

# Übungsblatt 0

Dieses Blatt dient der persönlichen Vorbereitung. Es wird nicht abgegeben und geht nicht in die Bewertung ein. Die Besprechung der Aufgaben erfolgt in den kleinen Übungen am 13.05./15.05.

## Präsenzaufgabe 1 (Klausursituation):

Gegeben sei die folgende Klausursituation: Es verbleiben 96 Minuten und es werden noch 57 Punkte benötigt. Erreichbare Punkte pro Aufgabe können der folgenden Tabelle entnommen werden. Teilpunkte werden nicht vergeben.

Aufgabe	a	b	c	d	a	b	c	a	b	c	d	e	a	b	c	a	b
Zeit	9	15	16	10	12	10	30	13	17	20	10	16	15	9	6	11	1
Punkte	10	9	6	4	4	4	10	6	8	7	8	5	6	3	2	4	4

- a) Betrachte diese Instanz als 0-1-KNAPSACK-Instanz: Was entspricht der Kapazität, was dem Mindestwert? Was entspricht dem Gewicht und dem Wert der Objekte?
- b) Entscheide, ob die Klausur noch bestanden werden kann!
- c) Kann die Klausur immer noch bestanden werden, wenn 58 Punkte benötigt werden?
- d) Angenommen, Aufgabe 2b wird modifiziert und benötigt 11 Minuten für 5 Punkte. Wie kann man zeigen, dass dann die Klausur nicht mehr bestanden werden kann, wenn innerhalb von 96 Minuten 58 Punkte erreicht werden müssen?  
 (Hinweis: Der abgerundete Wert der fraktionalen Lösung ist 58.)

## Präsenzaufgabe 2 (Greedy):

Der Greedy-Algorithmus liefert nicht immer eine optimale Lösung, wenn Objekte nur ganz oder gar nicht in den Rucksack aufgenommen werden können (siehe Algorithmus 1 für einen ganzzahligen Greedy-Algorithmus).

```

1: function GREEDY0( $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$ )
2:   Sortiere Objekte nach  $\frac{z_i}{p_i}$  aufsteigend; dies ergibt Permutation  $\pi(1), \dots, \pi(n)$ .
3:   for  $j$  from 1 to  $n$  do
4:     if  $\left( \sum_{i=1}^{j-1} x_{\pi(i)} z_{\pi(i)} + z_{\pi(j)} \leq Z \right)$  then
5:        $x_{\pi(j)} := 1$ 
6:     else
7:        $x_{\pi(j)} := 0$ 

```

**Algorithmus 1:** GREEDY<sub>0</sub> betrachtet jedes Element in der sortierten Reihenfolge  $\pi$  und packt dieses ein, sofern es passt.

Wir nehmen nun an, dass  $z_i$  und  $p_i$  für alle  $i \in \{1, \dots, n\}$  ganzzahlig sind. Gib Instanzen  $I_1$  und  $I_2$  (mit mindestens 3 Objekten) an, sodass:

- a) für  $I_1$  die Greedy-Lösung **nicht** optimal ist.
- b) für  $I_2$  die Greedy-Lösung optimal ist.

Betrachte zusätzlich die fraktionale Variante. Sei  $P_F$  der größtmögliche Wert einer fraktionalen Lösung,  $P_{\text{OPT}}$  der größtmögliche Wert einer ganzzahligen Lösung, und  $P_G$  der Wert aus dem Greedy Algorithmus. Gib jeweils eine Instanz  $I_3$  und  $I_4$  an, sodass:

- c) für  $I_3$  die Ungleichung  $P_G < P_{\text{OPT}} < \lfloor P_F \rfloor$  gilt.
- d) für  $I_4$  die Ungleichung  $P_G < P_{\text{OPT}} = \lfloor P_F \rfloor$  gilt.