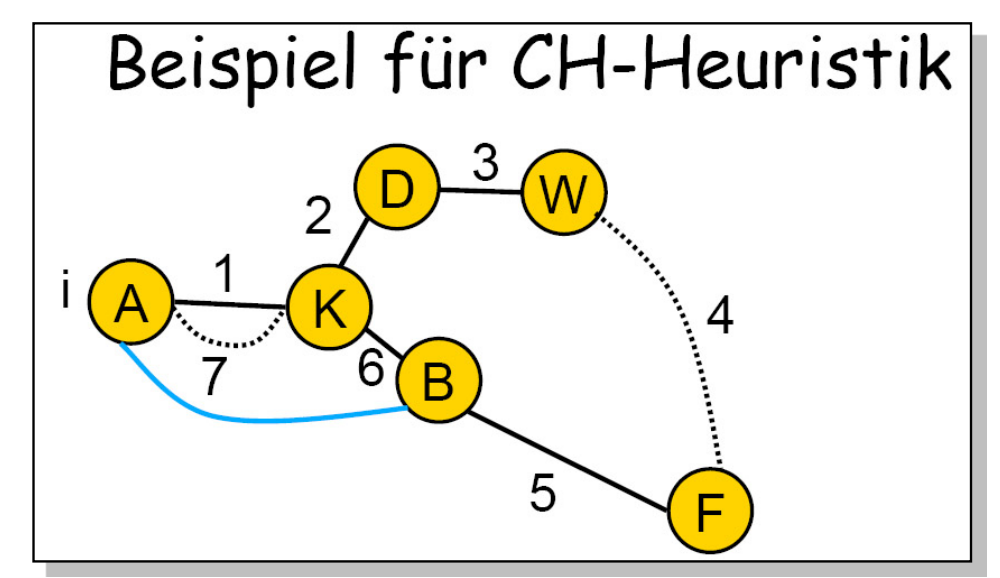
Vertex Cover



Min

$$2$$

Traveling Salesman



Min

$$\frac{3}{2}$$

Approximationsfaktoren

0-1 Knapsack

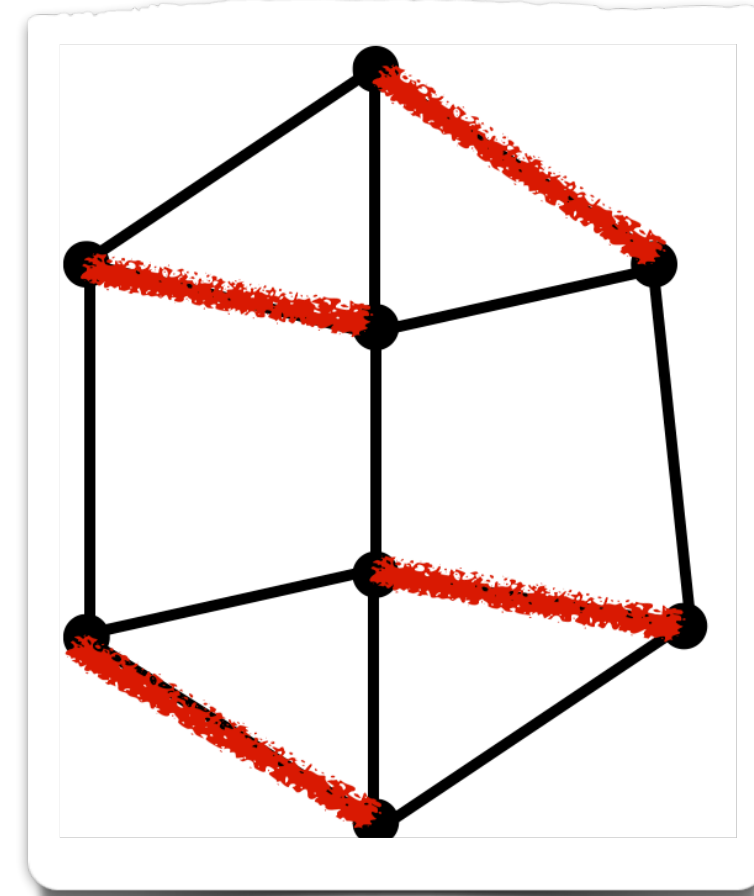
1	2	3	4	5	6
20	32	40	8	16	4
3	3	10	5	2	4
8	10	32	11	12	13
40	5	5	28	20	16
9	14	3	9	16	16
2	20	15	40	24	10
	3	10		4	

Kann Knut die Klausur bestehen?

