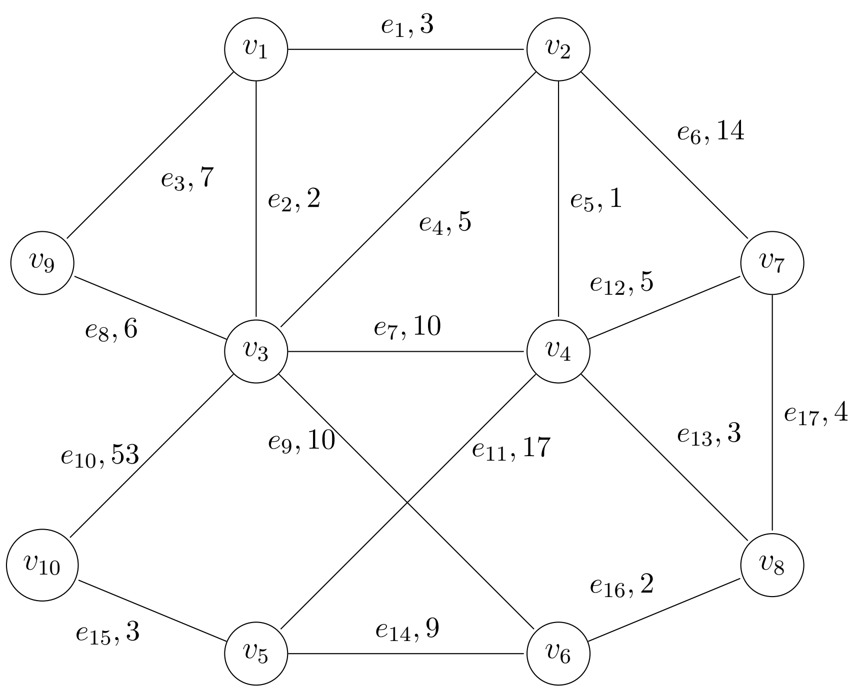
Abteilung Algorithmik
Institut für Betriebssysteme und Rechnerverbund **SoSe 15**
TU Braunschweig

Prof. Dr. Sándor P. Fekete
Frank Quedenfeld

Netzwerkalgorithmen
Übung 3 vom 18.05.2015

Abgabe der Lösungen bis Montag,
den 08.06.15, 13:00 Uhr im Hausaufgabenrückgabeschrank.
Bitte die Blätter zusammenheften und vorne deutlich mit eigenem Namen,
Matrikel- und Gruppennummer, sowie Studiengang versehen!

Aufgabe 1 (Algorithmus von Dijkstra):



Bestimme mit Hilfe des Algorithmus von Dijkstra einen kürzesten Weg von v_1 nach v_{10}. (Hinweis: Kommen während einer Iteration mehrere Knoten in Frage, wähle den mit dem kleinsten Index.) Gib jeweils an, wenn sich Label und Vorgänger ändern.

(15 Punkte)

Aufgabe 2 (Pfade und Zuverlässigkeit):
Gegeben sei ein Digraph G mit $s, t \in V(G)$. Jeder Kante $e \in E(G)$ wird eine Zahl $r(e) \in [0, 1]$, ihre *Zuverlässigkeit*, zugewiesen. Die Zuverlässigkeit eines Pfades ist das Produkt der Zuverlässigkeiten seiner Kanten. Gesucht ist der Pfad von s nach t mit maximaler Zuverlässigkeit.

a) Zeige, dass man dieses Problem unter Anwendung von Logarithmen auf das Kürzeste-Wege-Problem reduzieren kann.

b) Gib einen Algorithmus an, der das Problem in polynomieller Zeit ohne die Anwendung von Logarithmen löst.

(8+7 Punkte)

Aufgabe 3 (Dijkstra und MSTs):
Gegeben sei ein ungerichteter Graph G mit Kantengewichten $c : E(G) \mapsto \mathbb{R}$ (nicht paarweise verschieden).
Zeige oder widerlege: Der mit dem Dijkstra-Algorithmus berechnete Kürzeste-Wege-Baum ist auch ein minimaler aufspannender Baum.

(15 Punkte)

Aufgabe 4 (Längste Wege und das Knapsack-Problem):
Betrachte n Objekte. Jedes dieser Objekte hat ein *Gewicht* a_j und einen *Wert* c_j, beides sind positive ganze Zahlen. Wir suchen nach einer Teilmenge dieser Objekte, so dass die Summer ihrer Gewichte eine Schranke b (die Größe des Knapsacks) nicht überschreitet und die Summe ihrer Werte maximiert wird (wir wollen also möglichst wertvolle Gegenstände einpacken).
Reduziere dieses Problem auf das Finden eines längsten Pfades in einem passenden Netzwerk.
Hinweis: Betrachte ein azyklisches Netzwerk mit einem Startknoten s, einem Endknoten t, und $b + 1$ Knoten für jedes Objekt.

(15 Punkte)