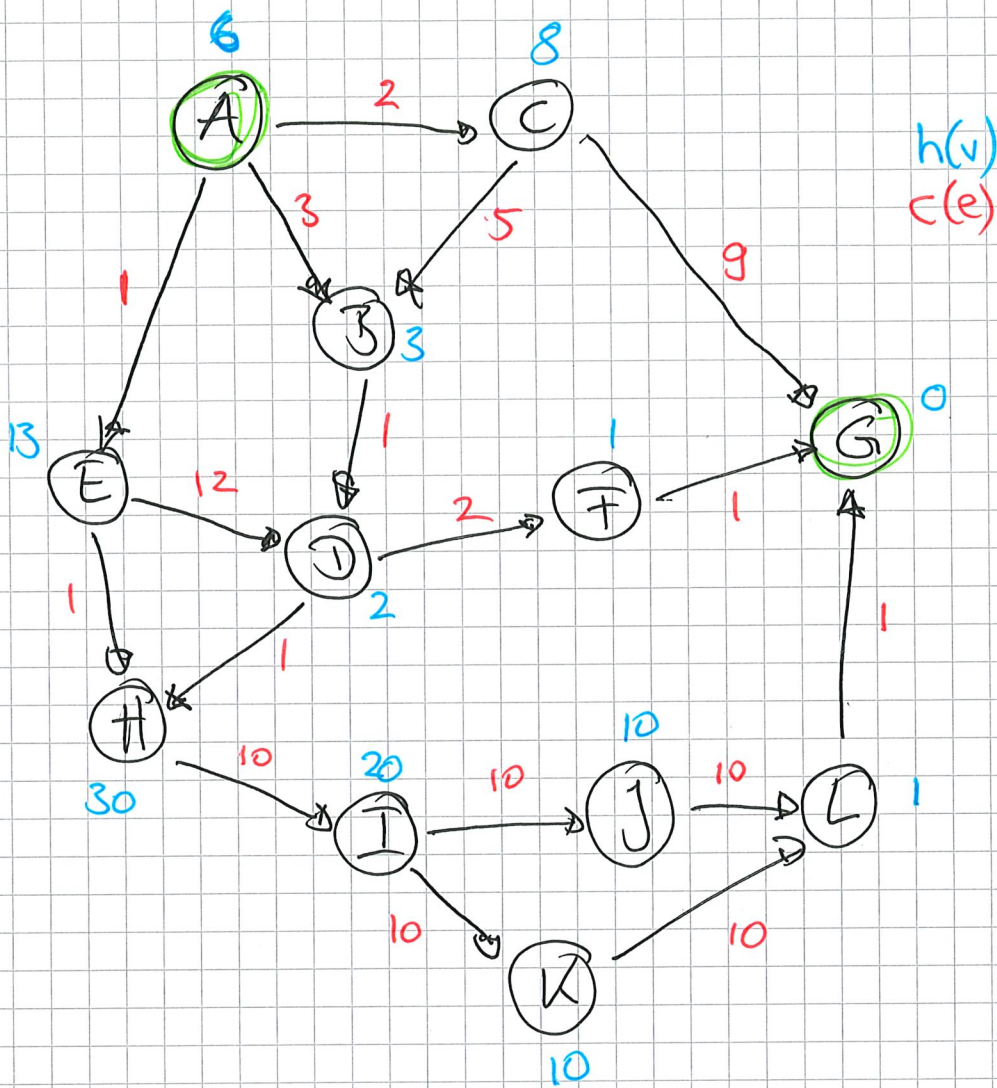


# Beispiel zum A\*-Algorithmus



1. E,  $p(E) = A$ ,  $l(E) = 1$ ,  $f(E) = 14$
2. B,  $p(B) = A$ ,  $l(B) = 3$ ,  $f(B) = 6$  ←
3. C,  $p(C) = A$ ,  $l(C) = 2$ ,  $f(C) = 10$
4. D,  $p(D) = B$ ,  $l(D) = 4$ ,  $f(D) = 6$  ←
5. F,  $p(F) = D$ ,  $l(F) = 6$ ,  $f(F) = 7$  ←
6. H,  $p(H) = D$ ,  $l(H) = 5$ ,  $f(H) = 35$
7. G,  $p(G) = F$ ,  $l(G) = 7$ ,  $f(G) = 7$  ←