Max

$$1 - \frac{1}{k + 2}$$

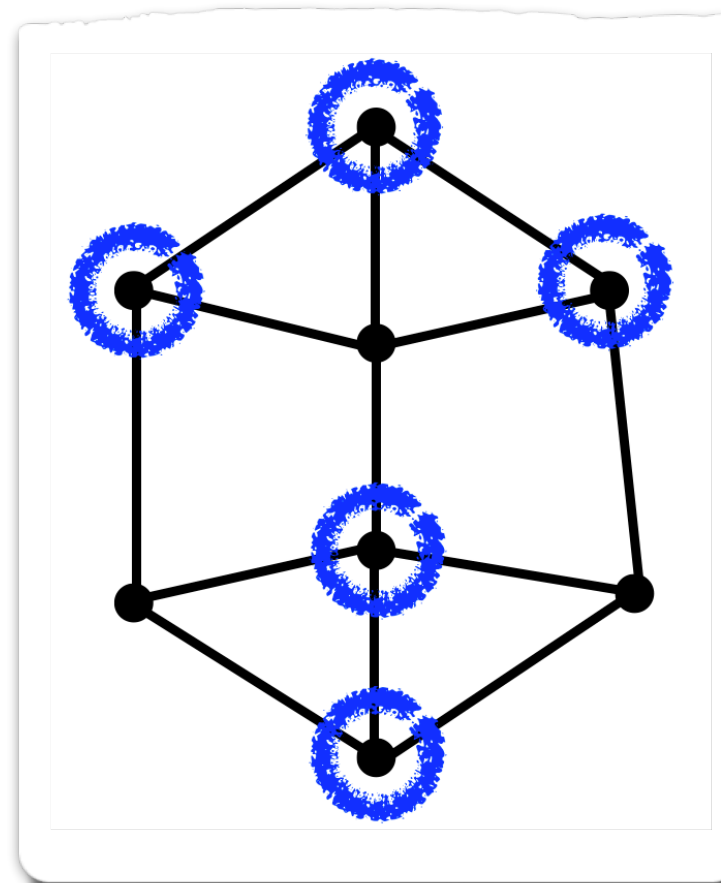
Matching



Max

$$1$$

Vertex Cover

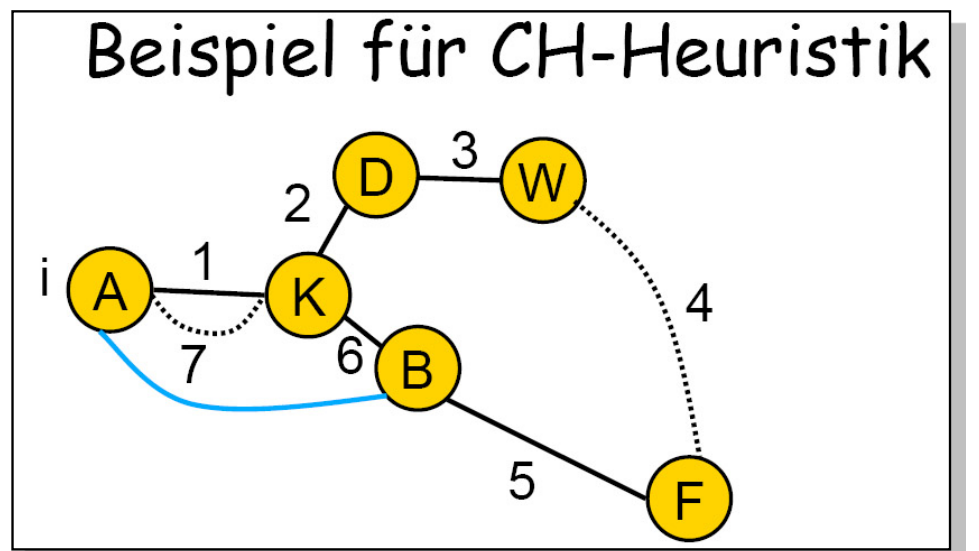


Min

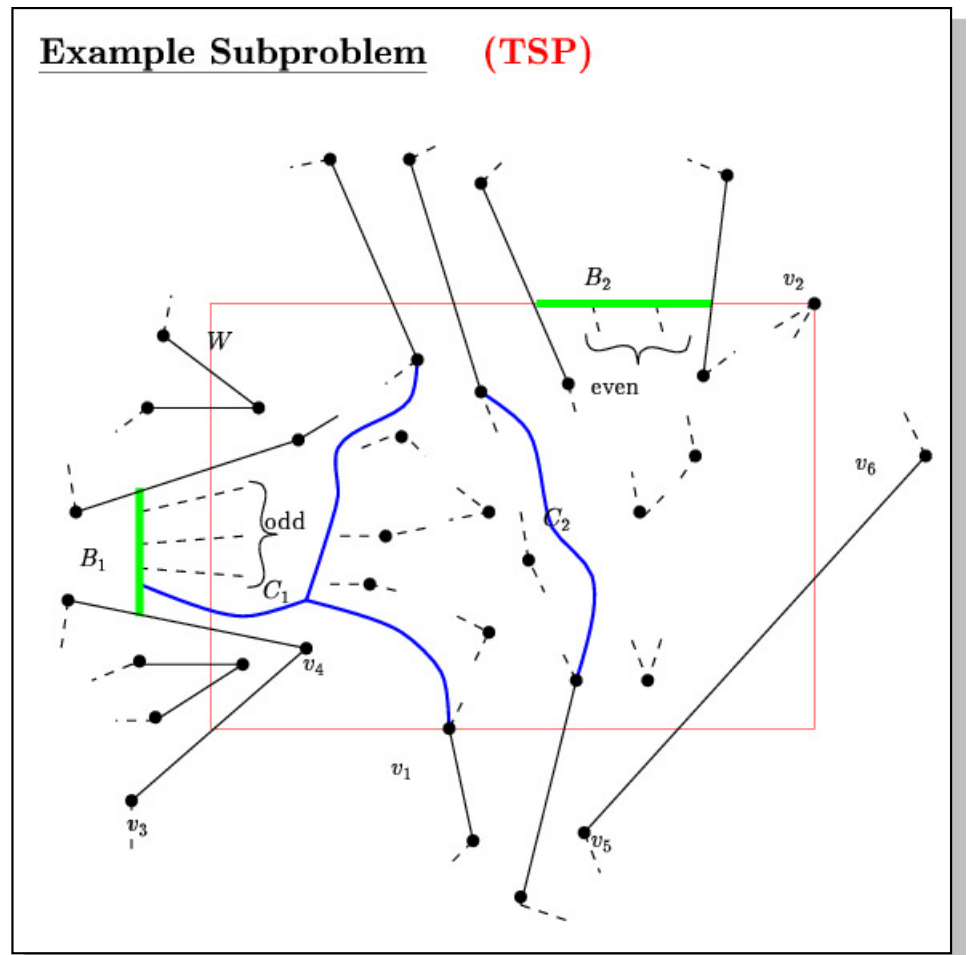
$$2$$

Traveling Salesman

Min



