Technische Universität Braunschweig

Algorithmen und Datenstrukturen 2 – Übung #4

Greedy$_k$, Vertex Cover

Arne Schmidt

17.06.2020

Heute

- Greedy$_k$
  - Beispiel
  - Worst-Case Instanz
- Vertex Cover
  - Definition
  - Approximation

Greedy$_k$

Algorithmus:

1. Teste jede Teilmenge $\bar{S}$ mit $|\bar{S}| \leq k$
2. Fülle S mit Greedy$_0$ auf
3. Aktualisiere Lösung bei Bedarf

Warum nicht $O(n \log n)$?

Laufzeit:
$O(n^{k+1})$, denn
es gibt $O(n^k)$ zu testende Teilmengen und wir benötigen $O(n)$ Zeit pro Teilmenge

Greedy_k – Beispiel

i	1	2	3	4
$z_i = p_i$	13	11	10	8

$Z = 30, k = 2$

$\bar{S}$: Fixierte Menge

$\sum_{i \in \bar{S}} z_i$: Gewicht der fixierten Menge

$Z - \sum_{i \in \bar{S}} z_i$: Restkapazität

$G + \sum_{i \in \bar{S}} p_i$: Wert der fixierten Menge + auffüllen

G_k , S : Bisher bester Lösungswert und Menge

Greedy$_k$ – Beispiel

i	1	2	3	4
$z_i = p_i$	13	11	10	8

$Z = 30, k = 2$

$\bar{S}$: Fixierte Menge

$\sum_{i \in \bar{S}} z_i$: Gewicht der fixierten Menge

$Z - \sum_{i \in \bar{S}} z_i$: Restkapazität

$G + \sum_{i \in \bar{S}} p_i$: Wert der fixierten Menge + auffüllen

G_k , S : Bisher bester Lösungswert und Menge

$\bar{S}$	$\sum_{i \in \bar{S}} z_i$	$Z - \sum_{i \in \bar{S}} z_i$	$G + \sum_{i \in \bar{S}} p_i$	G_k	S

Greedy$_k$ – Beispiel

i	1	2	3	4
$z_i = p_i$	13	11	10	8

$Z = 30, k = 2$

$\bar{S}$: Fixierte Menge

$\sum_{i \in \bar{S}} z_i$: Gewicht der fixierten Menge

$Z - \sum_{i \in \bar{S}} z_i$: Restkapazität

$G + \sum_{i \in \bar{S}} p_i$: Wert der fixierten Menge + auffüllen

G_k , S : Bisher bester Lösungswert und Menge

$\bar{S}$	$\sum_{i \in \bar{S}} z_i$	$Z - \sum_{i \in \bar{S}} z_i$	$G + \sum_{i \in \bar{S}} p_i$	G_k	S
$\emptyset$	0	30	24	24	$\{1,2\}$

Greedy$_k$ – Beispiel

i	1	2	3	4
$z_i = p_i$	13	11	10	8

$Z = 30, k = 2$

$\bar{S}$: Fixierte Menge

$\sum_{i \in \bar{S}} z_i$: Gewicht der fixierten Menge

$Z - \sum_{i \in \bar{S}} z_i$: Restkapazität

$G + \sum_{i \in \bar{S}} p_i$: Wert der fixierten Menge + auffüllen

G_k , S : Bisher bester Lösungswert und Menge

$\bar{S}$	$\sum_{i \in \bar{S}} z_i$	$Z - \sum_{i \in \bar{S}} z_i$	$G + \sum_{i \in \bar{S}} p_i$	G_k	S
$\emptyset$	0	30	24	24	$\{1,2\}$
$\{1\}$	13	17	24	24	$\{1,2\}$

Greedy$_k$ – Beispiel

i	1	2	3	4
$z_i = p_i$	13	11	10	8

$Z = 30, k = 2$

$\bar{S}$: Fixierte Menge

$\sum_{i \in \bar{S}} z_i$: Gewicht der fixierten Menge

$Z - \sum_{i \in \bar{S}} z_i$: Restkapazität

$G + \sum_{i \in \bar{S}} p_i$: Wert der fixierten Menge + auffüllen

G_k , S : Bisher bester Lösungswert und Menge

$\bar{S}$	$\sum_{i \in \bar{S}} z_i$	$Z - \sum_{i \in \bar{S}} z_i$	$G + \sum_{i \in \bar{S}} p_i$	G_k	S
$\emptyset$	0	30	24	24	$\{1,2\}$
$\{1\}$	13	17	24	24	$\{1,2\}$
$\{2\}$	11	19	24	24	$\{1,2\}$

Greedy$_k$ – Beispiel

i	1	2	3	4
$z_i = p_i$	13	11	10	8

$Z = 30, k = 2$

$\bar{S}$: Fixierte Menge

$\sum_{i \in \bar{S}} z_i$: Gewicht der fixierten Menge

$Z - \sum_{i \in \bar{S}} z_i$: Restkapazität

$G + \sum_{i \in \bar{S}} p_i$: Wert der fixierten Menge + auffüllen

G_k , S : Bisher bester Lösungswert und Menge

$\bar{S}$	$\sum_{i \in \bar{S}} z_i$	$Z - \sum_{i \in \bar{S}} z_i$	$G + \sum_{i \in \bar{S}} p_i$	G_k	S
$\emptyset$	0	30	24	24	$\{1,2\}$
$\{1\}$	13	17	24	24	$\{1,2\}$
$\{2\}$	11	19	24	24	$\{1,2\}$
$\{3\}$	10	20	23	24	$\{1,2\}$

