Abteilung Algorithmik
Institut für Betriebssysteme und Rechnerverbund **SoSe 13**
TU Braunschweig

Prof. Dr. Sándor P. Fekete
Dr. Christiane Schmidt
Stephan Friedrichs

Netzwerkalgorithmen
Übung 5 vom 17.06.2013

Abgabe der Lösungen bis Mittwoch, den 03.07.13, bis 13:00 Uhr in der Abteilung *Algorithmik*.
Bitte die Blätter vorne deutlich mit eigenem Namen und Gruppennummer versehen!

Aufgabe 1 (Klausurvorbereitung):
Gib Deinen Namen (Format: Nachname, Vorname), Matrikelnummer und Studiengang (mit Zusatz Bachelor, Master, Diplom!) *leserlich* an.
Diese Angaben brauchen wir für die Weiterleitung der Klausurergebnisse, also gebt Euch Mühe `;-)`.

(2 Punkte)

Aufgabe 2 (Algorithmus von Ford und Fulkerson):

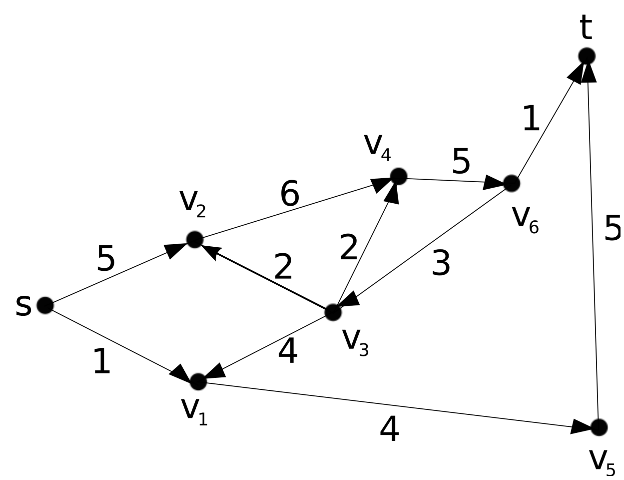

Abbildung 1: Das Netzwerk (G, u, s, t). Die Zahlen an den Kanten sind die Kapazitäten.

Bestimme mit Hilfe des Algorithmus von Ford und Fulkerson einen maximalen s-t-Fluß im Netzwerk (G, u, s, t). Gib jeweils den Residualgraphen an.
Gib außerdem einen minimalen Schnitt an.

(13+2 Punkte)

Aufgabe 3 (Ganzzahliger Fluss):
Zeige das Korollar aus der Vorlesung: Sei $N = (G, u, s, t)$ ein Netzwerk in dem all Kapazitäten $u(e)$ ganzzahlig sind. Dann gibt es einen maximalen Fluss in N, so dass alle $f(e)$ ganzzahlig sind (insbesondere ist dann der optimale Fluss ganzzahlig).

(15 Punkte)

Aufgabe 4 (Kantendisjunkte Pfade):
Sei $G = (V, E)$ ein gerichteter Graph, $s, t \in V$ und $k \in \mathbb{N}$. Zwei Pfade P und Q heißen kantendisjunkt, wenn sie keine gemeinsame Kante haben.
Zeige: Es gibt genau dann k kantendisjunkte s-t-Pfade in G, wenn es nach dem Entfernen von (beliebigen) $k - 1$ Kanten aus G noch einen s-t-Pfad gibt.
(Tipp: Wende Max Flow = Min Cut auf ein geeignetes Netzwerk an. Verwende außerdem den Satz über die Dekomposition von Flüssen aus der Vorlesung)

(15 Punkte)

Aufgabe 5 (Flüsse und Schnitte):
Sei $N(x, y)$ ein Netzwerk mit Quelle x und Senke y, in dem es keinen gerichteten x–y-Pfad gibt.
Zeige, dass der Wert eines maximalen Flusses und die Kapazität eines minimalen Schnittes in N beide Null sind.

(13 Punkte)