Algorithmen und Datenstrukturen 2 **SoSe 2022**
Prof. Dr. Sándor Fekete
Matthias Konitzny

Präsenzblatt 5

Dieses Blatt dient der persönlichen Vorbereitung. Es wird nicht abgegeben und geht nicht in die Bewertung ein. Die Besprechung der Aufgaben erfolgt in den kleinen Übungen am 27.07. und 29.07.22

Präsenzaufgabe:
Betrachte zunächst eine Hashfunktion $h(x)$ mit $\text{Prob}(h(x) = j) = \frac{1}{m}$, wobei m die Größe der Hashtabelle ist.

a) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass das k-te Element kollisionsfrei eingefügt werden kann, wenn bereits $k-1$ Zellen der Tabelle belegt sind?

b) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass 3 Datensätze kollisionsfrei in eine Hashtabelle der Größe $m = 20$ eingefügt werden können? Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit bei 5 Datensätzen? Gib die Wahrscheinlichkeiten in Prozent an.

Anstatt Objekte in eine Liste zu schreiben, gibt es die Möglichkeit, Elementen ein anderes freies Feld in der Hashtabelle zuzuweisen, falls eine Kollision auftritt. Man nennt dieses Hashverfahren auch *offenes Hashing*. Dazu betrachtet man für eine Hashtabelle der Größe m zum Beispiel eine Hashfunktion der folgenden Form:

$$t(x, i) := h_1(x) + i \cdot h_2(x) \mod m$$

Dabei sind $h_1 : \mathbb{N} \to \{0, \ldots, m-1\}$ und $h_2 : \mathbb{N} \to \{1, \ldots, m-1\}$ zwei Hashfunktionen. Der Wert i gibt dabei die Anzahl der Versuche an, ein Element x in die Hashtabelle einzufügen. Im Allgemeinen startet man mit $i = 0$.

c) Warum dürfen Elemente mit diesem Hashverfahren nicht einfach aus der Tabelle gelöscht werden? Wie kann man das Problem umgehen?

d) Betrachte ein anfangs leeres Array A der Größe 11, es gibt also die Speicherzellen $A[0], \ldots, A[10]$. In diesem Array führen wir offenes Hashing mit der folgenden Hashfunktion $t(x, i)$ durch.

$$t(i, x) := 5x^2 - 4x + i \cdot h_2(x) \mod 11 \qquad \text{mit } h_2(x) := (2x + 3 \mod 10) + 1.$$

Dabei ist x ein einzusetzender Schlüssel und i die Nummer des Versuches, x in eine unbesetzte Speicherzelle des Arrays zu schreiben, beginnend bei $i = 0$. Berechne zu jedem der folgenden Schlüssel die Position, die er in A bekommt:

$$7, \quad 3, \quad 5, \quad 12, \quad 14, \quad 2$$

Dabei sollen die Schlüssel in der gegebenen Reihenfolge eingefügt werden und der Rechenweg soll klar erkennbar sein.