Greedy$_k$ – Beispiel

i	1	2	3	4
$z_i = p_i$	13	11	10	8

$Z = 30, k = 2$

$\bar{S}$: Fixierte Menge

$\sum_{i \in \bar{S}} z_i$: Gewicht der fixierten Menge

$Z - \sum_{i \in \bar{S}} z_i$: Restkapazität

$G + \sum_{i \in \bar{S}} p_i$: Wert der fixierten Menge + auffüllen

G_k, S : Bisher bester Lösungswert und Menge

$\bar{S}$	$\sum_{i \in \bar{S}} z_i$	$Z - \sum_{i \in \bar{S}} z_i$	$G + \sum_{i \in \bar{S}} p_i$	G_k	S
$\emptyset$	0	30	24	24	$\{1,2\}$
$\{1\}$	13	17	24	24	$\{1,2\}$
$\{2\}$	11	19	24	24	$\{1,2\}$
$\{3\}$	10	20	23	24	$\{1,2\}$
$\{4\}$	8	22	21	24	$\{1,2\}$

Greedy$_k$ – Beispiel

i	1	2	3	4
$z_i = p_i$	13	11	10	8

$Z = 30, k = 2$

$\bar{S}$: Fixierte Menge

$\sum_{i \in \bar{S}} z_i$: Gewicht der fixierten Menge

$Z - \sum_{i \in \bar{S}} z_i$: Restkapazität

$G + \sum_{i \in \bar{S}} p_i$: Wert der fixierten Menge + auffüllen

G_k , S : Bisher bester Lösungswert und Menge

$\bar{S}$	$\sum_{i \in \bar{S}} z_i$	$Z - \sum_{i \in \bar{S}} z_i$	$G + \sum_{i \in \bar{S}} p_i$	G_k	S
$\emptyset$	0	30	24	24	$\{1,2\}$
$\{1\}$	13	17	24	24	$\{1,2\}$
$\{2\}$	11	19	24	24	$\{1,2\}$
$\{3\}$	10	20	23	24	$\{1,2\}$
$\{4\}$	8	22	21	24	$\{1,2\}$
$\{1,2\}$	24	6	24	24	$\{1,2\}$

Greedy$_k$ – Beispiel

i	1	2	3	4
$z_i = p_i$	13	11	10	8

$Z = 30, k = 2$

$\bar{S}$: Fixierte Menge

$\sum_{i \in \bar{S}} z_i$: Gewicht der fixierten Menge

$Z - \sum_{i \in \bar{S}} z_i$: Restkapazität

$G + \sum_{i \in \bar{S}} p_i$: Wert der fixierten Menge + auffüllen

G_k, S : Bisher bester Lösungswert und Menge

$\bar{S}$	$\sum_{i \in \bar{S}} z_i$	$Z - \sum_{i \in \bar{S}} z_i$	$G + \sum_{i \in \bar{S}} p_i$	G_k	S
$\emptyset$	0	30	24	24	$\{1,2\}$
$\{1\}$	13	17	24	24	$\{1,2\}$
$\{2\}$	11	19	24	24	$\{1,2\}$
$\{3\}$	10	20	23	24	$\{1,2\}$
$\{4\}$	8	22	21	24	$\{1,2\}$
$\{1,2\}$	24	6	24	24	$\{1,2\}$
$\{1,3\}$	23	7	23	24	$\{1,2\}$

Greedy$_k$ – Beispiel

i	1	2	3	4
$z_i = p_i$	13	11	10	8

$Z = 30, k = 2$

$\bar{S}$: Fixierte Menge

$\sum_{i \in \bar{S}} z_i$: Gewicht der fixierten Menge

$Z - \sum_{i \in \bar{S}} z_i$: Restkapazität

$G + \sum_{i \in \bar{S}} p_i$: Wert der fixierten Menge + auffüllen

G_k , S : Bisher bester Lösungswert und Menge

$\bar{S}$	$\sum_{i \in \bar{S}} z_i$	$Z - \sum_{i \in \bar{S}} z_i$	$G + \sum_{i \in \bar{S}} p_i$	G_k	S
$\emptyset$	0	30	24	24	{1,2}
{1}	13	17	24	24	{1,2}
{2}	11	19	24	24	{1,2}
{3}	10	20	23	24	{1,2}
{4}	8	22	21	24	{1,2}
{1,2}	24	6	24	24	{1,2}
{1,3}	23	7	23	24	{1,2}
{1,4}	21	9	21	24	{1,2}

Greedy$_k$ – Beispiel

i	1	2	3	4
$z_i = p_i$	13	11	10	8

$Z = 30, k = 2$

$\bar{S}$: Fixierte Menge

$\sum_{i \in \bar{S}} z_i$: Gewicht der fixierten Menge

$Z - \sum_{i \in \bar{S}} z_i$: Restkapazität

$G + \sum_{i \in \bar{S}} p_i$: Wert der fixierten Menge + auffüllen

G_k , S : Bisher bester Lösungswert und Menge

$\bar{S}$	$\sum_{i \in \bar{S}} z_i$	$Z - \sum_{i \in \bar{S}} z_i$	$G + \sum_{i \in \bar{S}} p_i$	G_k	S
$\emptyset$	0	30	24	24	$\{1,2\}$
$\{1\}$	13	17	24	24	$\{1,2\}$
$\{2\}$	11	19	24	24	$\{1,2\}$
$\{3\}$	10	20	23	24	$\{1,2\}$
$\{4\}$	8	22	21	24	$\{1,2\}$
$\{1,2\}$	24	6	24	24	$\{1,2\}$
$\{1,3\}$	23	7	23	24	$\{1,2\}$
$\{1,4\}$	21	9	21	24	$\{1,2\}$
$\{2,3\}$	21	9	29	29	$\{2,3,4\}$

