Abteilung Algorithmik
Institut für Betriebssysteme und Rechnerverbund **SoSe 14**
TU Braunschweig

Dr. Christiane Schmidt
Florian Maurer
Arne Schmidt

Netzwerkalgorithmen
Übung 5 vom 30.06.2014

Abgabe der Lösungen bis Mittwoch, den 16.07.14, bis 13:00 Uhr in der Abteilung *Algorithmik*.
Bitte die Blätter vorne deutlich mit eigenem Namen und Gruppennummer versehen!

Aufgabe 1 (Klausurvorbereitung):
Gib Deinen Namen (Format: Nachname, Vorname), Matrikelnummer und Studiengang (mit Zusatz Bachelor, Master, Diplom!) *leserlich* an.
Diese Angaben brauchen wir für die Weiterleitung der Klausurergebnisse, also gebt Euch Mühe `;-)`.

(2 Punkte)

Aufgabe 2 (Kantendisjunkte Pfade):
Sei $G = (V, E)$ ein gerichteter Graph, $s, t \in V$ und $k \in \mathbb{N}$. Zwei Pfade P und Q heißen kantendisjunkt, wenn sie keine gemeinsame Kante haben.
Zeige: Die maximale Anzahl kantendisjunkter s-t-Pfade in G entspricht der Größe eines minimalen s-t-Schnitts.
(Tipp: Wende Max Flow = Min Cut auf ein geeignetes Netzwerk an. Verwende außerdem den Satz über die Dekomposition von Flüssen aus der Vorlesung vom 24.6.)

(15 Punkte)

Aufgabe 3 (Flüsse und Schnitte):
Sei $N(x, y)$ ein Netzwerk mit Quelle x und Senke y, in dem es keinen gerichteten x–y-Pfad gibt.
Zeige, dass der Wert eines maximalen Flusses und die Kapazität eines minimalen Schnittes in N beide Null sind.

(13 Punkte)

Aufgabe 4 (Maximales Matching in bipartiten Graphen):
Bestimme mit Hilfe von Algorithmus 5.15 aus der VL ein maximales Matching in dem Graphen G aus Abbildung 1. Wähle dabei immer den ungematchten Knoten mit dem kleinsten Index als Startknoten für den Baum. Kommen bei der Auswahl der Kante in Schritt 3 mehrere Kanten in Frage, wähle die mit dem kleinsten Kantenindex.

(15 Punkte)

Aufgabe 5 (Perfektes Matching in bipartiten Graphen):
Ein perfektes Matching $M \subseteq E$ ist eine Menge von paarweise nicht-adjazenten Kanten,

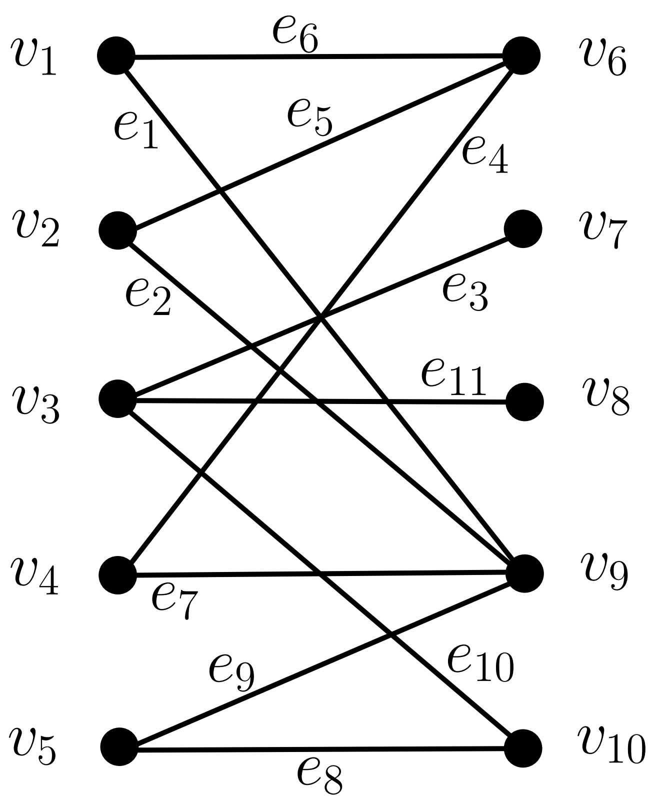

Abbildung 1: Ein Graph.

wobei zu jedem Knoten *genau eine* dieser Kanten inzident sein muss. Zeige, in einem bipartiten Graphen $G = (V, E)$ mit $V = V_1 + V_2$ in dem jeder Knoten *genau* Grad $k \geq 1$ hat, gibt es ein perfektes Matching. Verwende den Satz von Hall.

(15 Punkte)