Abteilung Algorithmik
Institut für Betriebssysteme und Rechnerverbund **SoSe 14**
TU Braunschweig

Dr. Christiane Schmidt
Florian Maurer
Arne Schmidt

Netzwerkalgorithmen
Übung 6 vom 14.07.2013

Dieses Übungsblatt wird nicht abgegeben!

Aufgabe 1 (Matching in bipartiten Graphen):

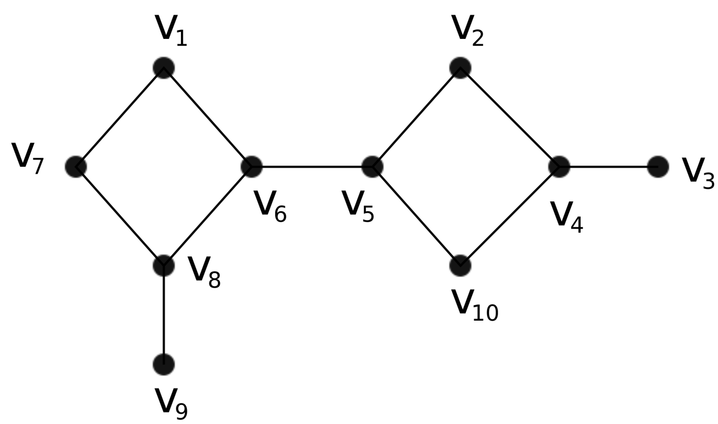

Abbildung 1: Graph G.

(a) Ist der Graph G aus Abbildung 1 bipartit? Begründe deine Aussage.

(b) Existiert für den Graphen G aus Abbildung 1 ein perfektes Matching? Begründe deine Aussage.

(c) Bestimme mit Hilfe des Algorithmus 5.15 aus der VL ein maximales/perfektes Matching in G. Kommen bei der Wahl für den Knoten in Schritt 2 mehrere Knoten in Frage, wähle den mit dem kleinsten Knotenindes. Kommen bei der Wahl einer Kante in Schritt 3 meherere Kanten in Frage, wähle die Kante, die zum Knoten mit kleinerem Knotenindex verläuft.

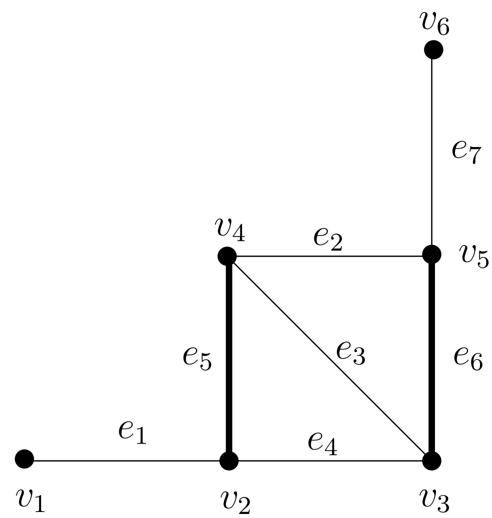

Abbildung 2: Graph G.

Aufgabe 2 (Blossom-Algorithmus zum Ersten):

(a) Ist der Graph G aus Abbildung 2 bipartit? Begründe deine Aussage.

(b) Gegeben sei der Graph G aus Abbildung 2 und das Matching $M = \{e_5, e_6\}$.

Entscheide mit Hilfe vom Blossom-Algorithmus aus der Vorlesung, ob G ein perfektes Matching hat oder nicht. Starte dabei mit dem Matching M. Gib nach jeder

- *Augmentierung* das neue Matching
- *Baum-erweitern-Operation* den neuen Baum
- *Schrumpfung* den neuen Baum und den Graphen G'

an.

Wähle dabei immer den ungematchten Knoten mit dem kleinsten Index als Startknoten für den Baum. Kommen bei der Auswahl der Kante in Schritt 3 vom Blossom-Algorithmus mehrere Kanten in Frage, wähle die mit dem kleinsten Kantenindex.

Aufgabe 3 (Blossom-Algorithmus zum Zweiten):

Wende den Blossom-Algorithmus an, um zu entscheiden, ob es ein perfektes Matching in H, dem Graphen aus Abbildung 3, gibt oder nicht. Wähle dabei immer den ungematchten

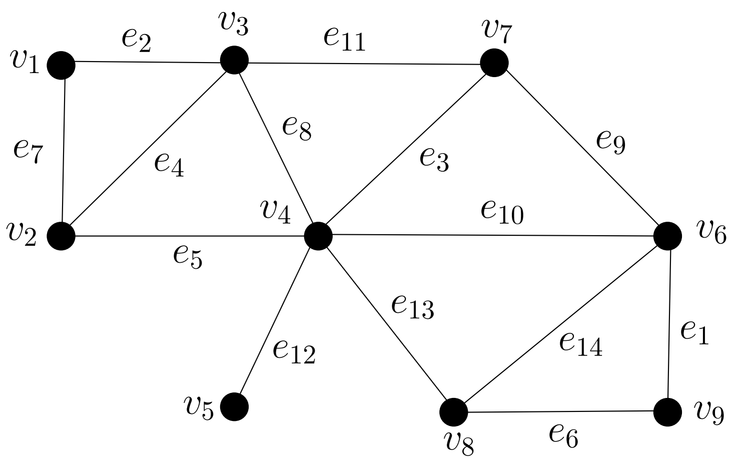

Abbildung 3: Der Graph H.

Knoten mit dem kleinsten Index als Startknoten für den Baum. Kommen bei der Auswahl der Kante in Schritt 3 vom Blossom-Algorithmus mehrere Kanten in Frage, wähle die mit dem kleinsten Kantenindex.

Betrachte den konstruierten Baum, wenn der Algorithmus stoppt. Entferne die schwarzen Knoten aus G und begründe damit, dass es kein perfektes Matching gibt.

Aufgabe 4 (Matching und Vertex Cover):
In bipartiten Graphen gilt $\nu(G) = \tau(G)$ (siehe Vorlesung). Im Allgemeinen gilt $\nu(G) \leq \tau(G)$. ($\nu(G)$ gibt die Größe eines optimalen Matchings, $\tau(G)$ die Größe eines optimalen Vertex Covers an.)

(a) Gib einen Graphen an, für den $\nu(G) < \tau(G)$, genauer $\tau(G) = 2 \cdot \nu(G)$, gilt (mit Begründung!).

(b) Gib eine Graphenklasse an (also Graphen mit beliebig vielen Knoten!), für die $\nu(G) < \tau(G)$, genauer $\tau(G) = 2 \cdot \nu(G)$, gilt (mit Begründung!).