Technische Universität Braunschweig

Greedy$_k$ – Beispiel

i	1	2	3	4
$z_i = p_i$	13	11	10	8

$Z = 30, k = 2$

$\bar{S}$: Fixierte Menge

$\sum_{i \in \bar{S}} z_i$: Gewicht der fixierten Menge

$Z - \sum_{i \in \bar{S}} z_i$: Restkapazität

$G + \sum_{i \in \bar{S}} p_i$: Wert der fixierten Menge + auffüllen

G_k , S : Bisher bester Lösungswert und Menge

$\bar{S}$	$\sum_{i \in \bar{S}} z_i$	$Z - \sum_{i \in \bar{S}} z_i$	$G + \sum_{i \in \bar{S}} p_i$	G_k	S
$\emptyset$	0	30	24	24	$\{1,2\}$
$\{1\}$	13	17	24	24	$\{1,2\}$
$\{2\}$	11	19	24	24	$\{1,2\}$
$\{3\}$	10	20	23	24	$\{1,2\}$
$\{4\}$	8	22	21	24	$\{1,2\}$
$\{1,2\}$	24	6	24	24	$\{1,2\}$
$\{1,3\}$	23	7	23	24	$\{1,2\}$
$\{1,4\}$	21	9	21	24	$\{1,2\}$
$\{2,3\}$	21	9	29	29	$\{2,3,4\}$
$\{2,4\}$	19	11	29	29	$\{2,3,4\}$

Greedy$_k$ – Beispiel

i	1	2	3	4
$z_i = p_i$	13	11	10	8

$Z = 30, k = 2$

$\bar{S}$: Fixierte Menge

$\sum_{i \in \bar{S}} z_i$: Gewicht der fixierten Menge

$Z - \sum_{i \in \bar{S}} z_i$: Restkapazität

$G + \sum_{i \in \bar{S}} p_i$: Wert der fixierten Menge + auffüllen

G_k , S : Bisher bester Lösungswert und Menge

$\bar{S}$	$\sum_{i \in \bar{S}} z_i$	$Z - \sum_{i \in \bar{S}} z_i$	$G + \sum_{i \in \bar{S}} p_i$	G_k	S
$\emptyset$	0	30	24	24	{1,2}
{1}	13	17	24	24	{1,2}
{2}	11	19	24	24	{1,2}
{3}	10	20	23	24	{1,2}
{4}	8	22	21	24	{1,2}
{1,2}	24	6	24	24	{1,2}
{1,3}	23	7	23	24	{1,2}
{1,4}	21	9	21	24	{1,2}
{2,3}	21	9	29	29	{2,3,4}
{2,4}	19	11	29	29	{2,3,4}
{3,4}	18	12	29	29	{2,3,4}

Greedy$_k$

Satz: Greedy$_k$ ist eine $\left(1 - \frac{1}{k+1}\right)$-Approximation

Ist dieser Faktor scharf?

Also: Existieren Instanzen, die diesen Faktor erreichen?

Greedy$_k$

Satz: Der Approximationsfaktor $\left(1 - \frac{1}{k+1}\right)$ für Greedy$_k$ ist scharf.

Beweis:
Für ein $N \in \mathbb{N}$ wählen wir $Z = N(k+1)$, sowie
$p_1 = \cdots = p_{k+1} = z_1 = \cdots = z_{k+1} = N$ und $p_{k+2} = 2,\ z_{k+2} = 1.$

Lösung von Greedy$_k$:
1. Falls $k + 2 \in \bar{S}$: Es kommen k Objekte mit $p_i = z_i = N$ hinzu. ⇒ Wert $kN + 2$
2. Falls $k + 2 \notin \bar{S}$:
   1. Es sind $\leq k$ Objekte mit $p_i = z_i = N$ fixiert.
   2. Greedy$_0$ packt Objekt $k + 2$ hinzu und füllt mit anderen auf. ⇒ Wert $kN + 2$

$\boxed{\text{Greedy}_k \text{ liefert Wert } kN + 2}$

Greedy$_k$

Satz: Der Approximationsfaktor $\left(1 - \frac{1}{k+1}\right)$ für Greedy$_k$ ist scharf.

Beweis:
Für ein $N \in \mathbb{N}$ wählen wir $Z = N(k+1)$, sowie
$p_1 = \cdots = p_{k+1} = z_1 = \cdots = z_{k+1} = N$ und $p_{k+2} = 2,\ z_{k+2} = 1$.

Greedy$_k$ liefert Wert $kN + 2$

Lösung von Opt:
Nimm Objekte 1 bis $k+1$ auf. $\Rightarrow$ Wert $N(k+1)$

Optimum besitzt Wert $N(k+1)$

Greedy$_k$

Satz: Der Approximationsfaktor $\left(1-\frac{1}{k+1}\right)$ für Greedy$_k$ ist scharf.

Beweis:
Für ein $N \in \mathbb{N}$ wählen wir $Z = N(k+1)$, sowie
$p_1 = \cdots = p_{k+1} = z_1 = \cdots = z_{k+1} = N$ und $p_{k+2} = 2,\ z_{k+2} = 1$.

Greedy$_k$ liefert Wert $kN + 2$

Optimum besitzt Wert $N(k+1)$

Damit ist:

$$\frac{ALG}{OPT} = \frac{kN+2}{N(k+1)} = \frac{kN}{N(k+1)} + \frac{2}{N(k+1)} = 1 - \frac{1}{k+1} + \underbrace{\frac{2}{N(k+1)}}_{\to 0 \text{ für } N \to \infty}$$

Fragen?

