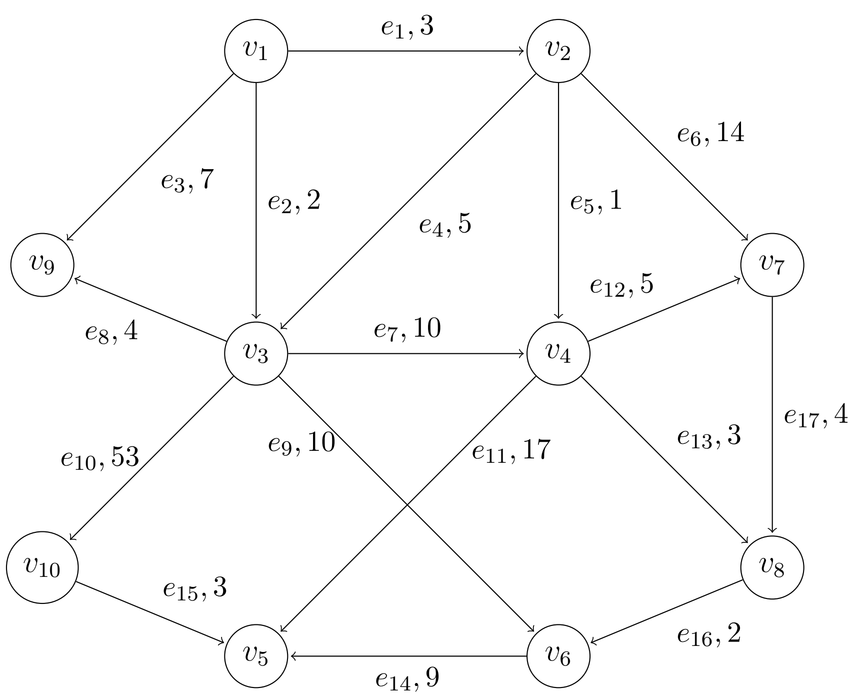
Abteilung Algorithmik
Institut für Betriebssysteme und Rechnerverbund **SoSe 16**
TU Braunschweig

Dr. Frank Quedenfeld
Antje Mönch
Florian Maurer

Netzwerkalgorithmen
Übung 3 vom 26. Mai 2016

Abgabe der Lösungen bis Donnerstag,
den 09.06.16, 13:00 Uhr im Hausaufgabenrückgabeschrank.
Bitte die Blätter zusammenheften und vorne deutlich mit eigenem Namen,
Matrikel- und Gruppennummer, sowie Studiengang versehen!

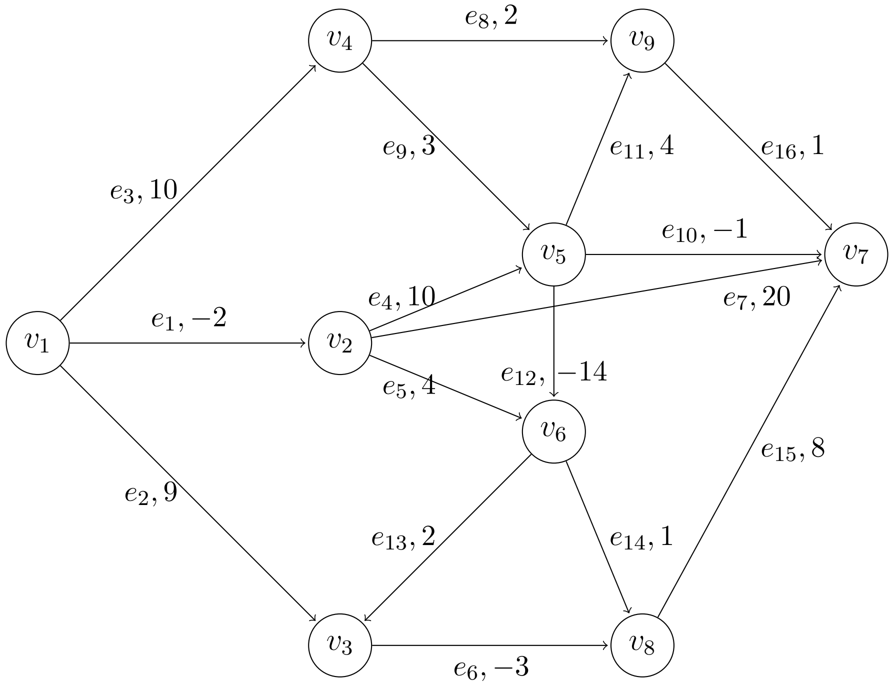
Aufgabe 1 (Algorithmus von Dijkstra):



Bestimme mit Hilfe des Algorithmus von Dijkstra einen kürzesten Weg von v_1 nach v_5. (Hinweis: Kommen während einer Iteration mehrere Knoten in Frage, wähle den mit dem kleinsten Index.) Gib jeweils an, wenn sich Label und Vorgänger ändern.

(15 Punkte)

Aufgabe 2 (Algorithmus von Moore, Bellman und Ford):



Bestimme mit dem Moore-Bellman-Ford-Algorithmus einen kürzesten Pfad von v_1 nach v_7. Gib jeweils an, wenn sich Längenwerte oder Vorgänger ändern.

(15 Punkte)

Aufgabe 3 (Matroide und Dijkstra):
In dieser Aufgabe soll die Korrektheit des Dijkstra-Algorithmus durch Matroide gezeigt werden. Sei dafür G ein gerichteter Graph mir einer Kostenfunktion $c : E(G) \mapsto \mathbb{R}$. Die Grundmenge ist die Menge aller zyklenfreien Pfade vom Startknoten s aus zu beliebigen Endknoten.

(a) Definiere ein Teilmengensystem, so dass sich ein Matroid ergibt. Zeige für das Teilmengensystem, dass die Definition erfüllt ist.

(b) Erkläre den Zusammenhang zwischen

- dem Greedy-Algorithmus für Matroide bezogen auf den Matroid aus (a) und
- dem Dijkstra-Algorithmus aus der Vorlesung.

(c) Beweise die Korrektheit des Dijkstra-Algorithmus aus der Vorlesung.

(8+5+2 Punkte)

Aufgabe 4 (Kürzeste Wege in Graphen mit beliebigen Gewichten):
Die Algorithmen von Dijkstra und Moore-Bellman-Ford für nichtnegative bzw. konservative Kantengewichte nutzen Lemma 3.3. Zeige, dass für allgemeine Graphen das Minimum nicht bestimmt ist, d.h., zeige, dass es Graphen mit beliebigen reellen Kantengewichten gibt, für die es zwischen zwei Knoten s und t keinen kürzesten Weg gibt.

(5 Punkte)

Aufgabe 5 (Dijkstra und MSTs):
Gegeben sei ein ungerichteter Graph G mit Kantengewichten $c : E(G) \mapsto \mathbb{R}$ (nicht paarweise verschieden).
Zeige oder widerlege: Der mit dem Dijkstra-Algorithmus berechnete Kürzeste-Wege-Baum ist auch ein minimaler aufspannender Baum.

(10 Punkte)