Technische Universität Braunschweig

Algorithmen und Datenstrukturen 2 – Übung #0

Arne Schmidt
29.04.2020

Übersicht

Organisation

Wiederholung AuD 1

Greedy für Fractional Knapsack

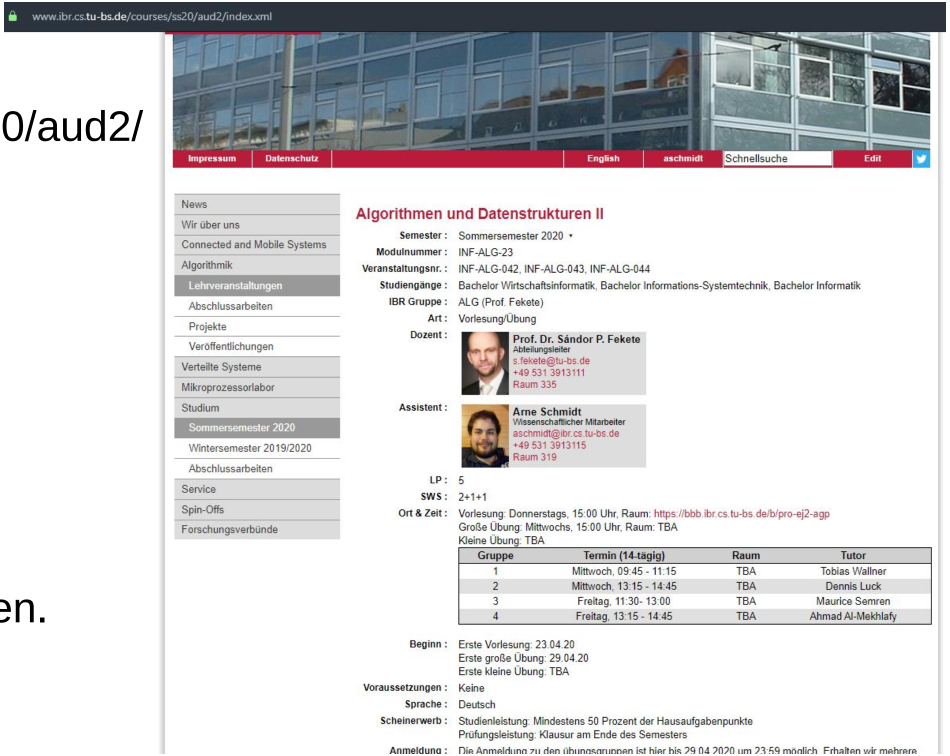
Organisation

Homepage:

https://www.ibr.cs.tu-bs.de/courses/ss20/aud2/

Dort gibt es:
Aktuelle Informationen,
Hausaufgaben,
Notizen zu Übungen
und Vorlesung, …

Es gibt ein **Skript**.
Fehler im Skript per Mail an mich melden.



Mailingliste

Mailingliste

Es gibt eine Mailingliste zu dieser Vorlesung. Bitte meldet euch mit eurer tu-bs-Email-Adresse dort an, denn wir werden sie nutzen, um kurzfristig Informationen zu verteilen. Bei technischen Schwierigkeiten wendet euch bitte an Arne Schmidt.
Wichtig: Um Spam zu vermeiden, werden nur noch Mailadressen der TU Braunschweig freigegeben.

Anmeldung über Homepage

Information zur Vorlesung/Übung/Klausur/etc.

Bietet Möglichkeit Fragen zu stellen

- Wir (Prof. Fekete, Hiwis und ich) stehen auf der Liste und können Fragen beantworten
- Ihr könnt euch untereinander Fragen beantworten!

Subscribing to Aud2

Subscribe to Aud2 by filling out the following form. You will be sent email requesting confirmation, to prevent others from gratuitously subscribing you. Once confirmation is received, your request will be held for approval by the list moderator. You will be notified of the moderator's decision by email. This is also a private list, which means that the list of members is not available to non-members.

Your email address:

Your name (optional):

You may enter a privacy password below. This provides only mild security, but should prevent others from messing with your subscription. **Do not use a valuable password** as it will occasionally be emailed back to you in cleartext.

If you choose not to enter a password, one will be automatically generated for you, and it will be sent to you once you've confirmed your subscription. You can always request a mail-back of your password when you edit your personal options.