$$\frac{3}{2}$$



Approximationsfaktoren

0-1 Knapsack

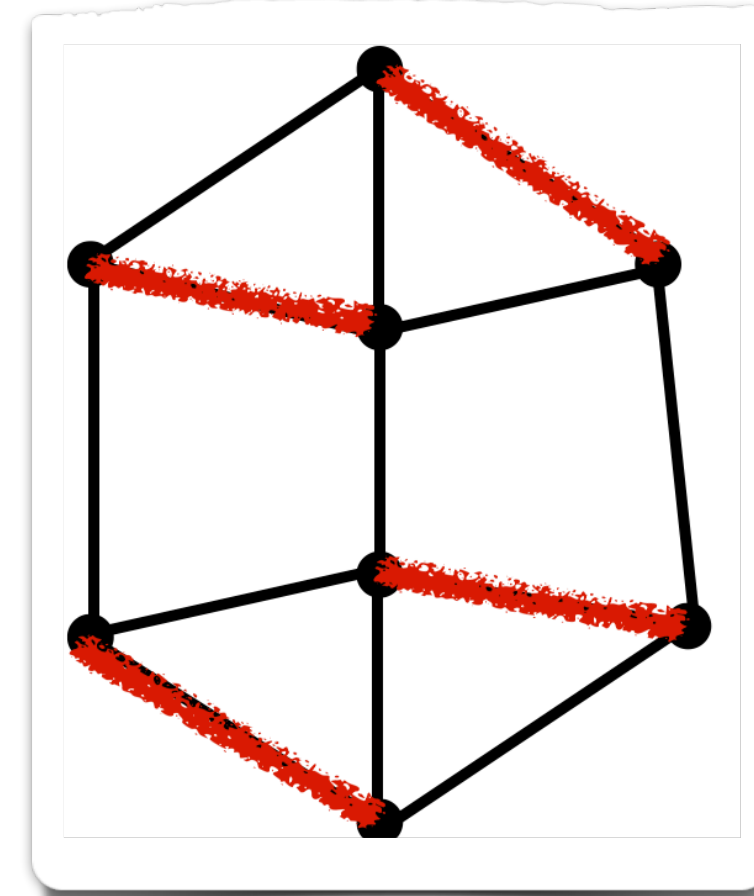
1	2	3	4	5	6
20	32	40	8	16	4
3	3	10	5	2	4
8	10	32	11	12	13
40	5	5	28	20	16
9	14	3	3	9	16
8	20	15	16	24	10
2	3	40	4	10	

Kann Knut die Klausur bestehen?

