Algorithmen und Datenstrukturen 2 **SoSe 2021**

Prof. Dr. Sándor Fekete
Matthias Konitzny

Präsenzblatt 3

Dieses Blatt dient der persönlichen Vorbereitung. Es wird nicht abgegeben und geht nicht in die Bewertung ein. Die Besprechung der Aufgaben erfolgt in den kleinen Übungen am 23.06. und 25.06.21

Präsenzaufgabe:
Wir betrachten in dieser Aufgabe das BIN-PACKING-PROBLEM:

Gegeben: Objekte $1, \dots, n$ mit Gewicht $z_1, \dots, z_n \in (0, 1]$

Gesucht: Kleinste Zahl $m \in \mathbb{N}$, sodass es eine Aufteilung der n Objekte in m Container (Bins) $B_1, \dots, B_m$ gibt mit:

$$\sum_{i \in B_j} z_i \leq 1 \text{ für alle } 1 \leq j \leq m$$

a) Was garantiert ein c-Approximationsalgorithmus für BIN PACKING?

b) Zeige: Wenn es einen c-Approximationsalgorithmus für BIN PACKING mit $c < \frac{3}{2}$ gibt, dann gibt es einen Algorithmus, der PARTITION in polynomieller Zeit löst.

Betrachte Algorithmus 1, NEXT FIT, der jedes Objekt in den aktuellen Container packt, sofern es noch passt. Sollte ein Objekt nicht mehr passen, wird der aktuelle Container geschlossen und ein neuer geöffnet.

c) Wende den Algorithmus auf folgende Instanz an. Ist die erhaltene Lösung optimal?

i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	0.2	0.7	0.4	0.1	0.6	0.8	0.3

d) Zeige: NEXT FIT ist ein 2-Approximationsalgorithmus.
(Hinweis: Zu welchem Anteil füllt der Algorithmus zwei aufeinanderfolgende Container?)

e) Zeige: Dieser Approximationsfaktor ist für NEXT FIT bestmöglich.
(Hinweis: Betrachte abwechselnd große und kleine Objekte.)

Algorithmus 1 NEXT FIT

function NEXTFIT($z_1, \dots, z_n$)
    $b := 0$ ▷ Index des aktuellen Containers
    $B_b := \emptyset$
    for $i = 1$ **to** n **do**
        if $z_i + \sum_{j \in B_b} z_j > 1$ **then**
            $b := b + 1$ ▷ Öffne neuen Container
            $B_b := \emptyset$
        $B_b := B_b \cup \{i\}$
    return $B_1, \dots, B_b$