Vertex Cover

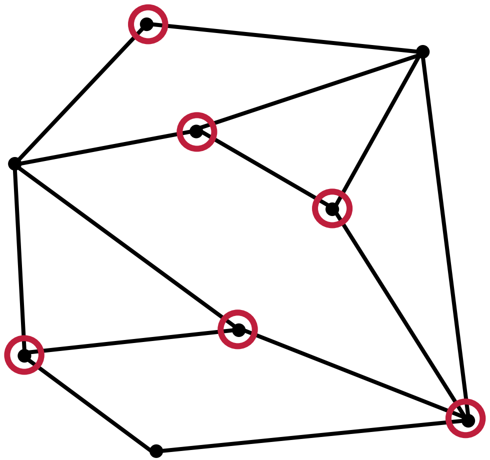
Vertex Cover

Gegeben:

- Graph $G = (V, E)$
- Zahl $k \in \mathbb{N}$

Frage:

- Existiert eine Menge $VC \subseteq V$ mit $|VC| \leq k$, sodass für jede Kante $\{u, v\} \in E$ gilt:
$$u \in VC \text{ oder } v \in VC?$$



Als Optimierungsproblem: Such die kleinste Zahl k.

Vertex Cover

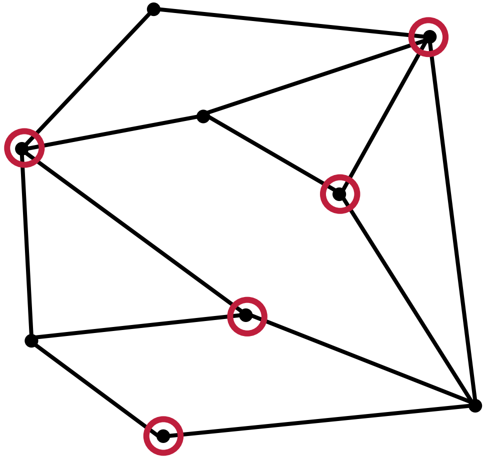
Gegeben:

- Graph $G = (V, E)$
- Zahl $k \in \mathbb{N}$

Frage:

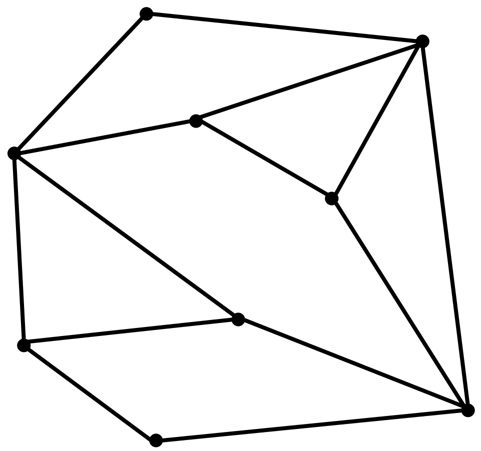
- Existiert eine Menge $VC \subseteq V$ mit $|VC| \leq k$, sodass für jede Kante $\{u, v\} \in E$ gilt:

$$u \in VC \text{ oder } v \in VC?$$

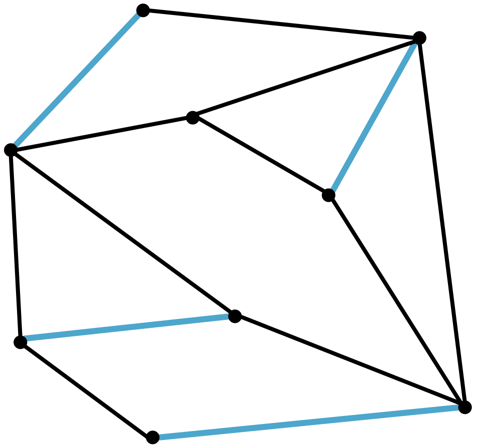


Als Optimierungsproblem: Such die kleinste Zahl k.

Schranken



Schranken

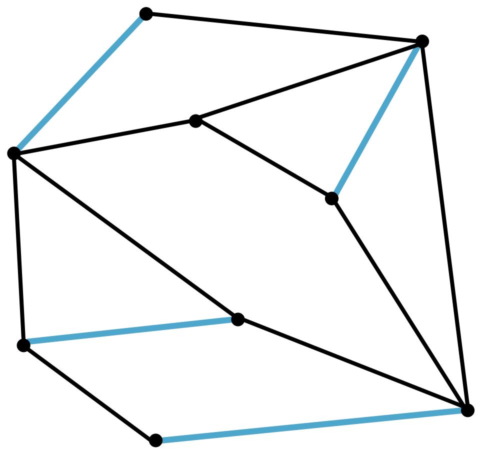


Schranken

Beobachtung:

Für jede blaue Kante benötigen wir mind. einen adjazenten Knoten in VC!

Nehmen wir beide Knoten in VC auf, erhalten wir ein Vertex Cover



Matching

Gegeben:

- Graph $G = (V, E)$

Ein *Matching* ist eine Menge von Kanten, die sich paarweise keinen Knoten teilen.

Ein Matching M ist *inklusionsmaximal*, wenn es keine Kante $e \notin M$ gibt, sodass $M \cup \{e\}$ ein Matching ist.

Engl.: maximal

Ein Matching M ist *kardinalitätsmaximal*, wenn es kein Matching M' gibt, sodass $|M| < |M'|$ gilt.