Max

$$1 - \frac{1}{k + 2}$$

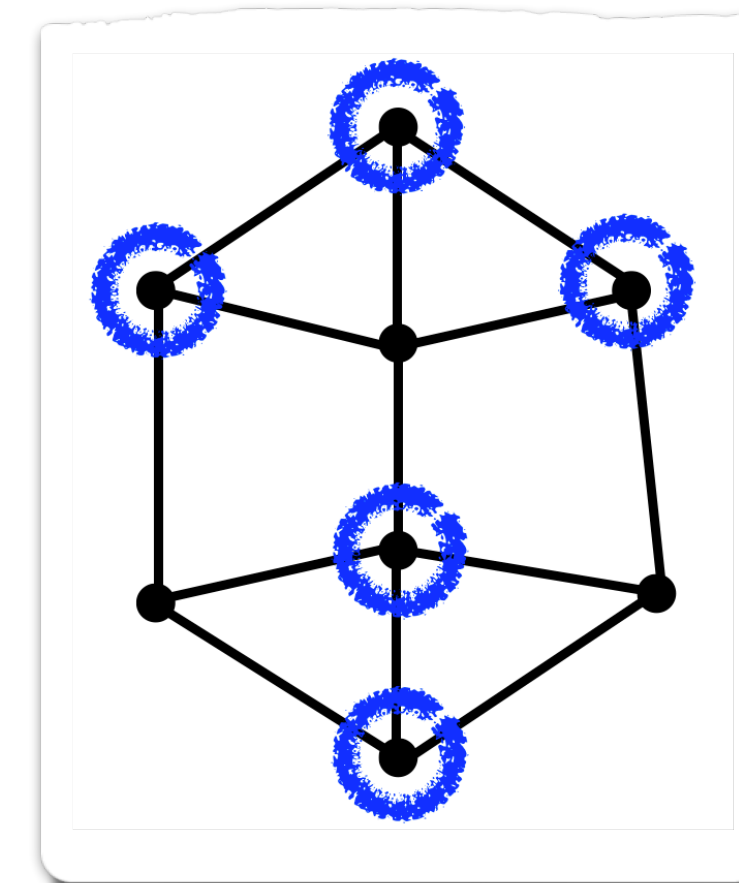
Matching



Max

$$1$$

Vertex Cover

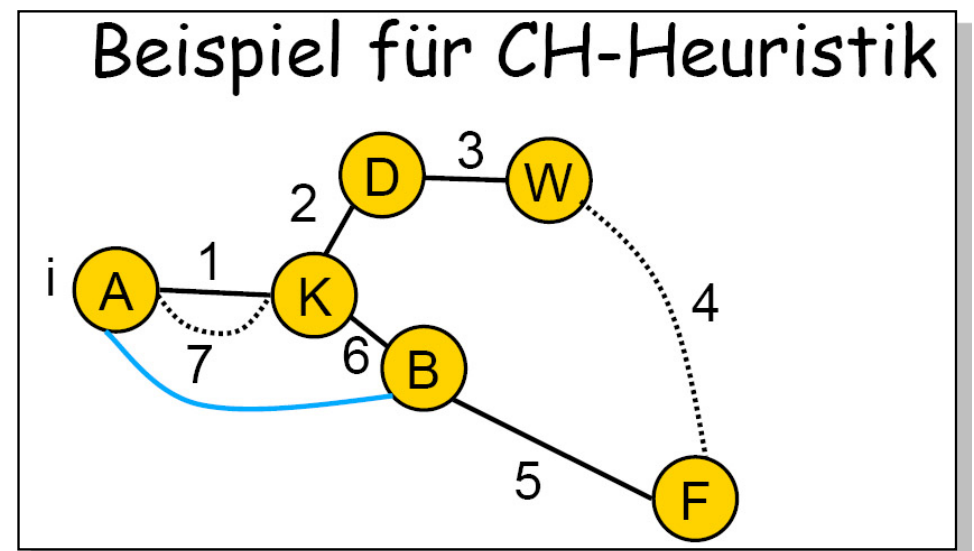


