

Prof. Dr. Sándor P. Fekete
Arne Schmidt

Algorithmen und Datenstrukturen II

Übung 6 vom 05.07.2018

Dieses Blatt dient lediglich der persönlichen Vorbereitung. Es wird nicht abgegeben und geht nicht in die Bewertung ein. Die Aufgaben und ihre Lösungen werden in der großen Übung (11.06.18) besprochen.

Wichtige Rechenregeln für Modulo:

- a) $a + b \pmod m \equiv (a \pmod m) + (b \pmod m) \pmod m$
- b) $a \cdot b \pmod m \equiv (a \pmod m) \cdot (b \pmod m) \pmod m$

Aufgabe 1:

- a) Betrachte die Hashfunktion $t(i, x) = 5x^2 - 4x + 2xi + 4i \pmod{11}$. Da i für ein festes x hochzählt, kann man sich überlegen, $t(i, x)$ als eine rekursive Funktion zu definieren, um das Rechnen zu vereinfachen. Wie lässt sich das realisieren?
- b) Betrachte ein anfangs leeres Array A der Größe 11, es gibt also die Speicherzellen $A[0], \dots, A[10]$. In diesem Array führen wir offenes Hashing mit der Hashfunktion $t(x, i)$ aus Teil a) durch.

Dabei ist x ein einzusetzender Schlüssel und i die Nummer des Versuches, x in eine unbesetzte Speicherzelle des Arrays zu schreiben, beginnend bei $i = 0$. Berechne zu jedem der folgenden Schlüssel die Position, die er in A bekommt:

3, 14, 7, 11, 0, 1, 2

Dabei sollen die Schlüssel in der gegebenen Reihenfolge eingefügt werden und der Rechenweg soll klar erkennbar sein.

- c) Wie ist der Belegungsfaktor β definiert und welchen Belegungsfaktor besitzt A aus Teil b) nach Einfügen der Elemente?
- d) Sei $h(x)$ eine Hashfunktion und $\text{Prob}(h(x) = j) = \frac{1}{m}$, wobei m die Größe der Hashtabelle ist. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass 3 Datensätze kollisionsfrei in eine Hashtabelle der Größe $m = 20$ eingefügt werden können? Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit bei 4, 6, 8, 10, 15 oder 20 Datensätzen? Gib die Wahrscheinlichkeiten in Prozent an!