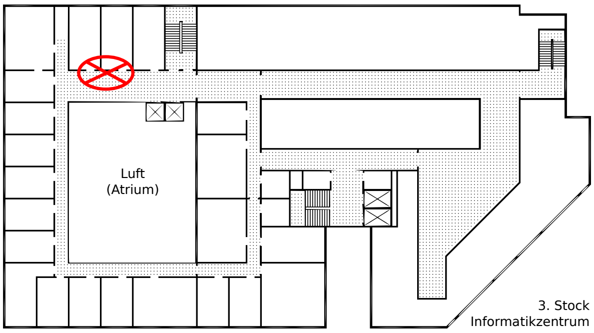
Abteilung Algorithmik **Sommer 2017**
Institut für Betriebssysteme und Rechnerverbund
TU Braunschweig

Prof. Dr. Sándor P. Fekete
Arne Schmidt

Algorithmen und Datenstrukturen II
Übung 1 vom 17. 04. 2017

Abgabe der Lösungen bis zum Dienstag, den 02. 05. 2017 um 13:15 im Hausaufgabenrückgabeschrank bei Raum IZ 337. Es werden nur mit einem dokumentechten Stift geschriebene Lösungen gewertet.
Bitte die Blätter zusammenheften und vorne deutlich mit eigenem Namen, Matrikel- und Gruppennummer, sowie Studiengang versehen!



Auf diesem Blatt gibt es 45 Punkte, erreichbar (und abzugeben) sind aber lediglich Aufgaben im Gesamtwert von maximal 30 Punkten. Mehr wird nicht gewertet! Wähle zwei Aufgaben aus, die Du bearbeitest.

Aufgabe 1 (Fractional Knapsack)**:** In dieser Aufgabe betrachten wir Fractional Knapsack.

a) Gegeben sei folgende Knapsack-Instanz: Sei $Z = 42$, und seien die Objekte $1, \ldots, 7$ folgendermaßen gewählt:

i	1	2	3	4	5	6	7
p_i	10	13	8	12	15	5	5
z_i	25	26	20	20	20	20	16

Führe Algorithmus 1.4 (Greedy für Fractional Knapsack) aus und gib die fraktionale Lösung an.

b) Sei P_I die Lösung von Algorithmus 1.4 für eine Knapsack-Instanz I. Zeige: $\lfloor P_{\mathrm{I}} \rfloor$ ist eine obere Schranke für Maximum Knapsack.

c) Angenommen, alle Quotienten $\frac{z_i}{p_i}$ sind paarweise verschieden, d.h. es gibt keine zwei Objekte i und j, sodass $\frac{z_i}{p_i} = \frac{z_j}{p_j}$. Zeige oder widerlege: Es gibt keine Instanz mit mindestens 3 Objekten, bei der die optimale ganzzahlige Lösung von Knapsack genauso gut ist wie die optimale fraktionale Lösung.

(8+4+3 Punkte)

Aufgabe 2 (GANZZAHLIGES KNAPSACK): In dieser Aufgabe betrachten wir nur GANZZAHLIGES KNAPSACK.

a) Gegeben sei folgende MAXIMUM KNAPSACK Instanz: Sei $Z = 23$, und seien die Objekte $1, \dots, 6$ folgendermaßen gewählt:

i	1	2	3	4	5	6
p_i	2	9	16	4	9	1
z_i	4	8	23	6	5	3

Führe Algorithmus 1.4 (Greedy für FRAKTIONALES KNAPSACK) ohne Schritt 3 aus und gib die ganzzahlige Lösung an. Was ist die optimale ganzzahlige Lösung?

b) Zeige oder widerlege: Die ganzzahlige Lösung P_G des Greedy-Algorithmus kann beliebig weit von einer optimalen Lösung P_{OPT} entfernt sein, d.h. $\frac{P_G}{P_{OPT}} = \varepsilon$ für beliebiges $0 < \varepsilon \leq 1$.

c) Angenommen, wir haben einen Algorithmus $\mathcal{A}$, der 0-1-KNAPSACK löst. Wie können wir $\mathcal{A}$ benutzen, um das Problem PARTITION zu lösen?

(7+4+4 Punkte)

Aufgabe 3 (Implementierung KNAPSACK): Implementiere für die binäre, sowie für die fraktionale Variante von KNAPSACK den Greedy-Algorithmus aus der Vorlesung. Für die fraktionale Variante soll das Ergebnis auf mindestens zwei Stellen genau berechnet werden.

Nutze dazu die Javavorlage und die Testfälle, die auf der Vorlesungsseite[1] zur Verfügung stehen. Löse alle gegebenen Instanzen und gib den Wert der Lösungen beider Varianten an. Was kannst Du über die obere Schranke für die jeweilige Instanz sagen? Wie gut ist die Lösung der ganzzahligen Variante bzgl. der oberen Schranke?

Wir testen Deine Software mit
javac -cp *:. Knapsack1234567.java && java *:. Knapsack1234567 < instance_xyz

Zur Abgabe: Ersetze 1234567 durch Deine Matrikelnummer und gib (nur) die Javadatei per Mail an Deinen entsprechenden Betreuer ab. Nenne in der Mail Name, Matrikel- und Gruppennummer. Es gilt dieselbe Frist wie für die anderen Aufgaben.

(*Hinweis:* Der Wert der Lösung für die fraktionale Variante ist bereits abgerundet!)

(15 Punkte)

[1] `http://www.ibr.cs.tu-bs.de/courses/ss17/aud2/`