Engl.: maximum

Vertex Cover und Matchings

Satz: Sei VC_{opt} ein kleinstes Vertex Cover und M ein inklusionsmaximales Matching. Dann gilt:

$$|M| \leq VC_{opt} \leq 2|M|$$

Für jede Kante $\{u, v\} \in M$ muss u oder v in VC_{opt} enthalten sein.

$$\Rightarrow |M| \leq VC_{opt}$$

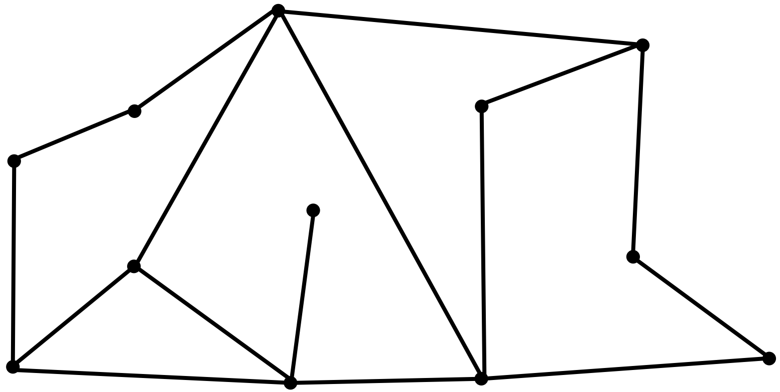
Betrachte nun $VC' = \bigcup_{\{u,v\} \in M} \{u, v\}$.
Annahme: VC' ist kein Vertex Cover
Dann existiert eine Kante $\{u', v'\}$ mit $u', v' \notin VC'$.
Damit kann M mit $\{u', v'\}$ erweitert werden. Widerspruch, dass M inklusionsmaximal ist.

$$\Rightarrow 2|M| \geq |VC'| \geq |VC_{opt}|$$

Vertex Cover und Matchings

Korollar: Es existiert eine 2-Approximation für die Optimierungsvariante von Vertex Cover.

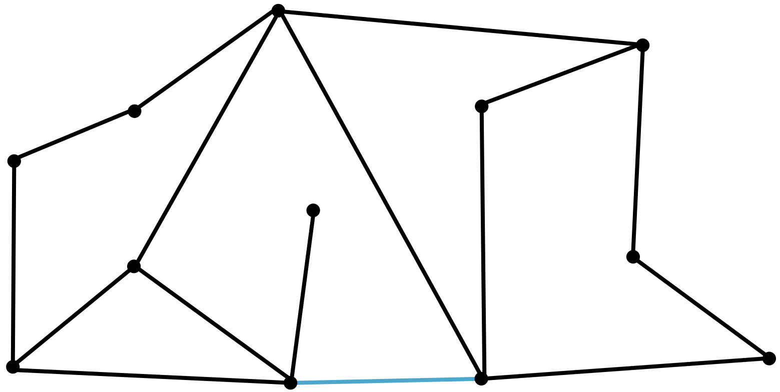
$VC := \emptyset$
For each $\{u, v\} \in E$ **do**
  If $u \notin VC$ und $v \notin VC$ **then**
    $VC := VC \cup \{u, v\}$
Return VC



Vertex Cover und Matchings

Korollar: Es existiert eine 2-Approximation für die Optimierungsvariante von Vertex Cover.

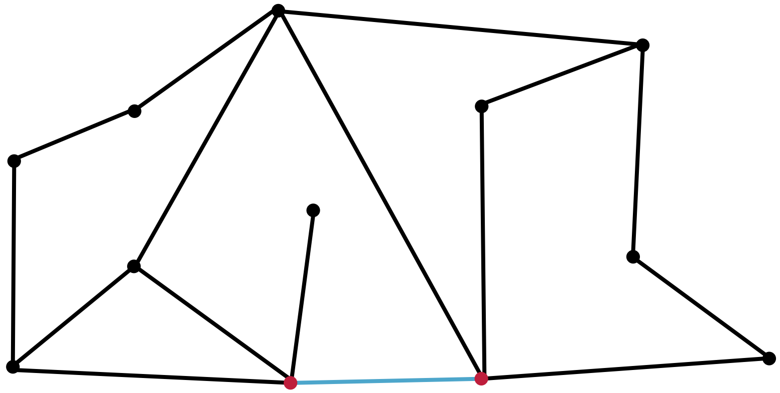
$VC \coloneqq \emptyset$
For each $\{u, v\} \in E$ **do**
  If $u \notin VC$ und $v \notin VC$ **then**
    $VC \coloneqq VC \cup \{u, v\}$
Return VC



Vertex Cover und Matchings

Korollar: Es existiert eine 2-Approximation für die Optimierungsvariante von Vertex Cover.

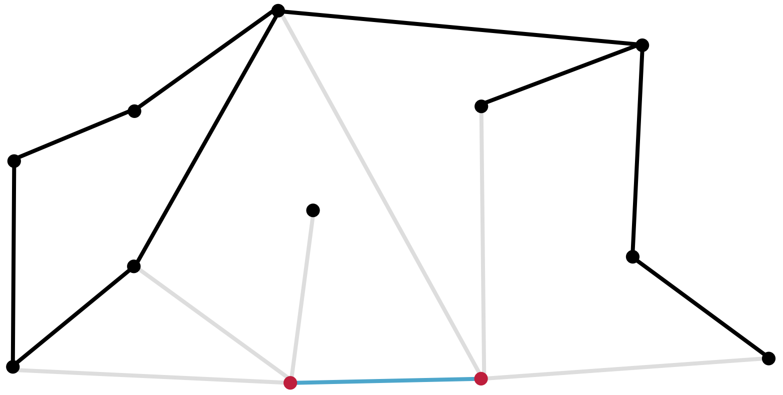
$VC \coloneqq \emptyset$
For each $\{u, v\} \in E$ **do**
  If $u \notin VC$ und $v \notin VC$ **then**
    $VC \coloneqq VC \cup \{u, v\}$
Return VC



Vertex Cover und Matchings

Korollar: Es existiert eine 2-Approximation für die Optimierungsvariante von Vertex Cover.