Starke Zusammenhangskomponenten

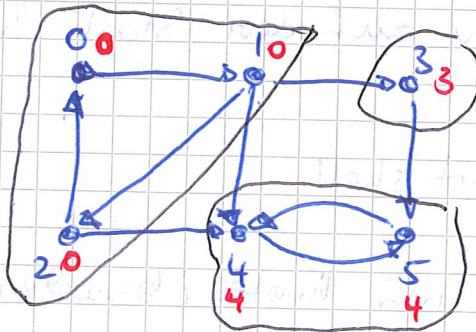
Zusammenhangskomponenten in gerichteten Graphen?

- gerichtete Kreise in gerichteten Graphen
- Starke Zshgs-Komp sind eindeutig
  - es gibt keinen Weg aus einer Komponente raus und wieder hinein...

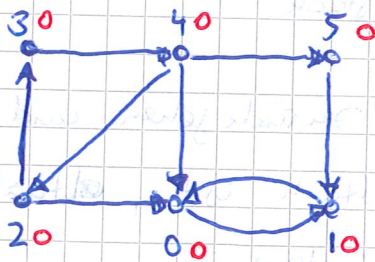
Konzept "low-link value":

→ kleinste ld die von Knoten erreichbar ist (geschlossen!)

→ DFS zum Labeln der Knoten



jeder Knoten mit selbem low-link value gehört zur selben SCC... ?!



abhängig davon wo DFS startet und welche Kanten verwendet werden, können die low-link values <sup>so</sup> nicht verwendet werden...

→ Invariante aufrecht erhalten, dass low-link values verschiedener SCCs nicht "interagieren" / sich beeinflussen  
"falsch"

4

• von welchen Knoten low-link value überlesen?

- Stack ...
- füge Knoten zu Stack hinzu wenn sie das erste Mal besucht werden
  - entferne Knoten, wenn SCC gefunden

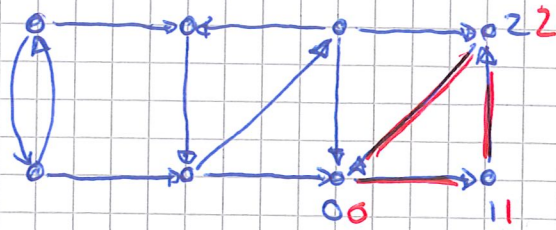
low-link update Bedingung:

Seien  $u, v$  Knoten und wir finden gerade  $u$ , dann ~~immer~~ aktualisieren wir  $u$ 's low-link zu  $v$ 's low-link, wenn es einen Pfad von  $u$  zu  $v$  gibt und  $v$  auf dem Stack liegt...

Tarjan's Algorithmus in a Nut shell

1. Starte DFS. Wenn wir Knoten  $i$  besuchen geben wir ihm  $id=i$  und  $low-link=i$  und packen ihn auf einen Stack
2. Wenn wir im DFS-Baum zurück gehen und der vorherige Knoten auf dem Stack ist, aktualisieren wir den lowlink des Knotens.
3. Wenn alle Nachbarn besucht wurden und der aktuelle Knoten eine SCC gestartet hat, schreiben wir alle Knoten vom Stack die zur SCC gehören.