Pick a password:

Reenter password to confirm:

Which language do you prefer to display your messages? English (USA)

Would you like to receive list mail batched in a daily digest? No Yes

Subscribe

Anmeldung

Anmeldung zu kleinen Übungen auf der Homepage

Gruppe	Termin (14-tägig)	Raum	Tutor
1	Mittwoch, 09:45 - 11:15	TBA	Tobias Wallner
2	Mittwoch, 13:15 - 14:45	TBA	Dennis Luck
3	Freitag, 11:30- 13:00	TBA	Maurice Semren
4	Freitag, 13:15 - 14:45	TBA	Ahmad Al-Mekhlafy

Läuft bis 29.04.20.
Einteilung erfolgt voraussichtlich morgen.

Anmeldung

Die Gruppenzuweisung wird an jede Person einzeln per eMail versandt (voraussichtlich am 30.04.2020). Stellt also sicher, dass eure eMail-Adresse korrekt ist. Zur Sicherheit versenden wir eine Mail an die angegebene Adresse und zusätzlich eine an die tu-bs-Adresse über eure y-Nummer.

Weitere Informationen zur Anmeldung:

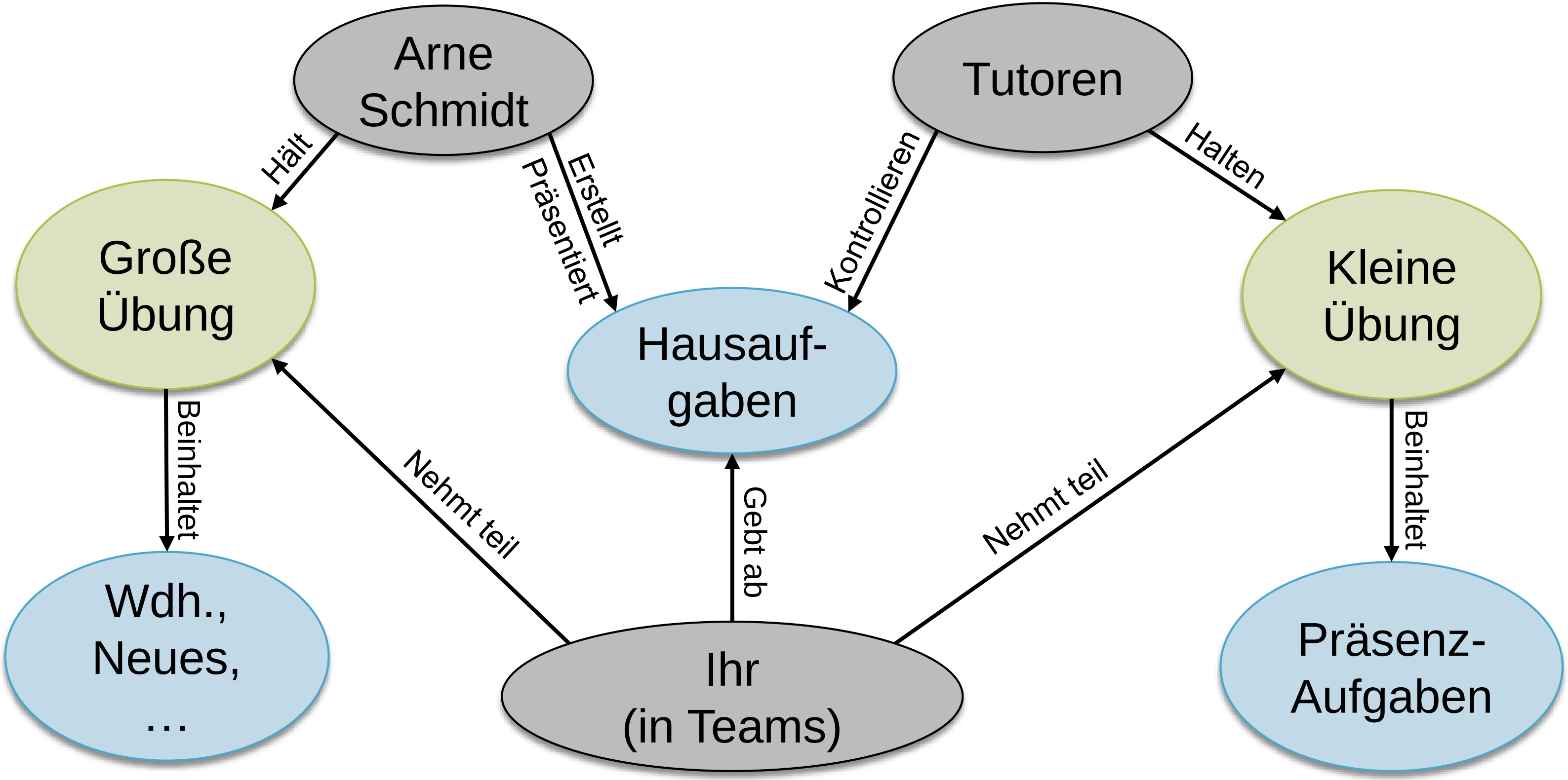
- Es wird Hausaufgaben geben, die in Gruppen mit voraussichtlich 3 bis 5 Personen bearbeitet und abgegeben werden.
- Es können bis zu 4 Wunschpartner angegeben werden. Eine Gruppe wird dann transitiv ermittelt, d.h., möchte Person A mit Person B in eine Gruppe und B mit Person C, dann kommen A, B und C in eine Gruppe. Sollten dabei Gruppen mit mindestens 6 Personen entstehen werden diese per Zufall aufgeteilt. Zu kleine Gruppen werden so weit es geht aufgefüllt.
- Jeder der Wunschpartner muss sich separat anmelden.
- Sollte eine Anmeldung nicht erfolgreich sein (roter Text erscheint unter dem Anmeldeformular), betrachen Sie folgende Hinweise:
    - Die Matrikelnummer ist eine siebenstellige Zahl. Es sind nicht die Zahlen der y-Nummer.
    - Die y-Nummer ist ein Wort bestehend aus 'y' und sieben folgenden Zahlen.
    - Leerzeichen sind im Mail-, Matrikel-, Semester- und yNummerfeld nicht erlaubt.
    - Sollten weiterhin Fehler auftreten, senden Sie eine Mail an Arne Schmidt