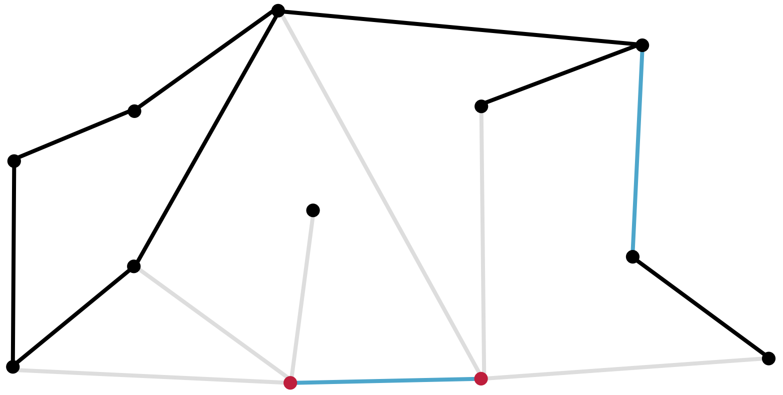
$VC \coloneqq \emptyset$
For each $\{u, v\} \in E$ **do**
  If $u \notin VC$ und $v \notin VC$ **then**
    $VC \coloneqq VC \cup \{u, v\}$
Return VC



Vertex Cover und Matchings

Korollar: Es existiert eine 2-Approximation für die Optimierungsvariante von Vertex Cover.

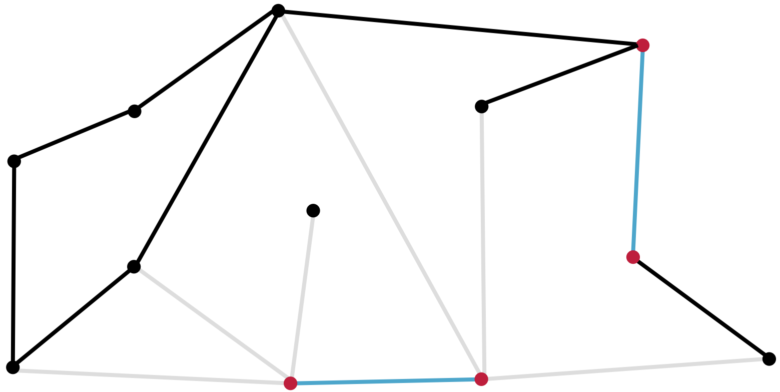
$VC \coloneqq \emptyset$
For each $\{u, v\} \in E$ **do**
  If $u \notin VC$ und $v \notin VC$ **then**
    $VC \coloneqq VC \cup \{u, v\}$
Return VC



Vertex Cover und Matchings

Korollar: Es existiert eine 2-Approximation für die Optimierungsvariante von Vertex Cover.

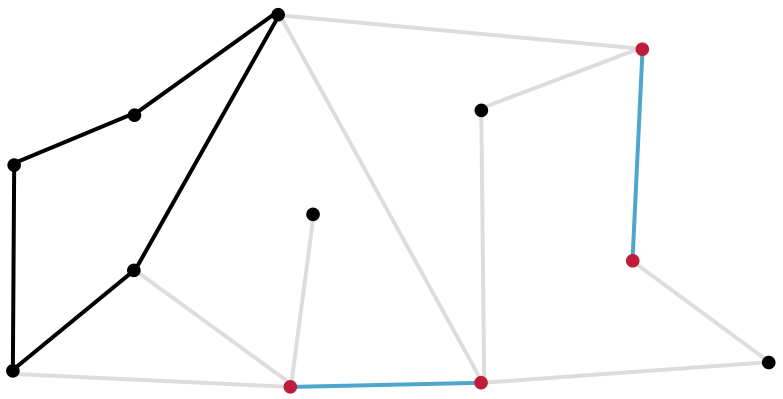
$VC \coloneqq \emptyset$
For each $\{u, v\} \in E$ **do**
  If $u \notin VC$ und $v \notin VC$ **then**
    $VC \coloneqq VC \cup \{u, v\}$
Return VC



Vertex Cover und Matchings

Korollar: Es existiert eine 2-Approximation für die Optimierungsvariante von Vertex Cover.

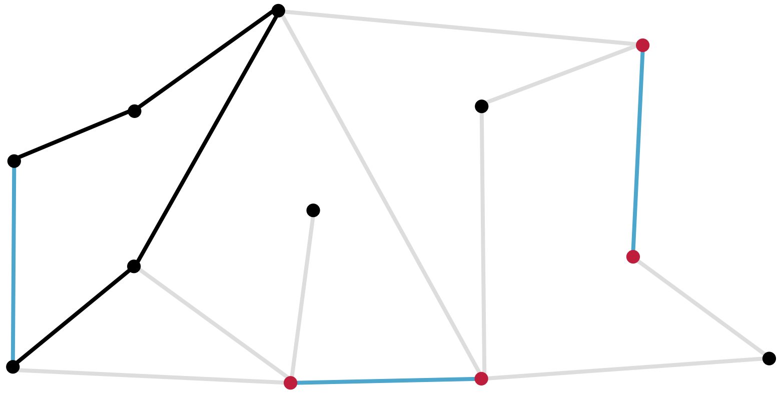
$VC := \emptyset$
For each $\{u, v\} \in E$ **do**
  If $u \notin VC$ und $v \notin VC$ **then**
    $VC := VC \cup \{u, v\}$
Return VC



Vertex Cover und Matchings

Korollar: Es existiert eine 2-Approximation für die Optimierungsvariante von Vertex Cover.