$$lowlink(v_i) = id(v_i)$$



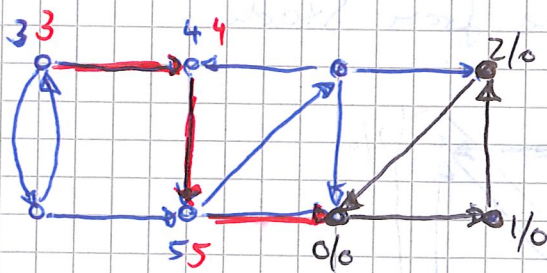
Stack
0
1
2

0 on Stack  $\rightarrow$   $lowlink[2] = \min(lowlink[2], lowlink[0]) = 0$   
 $\rightarrow v_2 \rightarrow 0$

2 on Stack  $\rightarrow$   $lowlink[1] = \min(lowlink[1], lowlink[2]) = 0$   
 $\rightarrow v_1 \rightarrow 0$

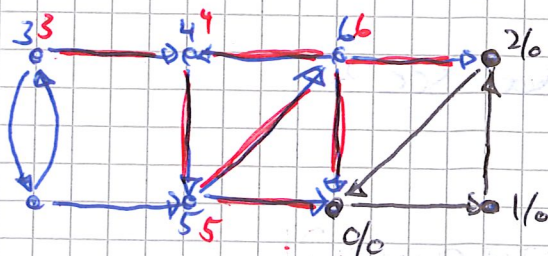
1 on Stack  $\rightarrow$   $lowlink[0] = \min(lowlink[0], lowlink[1]) = 0$   
 $\rightarrow v_0 \rightarrow 0$

Wir haben eine SCC gefunden, weil wir alle Nachbarn von 0 besucht haben (und 1/2) und  $lowlink[0] = id[0] = 0 \rightarrow$  entferne alle Knoten der Komponente vom Stack!



Stack
3
4
5

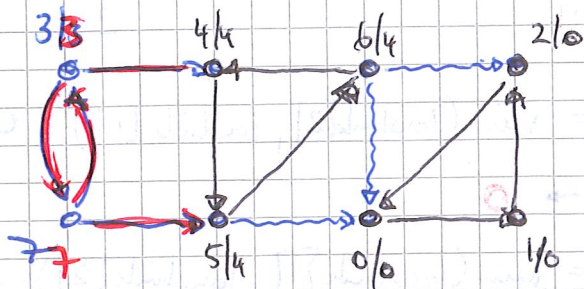
Wenn wir die Kante (5,0) besuchen wollen und backtracken weil 0 schon besucht wurde, wird  $lowlink[5]$  nicht aktualisiert, da Knoten  $v_0$  nicht auf dem Stack liegt!



Stack
3
4
5
6

(5)

$\rightarrow lowlink: 6/4, 5/4, 4/4 \rightarrow$  remove (6,5,4) vom Stack...



Stack  
3  
7

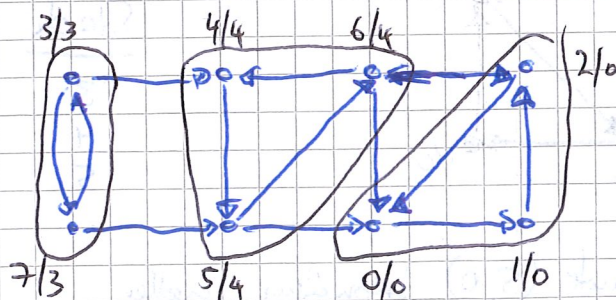
Wenn wir jetzt zu  $v_3$  zurückkommen, können wir nichts mit dem lowlink von  $v_4$  machen weil von Stack geschissen... aber  $\text{lowlink}[3] = \text{id}[3] = 3$   
 → Start eines SCC?!

→ noch nicht alle ~~kannten~~ Nachbarn besucht

→ update  $\text{lowlink}[7]$  nicht mit  $v_5$

→ update  $\text{lowlink}[7]$  mit  $v_3$

→ SCC found... remove from Stack



→ Was passiert mit lowlinks von 6 und 5, wenn es eine Kante  $(4,3)$  geben würde?

→ Was passiert mit der SCC?

→ Stack?

→ TOPOLOGISCHE SORTIERUNG?!