Nachname * :
Vorname * :
Matrikelnummer * :
Studiengang * : Informatik
Semester * :
y-Nummer * :
EMail * :
Mittwoch, 09:45 : ja
Mittwoch, 13:15 : ja
Freitag, 11:30 : ja
Freitag, 13:15 : ja
y-Nummer Gruppenmitglied 2 :
y-Nummer Gruppenmitglied 3 :
y-Nummer Gruppenmitglied 4 :
y-Nummer Gruppenmitglied 5 :

Mit Absenden dieses Formular stimmen Sie der Verarbeitung der von Ihnen selbst angegebenen Daten nur zum Zwecke der hier erfolgten Erhebung zu. Außerdem nehmen Sie die Datenschutzerklärung der TU Braunschweig und die Datenschutzerklärung des IBR zur Kenntnis nach denen die Verarbeitung Ihrer Daten erfolgt.

Eingaben abschicken

Übungsbetrieb



Hausaufgaben I

Voraussichtlich 6 Blätter

- 1 unbewertet
- 5 bewertet

30 Punkte pro bewertetem Blatt

Insgesamt 150 Punkte erreichbar.

50% müssen erreicht werden.

Keine Mindestpunktzahl pro Blatt!

Abgabefrist zählt das Datum auf dem jeweiligen Blatt.

Abgabe als Team per Mail an die Tutoren.
(https://www.ibr.cs.tu-bs.de/alg/index.html)

Hausaufgaben II

Die Ausarbeitungen müssen in Teams (3-5 Personen) abgegeben werden.

Vorschlag von uns:

1. Selbst Lösungen erarbeiten
2. Lösungen in Gruppen diskutieren
3. Gesamtlösung erarbeiten und abschicken

Wichtig:
Kommunikation untereinander!

Zu spät eingereichte Abgaben werden mit 0 Punkten bewertet

Hausaufgaben abgeben

Wie werden Hausaufgaben abgegeben?