Min

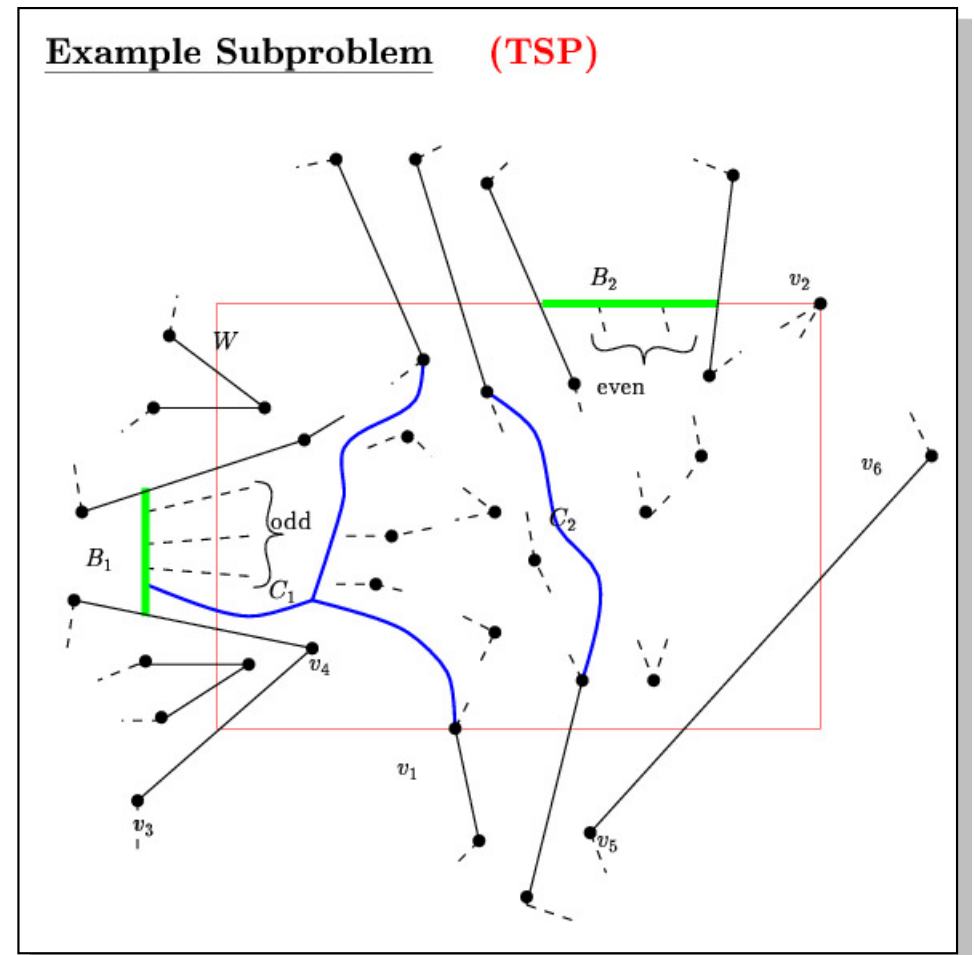
$$2$$

Traveling Salesman

Min



$$\frac{3}{2}$$



$$1 + \epsilon$$

Vielen Dank!

s.fekete@tu-bs.de