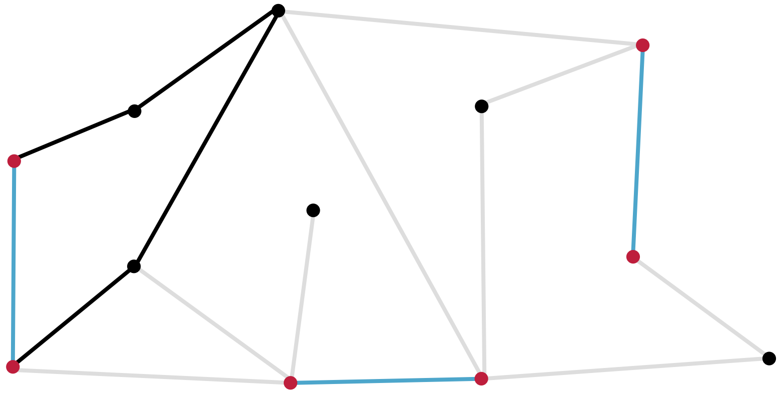
$VC \coloneqq \emptyset$
For each $\{u, v\} \in E$ **do**
  If $u \notin VC$ und $v \notin VC$ **then**
    $VC \coloneqq VC \cup \{u, v\}$
Return VC



Vertex Cover und Matchings

Korollar: Es existiert eine 2-Approximation für die Optimierungsvariante von Vertex Cover.

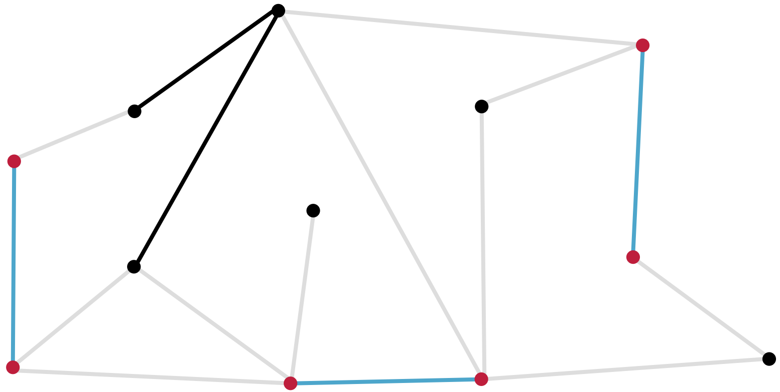
$VC \coloneqq \emptyset$
For each $\{u, v\} \in E$ **do**
  If $u \notin VC$ und $v \notin VC$ **then**
    $VC \coloneqq VC \cup \{u, v\}$
Return VC



Vertex Cover und Matchings

Korollar: Es existiert eine 2-Approximation für die Optimierungsvariante von Vertex Cover.

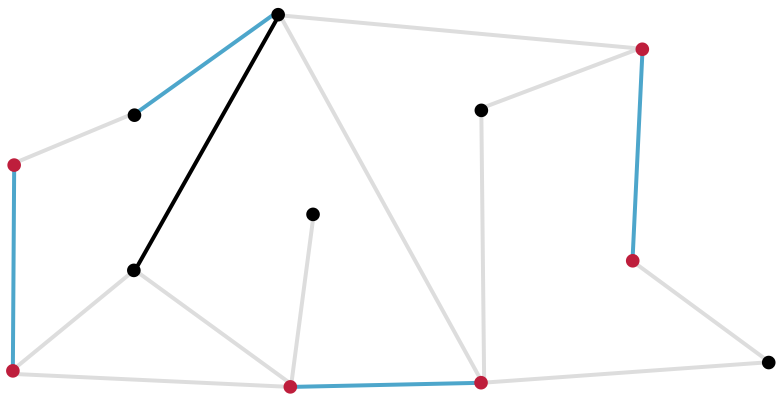
$VC \coloneqq \emptyset$
For each $\{u, v\} \in E$ **do**
  If $u \notin VC$ und $v \notin VC$ **then**
    $VC \coloneqq VC \cup \{u, v\}$
Return VC



Vertex Cover und Matchings

Korollar: Es existiert eine 2-Approximation für die Optimierungsvariante von Vertex Cover.

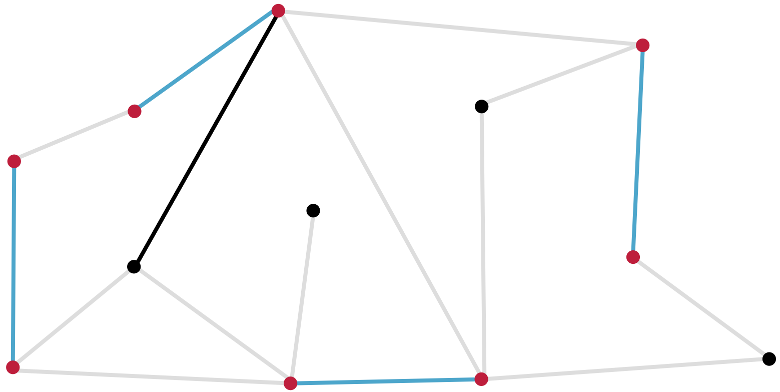
$VC \coloneqq \emptyset$
For each $\{u, v\} \in E$ **do**
    If $u \notin VC$ und $v \notin VC$ **then**
        $VC \coloneqq VC \cup \{u, v\}$
Return VC



Vertex Cover und Matchings

Korollar: Es existiert eine 2-Approximation für die Optimierungsvariante von Vertex Cover.

