

Dr. Christiane Schmidt
Florian Maurer
Arne Schmidt

Netzwerkalgorithmen Übung 0 vom 28.04.2014

Dieses Übungsblatt wird nicht abgegeben!
Besprechung der Aufgaben in den kleinen Übungen
am Mittwoch, 07.05.2014 und Donnerstag, 08.05.2014.

Aufgabe 1 (Graphen):

Eine Kante e eines Graphen G heißt *Brücke*, wenn $G \setminus e (= (V(G), E(G) \setminus \{e\}))$ mehr Zusammenhangskomponenten hat als G .

Ein zusammenhängender Graph heißt *unizyklisch* wenn er genau einen Kreis enthält. Zeige, dass die folgenden Aussagen äquivalent sind:

- (1) G ist unizyklisch.
- (2) $G \setminus e$ ist ein Baum für eine geeignete Kante e .
- (3) G ist zusammenhängend, und die Anzahl der Knoten entspricht der Anzahl der Kanten.
- (4) G ist zusammenhängend, und die Menge aller Kanten von G die keine Brücken sind formt einen Kreis.

Aufgabe 2 (Zusammenhang):

Zeige: Aus jedem zusammenhängenden Graphen $G = (V, E)$ kann man einen Knoten (samt den daranhängenden Kanten) entfernen, so dass der Graph zusammenhängend bleibt.

(Hinweis: Betrachte den Endknoten eines längsten Pfades in G .)

Aufgabe 3 (Zusammenhang und Schnitte - Lemma 2.6(b)):

Zeige:

Sei G ein gerichteter Graph und $r \in V(G)$. Dann gibt es einen r - v -Pfad für jeden Knoten $v \in V(G) \Leftrightarrow \delta^+(X) \neq \emptyset$ für jedes $X \subsetneq V(G)$ mit $r \in X$.

Aufgabe 4 (Euklidischer Steinerbaum):

Finde eine möglichst gute Lösung der folgenden Instanz des euklidischen Steinerbaumproblems:

$a \bullet \qquad \bullet b$

$c \bullet \qquad \bullet d$

Dabei sind die Punkte a , b , c und d die Ecken des Einheitsquadrates. Sei S der Wert Deiner Lösung (auf vier Nachkommastellen gerundet). Welche Kantenlängen treten auf? (Hinweis: Wenn zusätzliche Steinerpunkte eingefügt werden, wie bei der Lösung für $n = 3$ aus der großen Übung, treffen sich dort genau 3 Kanten mit einem Winkel von 120° zwischen je zwei Kanten.)

Aufgabe 5 (Pfade, Kreise etc.):

- (i) Zeige: Jede Kantenfolge mit Startknoten a und Endknoten b , mit $a \neq b$, enthält einen Pfad von a nach b .
- (ii) Zeige: Jede geschlossene Kantenfolge ungerader Länge enthält einen Kreis.
- (iii) Wie sehen die geschlossenen Kantenfolgen gerader Länge aus, die keinen Kreis enthalten?