Abteilung Algorithmik
Institut für Betriebssysteme und Rechnerverbund **SoSe 12**
TU Braunschweig

Prof. Dr. Sándor P. Fekete
Dr. Christiane Schmidt

Netzwerkalgorithmen
Übung 5 vom 25.06.2012

Abgabe der Lösungen bis Montag, den 09.07.12, bis 13:00 Uhr in der
Abteilung *Algorithmik* (gegenüber IZ 252).
Bitte die Blätter vorne deutlich mit eigenem Namen und Gruppennummer versehen!

Aufgabe 1 (Klausurvorbereitung):
Gib Deinen Namen (Format: Nachname, Vorname), Matrikelnummer und Studiengang (mit Zusatz Bachelor, Master, Diplom!) *leserlich* an.
Diese Angaben brauchen wir für die Weiterleitung der Klausurergebnisse, also gebt Euch Mühe `;-)`.

(2 Punkte)

Aufgabe 2 (Algorithmus von Ford und Fulkerson):

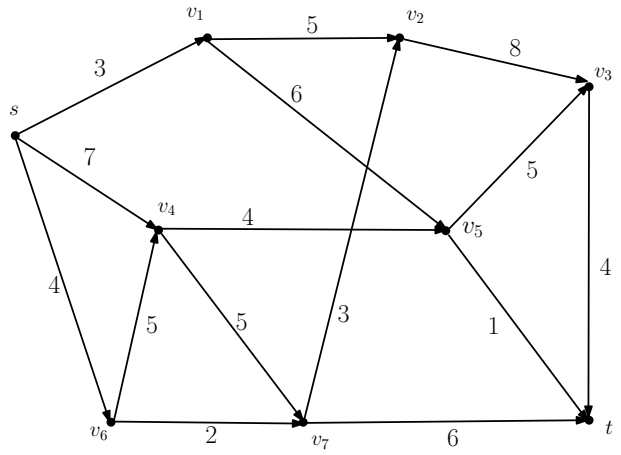

Abbildung 1: Das Netzwerk (G, u, s, t). Die Zahlen an den Kanten sind die Kapazitäten.

Bestimme mit Hilfe des Algorithmus von Ford und Fulkerson einen maximalen s-t-Fluß im Netzwerk (G, u, s, t). Gib jeweils den Residualgraphen an.
Gib außerdem einen minimalen Schnitt an.

(20+4 Punkte)

Aufgabe 3 (Negative Kreise):
Modifiziere den Algorithmus von Moore, Bellmann und Ford, so dass er für einen Graphen entscheidet, ob dieser einen negativen Kreis enthält oder nicht. Begründe die Korrektheit.

(10 Punkte)

Aufgabe 4 (Fibonacci-Heaps):

Wir definieren für einen Knoten x in einem Fibonacci-Heap $degree[x]$ als die Anzahl seiner Kinder. Beweise:
Sei x ein Knoten in einem Fibonacci-Heap und nimm an, dass $degree[x] = k$ gilt. Seien $y_1, y_2, \ldots, y_k$ die Kinder von x, in der Reihenfolge, wie sie mit x verbunden wurden, vom frühesten zum spätesten. Dann gilt $degree[y_1] \geq 0$ und $degree[y_i] \geq i - 2$ für $i = 2, 3, \ldots, k$.
(Hinweis: Verliert ein Knoten ein Kind, verbleibt er im Fibonacci-Heap; verliert er ein zweites Kind, wird er abgeschnitten.)

(12 Punkte)

Aufgabe 5 (Flüsse und Schnitte):
Sei $N(x, y)$ ein Netzwerk mit Quelle x und Senke y, in dem es keinen gerichteten x–y-Pfad gibt.
Zeige, dass der Wert eines maximalen Flusses und die Kapazität eines minimalen Schnittes in N beide Null sind.

(12 Punkte)