1. Erstellen der elektronischen Lösung
   - Einscannen/Abfotografieren einer auf Papier geschriebenen Lösung (ggf. große Dateien)
   - TeX, Word, OpenOffice, etc. (ggf. umständlich für Formeln)
2. Abgabe per Mail
   - Eine Person schickt elektronische Lösung per Mail an den Tutor.
   - Alle Personen des Teams müssen auf CC stehen.
   - Nutzt keine Filehosting-Dienste (Dropbox, Google-Drive, etc)

Zeitlicher Ablauf

Anmeldung	Einteilung in Gruppen	0. kl. Übung	Einteilung in Teams
Bis heute 23:59	Voraussichtlich morgen	13.05./15.05. Personen ohne Team müssen bis 17.05. ein Team finden oder mit anderen gründen.	18.05. Nur für Personen, die noch keinem Team zugewiesen sind.

Mehr Fragen!

Stellt eure Fragen:

Über die Mailingliste

In: Vorlesung/Übung

Euren Tutoren

Per Mail an aschmidt@ibr.cs.tu-bs.de

Fragen?

Previously on AuD…

Problem vs Instanz

Problem	Instanz
Allgemeine Formulierung der Ein- und Ausgabe	Konkrete Werte für Ein- und Ausgabe
Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$ Ausgabe: $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq Z$ und $\sum_{i \in S} p_i$ maximal.	Eingabe: $Z = 12$ und Objekte Ausgabe: $S = \{1,2,4,5\}$ denn $\sum_{i \in S} z_i = 9 \leq 12$ und $\sum_{i \in S} p_i = 11$
Lösung: Angabe eines Algorithmus	Lösung: Angabe konkreter Werte

i	1	2	3	4	5
z_i	2	1	7	4	2
p_i	3	1	4	5	2

Ist das bestmöglich?