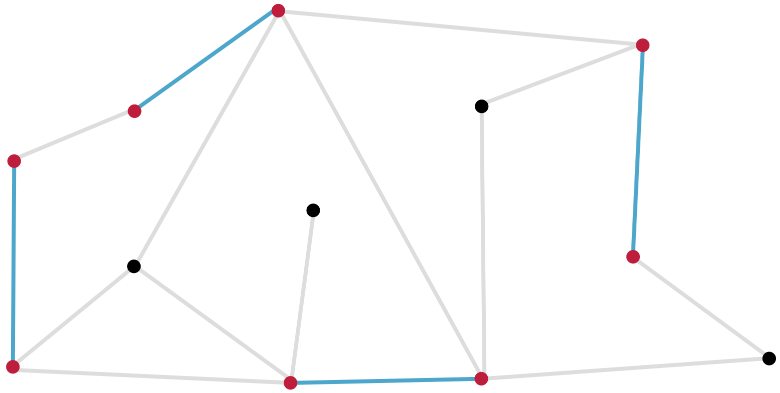
$VC \coloneqq \emptyset$
For each $\{u, v\} \in E$ **do**
    If $u \notin VC$ und $v \notin VC$ **then**
        $VC \coloneqq VC \cup \{u, v\}$
Return VC



Vertex Cover und Matchings

Korollar: Es existiert eine 2-Approximation für die Optimierungsvariante von Vertex Cover.

$VC \coloneqq \emptyset$
For each $\{u, v\} \in E$ **do**
    If $u \notin VC$ und $v \notin VC$ **then**
        $VC \coloneqq VC \cup \{u, v\}$
Return VC



Optimale Vertex Cover

Für spezielle Graphen kann man kleinste Vertex Cover effizient bestimmen.

Welche?

Vollständige Graphen

$|VC| = n - 1$

Pfad Graphen

$|VC| = \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$

Kreis Graphen

$|VC| = \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil$

Baum Graphen

$O(n)$ Algorithmus

Intervall Graphen

$O(n \log n)$ Algorithmus

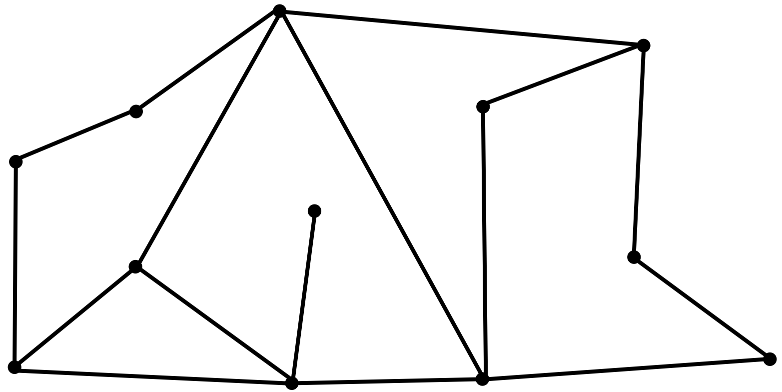
Schranken Vertex Cover

Vollständige Graphen

Pfad Graphen

Kreis Graphen

Teile Graph in einfache, unabhängige Teilgraphen!



$$8 \geq |VC| \geq 2 + 1 + 3 = 6$$

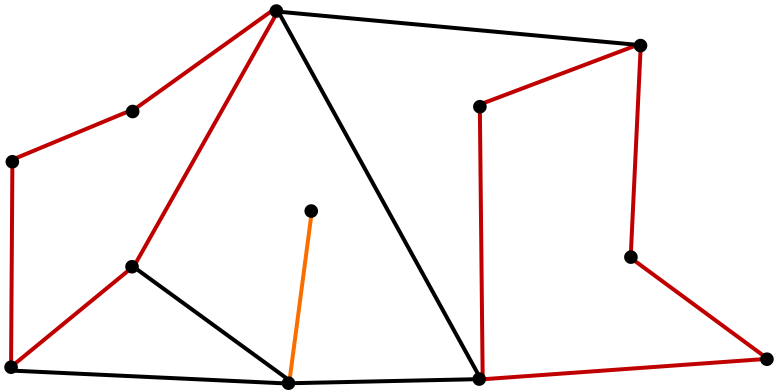
Wie groß ist ein kleinstes Vertex Cover? 6, 7 oder 8?

Schranken Vertex Cover

Vollständige Graphen

Pfad Graphen

Kreis Graphen



$$8 \geq |VC| \geq 1 + 6 = 7$$

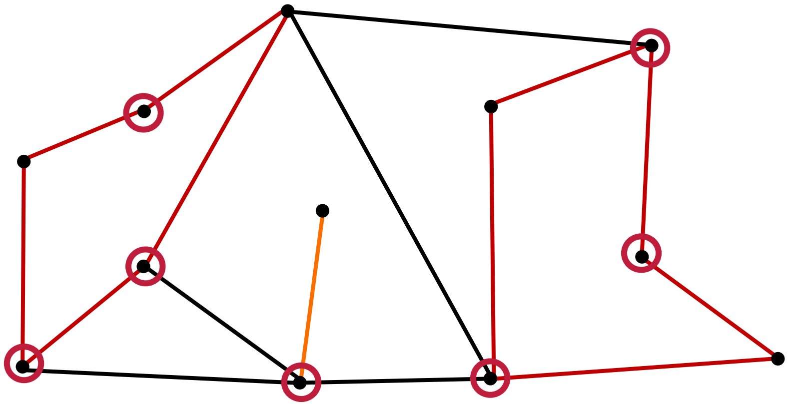
Wie groß ist ein kleinstes Vertex Cover? ~~6~~, 7 oder ~~8~~?

Schranken Vertex Cover

Vollständige Graphen

Pfad Graphen

Kreis Graphen



$$7 \geq |VC| \geq 1 + 6 = 7$$

Wie groß ist ein kleinstes Vertex Cover? ~~6~~, 7 oder ~~8~~?

Fragen?