Fractional Knapsack – Greedy Algorithmus

Eingabe: $z_i, ..., z_n, Z, p_i, ..., p_n$

Ausgabe: $x_i, ..., x_n \in [0, 1]$

mit

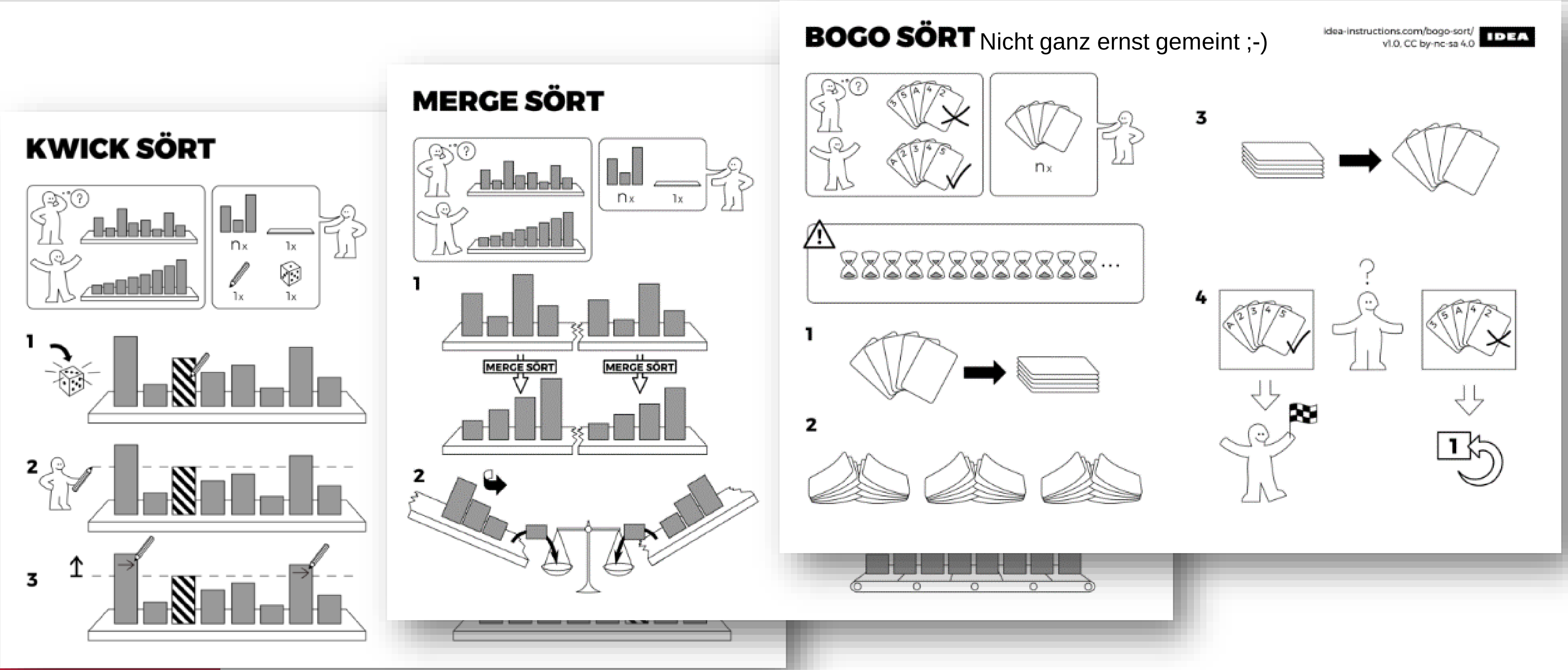
$$\sum_{i=1}^{n} z_i x_i \leq Z$$

und

$$\sum_{i=1}^{n} p_i x_i = Maximal$$

1: *Sortiere* $\{1,...,n\}$ *nach* $\frac{z_i}{p_i}$ *aufsteigend;*
Dies ergibt die Permutation $\pi(1), ..., \pi(n)$.
Setze $j = 1$.
2: **while** $(\sum_{i=1}^{j} z_{\pi(i)} \leq Z)$ **do**
3: $\quad x_{\pi(j)} := 1$
4: $\quad j := j + 1$
5: *Setze* $x_{\pi(j)} := \dfrac{Z - \sum_{i=1}^{j-1} z_{\pi(i)}}{z_{\pi(j)}}$
6: **return**

Ein paar Sortierverfahren



Nicht ganz ernst gemeint ;-)

Laufzeit – Sortieren

Wie lange dauern diese Algorithmen?

Algorithmus	Best-Case	Average-Case	Worst-Case
Quicksort	$O(n \log n)$	$O(n \log n)$	$O(n^2)$
Mergesort	$O(n \log n)$	$O(n \log n)$	$O(n \log n)$

Theorem:
Jedes vergleichsbasierte Verfahren benötigt $\Omega(n \log n)$ Schritte.

Laufzeit

Sei $f(n)$ die Laufzeit eines Algorithmus mit Inputgröße n.

$\boldsymbol{O}$-Notation:

Können wir garantieren, dass $f(n) \leq c_1 \cdot g(n)$ ab einem n_0 gilt, so schreiben wir $f(n) \in O\big(g(n)\big)$.

Maximale Laufzeit

Ω-Notation:

Können wir garantieren, dass $f(n) \geq c_2 \cdot g(n)$ ab einem n_0 gilt, so schreiben wir $f(n) \in \Omega\big(g(n)\big)$.

Mindestlaufzeit

Fractional Knapsack – Greedy Algorithmus

$Z = 12$ und

i	1	2	3	4	5
z_i	2	1	7	4	2
p_i	3	1	4	5	2

Eingabe: $z_i, \ldots, z_n, Z, p_i, \ldots, p_n$

Ausgabe: $x_i, \ldots, x_n \in [0, 1]$

mit

$$\sum_{i=1}^{n} z_i x_i \leq Z$$

und

$$\sum_{i=1}^{n} p_i x_i = Maximal$$

1: *Sortiere {1,...,n} nach* $\frac{z_i}{p_i}$ *aufsteigend;*
Dies ergibt die Permutation $\pi(1), \ldots, \pi(n)$.
Setze $j = 1$.
2: **while** $(\sum_{i=1}^{j} z_{\pi(i)} \leq Z)$ **do**
3: $\quad x_{\pi(j)} := 1$
4: $\quad j := j + 1$
5: *Setze* $x_{\pi(j)} := \dfrac{Z - \sum_{i=1}^{j-1} z_{\pi(i)}}{z_{\pi(j)}}$
6: **return**

Technische Universität Braunschweig

Fractional Knapsack – Greedy Algorithmus

$Z = 12$ und

i	1	2	3	4	5
z_i	2	1	7	4	2
p_i	3	1	4	5	2
$\frac{z_i}{p_i}$	$\frac{2}{3}$	1	$\frac{7}{4}$	$\frac{4}{5}$	1

Eingabe: $z_i, \ldots, z_n, Z, p_i, \ldots, p_n$

Ausgabe: $x_i, \ldots, x_n \in [0, 1]$

mit

$$\sum_{i=1}^{n} z_i x_i \leq Z$$

und

$$\sum_{i=1}^{n} p_i x_i = Maximal$$

1: *Sortiere* $\{1,\ldots,n\}$ *nach* $\frac{z_i}{p_i}$ *aufsteigend;*
Dies ergibt die Permutation $\pi(1), \ldots, \pi(n)$.
Setze $j = 1$.
2: **while** $(\sum_{i=1}^{j} z_{\pi(i)} \leq Z)$ **do**
3: $\quad x_{\pi(j)} := 1$
4: $\quad j := j + 1$
5: *Setze* $x_{\pi(j)} := \dfrac{Z - \sum_{i=1}^{j-1} z_{\pi(i)}}{z_{\pi(j)}}$
6: ***return***

Fractional Knapsack – Greedy Algorithmus

Eingabe: $z_i, ..., z_n, Z, p_i, ..., p_n$

Ausgabe: $x_i, ..., x_n \in [0, 1]$

mit

$$\sum_{i=1}^{n} z_i x_i \leq Z$$

und

$$\sum_{i=1}^{n} p_i x_i = Maximal$$

1: *Sortiere {1,...,n} nach* $\frac{z_i}{p_i}$ *aufsteigend;*
Dies ergibt die Permutation $\pi(1), ..., \pi(n)$.
Setze $j = 1$.

2: **while** $(\sum_{i=1}^{j} z_{\pi(i)} \leq Z)$ **do**

3: $\quad x_{\pi(j)} := 1$

4: $\quad j := j + 1$

5: *Setze* $x_{\pi(j)} := \dfrac{Z - \sum_{i=1}^{j-1} z_{\pi(i)}}{z_{\pi(j)}}$

6: **return**

$Z = 12$ und

i	1	2	3	4	5
z_i	2	1	7	4	2
p_i	3	1	4	5	2
$\frac{z_i}{p_i}$	$\frac{2}{3}$	1	$\frac{7}{4}$	$\frac{4}{5}$	1
RF	1	3	5	2	4

Fractional Knapsack – Greedy Algorithmus

i	1	2	3	4	5
z_i	2	1	7	4	2
p_i	3	1	4	5	2
$\frac{z_i}{p_i}$	$\frac{2}{3}$	1	$\frac{7}{4}$	$\frac{4}{5}$	1
RF	1	3	5	2	4

$Z = 12$ und

Eingabe: $z_i, \ldots, z_n, Z, p_i, \ldots, p_n$

Ausgabe: $x_i, \ldots, x_n \in [0, 1]$

mit

$$\sum_{i=1}^{n} z_i x_i \leq Z$$

und

$$\sum_{i=1}^{n} p_i x_i = Maximal$$

1: *Sortiere* $\{1, \ldots, n\}$ *nach* $\frac{z_i}{p_i}$ *aufsteigend;*
Dies ergibt die Permutation $\pi(1), \ldots, \pi(n)$.
Setze $j = 1$.
2: **while** $(\sum_{i=1}^{j} z_{\pi(i)} \leq Z)$ **do**
3: $\quad x_{\pi(j)} := 1$
4: $\quad j := j + 1$
5: *Setze* $x_{\pi(j)} := \dfrac{Z - \sum_{i=1}^{j-1} z_{\pi(i)}}{z_{\pi(j)}}$
6: **return**

j	$\pi(j)$	$x_{\pi(j)}$	$\sum^{5} x_i z_i$	$Z - \sum^{5} x_i z_i$	$\sum^{5} x_i p_i$

Fractional Knapsack – Greedy Algorithmus

$Z = 12$ und

i	1	2	3	4	5
z_i	2	1	7	4	2
p_i	3	1	4	5	2
$\frac{z_i}{p_i}$	$\frac{2}{3}$	1	$\frac{7}{4}$	$\frac{4}{5}$	1
RF	1	3	5	2	4

Eingabe: $z_i, \ldots, z_n, Z, p_i, \ldots, p_n$

Ausgabe: $x_i, \ldots, x_n \in [0, 1]$

mit

$$\sum_{i=1}^{n} z_i x_i \leq Z$$

und

$$\sum_{i=1}^{n} p_i x_i = Maximal$$

1: *Sortiere* $\{1,\ldots,n\}$ *nach* $\frac{z_i}{p_i}$ *aufsteigend;*
Dies ergibt die Permutation $\pi(1), \ldots, \pi(n)$.
Setze $j = 1$.
2: **while** $(\sum_{i=1}^{j} z_{\pi(i)} \leq Z)$ **do**
3: $\quad x_{\pi(j)} := 1$
4: $\quad j := j + 1$
5: *Setze* $x_{\pi(j)} := \dfrac{Z - \sum_{i=1}^{j-1} z_{\pi(i)}}{z_{\pi(j)}}$
6: **return**

j	$\pi(j)$	$x_{\pi(j)}$	$\sum_{i=1}^{5} x_i z_i$	$Z - \sum_{i=1}^{5} x_i z_i$	$\sum_{i=1}^{5} x_i p_i$
1	1	1	2	10	3

Fractional Knapsack – Greedy Algorithmus

Eingabe: $z_i, \ldots, z_n, Z, p_i, \ldots, p_n$
Ausgabe: $x_i, \ldots, x_n \in [0, 1]$

mit

$$\sum_{i=1}^{n} z_i x_i \leq Z$$

und

$$\sum_{i=1}^{n} p_i x_i = Maximal$$

Sortiere $\{1,\ldots,n\}$ *nach* $\frac{z_i}{p_i}$ *aufsteigend;*
Dies ergibt die Permutation $\pi(1), \ldots, \pi(n)$.
Setze $j = 1$.
while $(\sum_{i=1}^{j} z_{\pi(i)} \leq Z)$ **do**
    $x_{\pi(j)} := 1$
    $j := j + 1$
Setze $x_{\pi(j)} := \dfrac{Z - \sum_{i=1}^{j-1} z_{\pi(i)}}{z_{\pi(j)}}$
return

$Z = 12$ und

i	1	2	3	4	5
z_i	2	1	7	4	2
p_i	3	1	4	5	2
$\frac{z_i}{p_i}$	$\frac{2}{3}$	1	$\frac{7}{4}$	$\frac{4}{5}$	1
RF	1	3	5	2	4

j	$\pi(j)$	$x_{\pi(j)}$	$\sum_{i=1}^{5} x_i z_i$	$Z - \sum_{i=1}^{5} x_i z_i$	$\sum_{i=1}^{5} x_i p_i$
1	1	1	2	10	3
2	4	1	6	6	8

Fractional Knapsack – Greedy Algorithmus

$Z = 12$ und

i	1	2	3	4	5
z_i	2	1	7	4	2
p_i	3	1	4	5	2
$\frac{z_i}{p_i}$	$\frac{2}{3}$	1	$\frac{7}{4}$	$\frac{4}{5}$	1
RF	1	3	5	2	4

Eingabe: $z_i, \ldots, z_n, Z, p_i, \ldots, p_n$
Ausgabe: $x_i, \ldots, x_n \in [0, 1]$

mit

$$\sum_{i=1}^{n} z_i x_i \leq Z$$

und

$$\sum_{i=1}^{n} p_i x_i = Maximal$$

1: *Sortiere {1,...,n} nach* $\frac{z_i}{p_i}$ *aufsteigend;*
Dies ergibt die Permutation $\pi(1), \ldots, \pi(n)$.
Setze $j = 1$.
2: **while** $(\sum_{i=1}^{j} z_{\pi(i)} \leq Z)$ **do**
3: $\quad x_{\pi(j)} := 1$
4: $\quad j := j + 1$
5: *Setze* $x_{\pi(j)} := \dfrac{Z - \sum_{i=1}^{j-1} z_{\pi(i)}}{z_{\pi(j)}}$
6: **return**

j	$\pi(j)$	$x_{\pi(j)}$	$\sum_{i=1}^{5} x_i z_i$	$Z - \sum_{i=1}^{5} x_i z_i$	$\sum_{i=1}^{5} x_i p_i$
1	1	1	2	10	3
2	4	1	6	6	8
3	2	1	7	5	9

Technische Universität Braunschweig

Fractional Knapsack – Greedy Algorithmus

Eingabe: $z_i, \ldots, z_n, Z, p_i, \ldots, p_n$

Ausgabe: $x_i, \ldots, x_n \in [0, 1]$

mit

$$\sum_{i=1}^{n} z_i x_i \leq Z$$

und

$$\sum_{i=1}^{n} p_i x_i = Maximal$$

1: *Sortiere* $\{1,\ldots,n\}$ *nach* $\frac{z_i}{p_i}$ *aufsteigend;*
Dies ergibt die Permutation $\pi(1), \ldots, \pi(n)$.
Setze $j = 1$.
2: **while** $(\sum_{i=1}^{j} z_{\pi(i)} \leq Z)$ **do**
3: $\quad x_{\pi(j)} := 1$
4: $\quad j := j + 1$
5: *Setze* $x_{\pi(j)} := \dfrac{Z - \sum_{i=1}^{j-1} z_{\pi(i)}}{z_{\pi(j)}}$
6: **return**

$Z = 12$ und

i	1	2	3	4	5
z_i	2	1	7	4	2
p_i	3	1	4	5	2
$\frac{z_i}{p_i}$	$\frac{2}{3}$	1	$\frac{7}{4}$	$\frac{4}{5}$	1
RF	1	3	5	2	4

j	$\pi(j)$	$x_{\pi(j)}$	$\sum_{i=1}^{5} x_i z_i$	$Z - \sum_{i=1}^{5} x_i z_i$	$\sum_{i=1}^{5} x_i p_i$
1	1	1	2	10	3
2	4	1	6	6	8
3	2	1	7	5	9
4	5	1	9	3	11

Fractional Knapsack – Greedy Algorithmus

$Z = 12$ und

i	1	2	3	4	5
z_i	2	1	7	4	2
p_i	3	1	4	5	2
$\frac{z_i}{p_i}$	$\frac{2}{3}$	1	$\frac{7}{4}$	$\frac{4}{5}$	1
RF	1	3	5	2	4

Eingabe: $z_i, \ldots, z_n, Z, p_i, \ldots, p_n$
Ausgabe: $x_i, \ldots, x_n \in [0,1]$

mit

$$\sum_{i=1}^{n} z_i x_i \leq Z$$

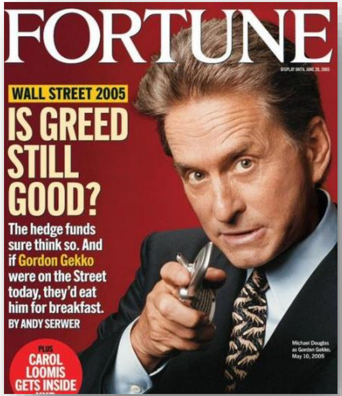
und

$$\sum_{i=1}^{n} p_i x_i = Maximal$$

1: *Sortiere* $\{1,\ldots,n\}$ *nach* $\frac{z_i}{p_i}$ *aufsteigend;*
Dies ergibt die Permutation $\pi(1),\ldots,\pi(n)$.
Setze $j = 1$.
2: **while** $(\sum_{i=1}^{j} z_{\pi(i)} \leq Z)$ **do**
3: $x_{\pi(j)} := 1$
4: $j := j + 1$
5: *Setze* $x_{\pi(j)} := \frac{Z - \sum_{i=1}^{j-1} z_{\pi(i)}}{z_{\pi(j)}}$
6: **return**

j	$\pi(j)$	$x_{\pi(j)}$	$\sum_{i=1}^{5} x_i z_i$	$Z - \sum_{i=1}^{5} x_i z_i$	$\sum_{i=1}^{5} x_i p_i$
1	1	1	2	10	3
2	4	1	6	6	8
3	2	1	7	5	9
4	5	1	9	3	11
5	3	3/7	12	0	12 + 5/7

Knapsack – Greedy Algorithmen

Greedy für fraktionales Knapsack	Greedy für ganzzahliges Knapsack
	
https://c1.staticflickr.com/9/8246/8491125952_c2c7c854d8.jpg	http://coverjunkie.com/uploads/1315147575.jpg
Greedy ist optimal!	Ist Greedy noch optimal?