Abteilung Algorithmik
Institut für Betriebssysteme und Rechnerverbund **SoSe 12**
TU Braunschweig

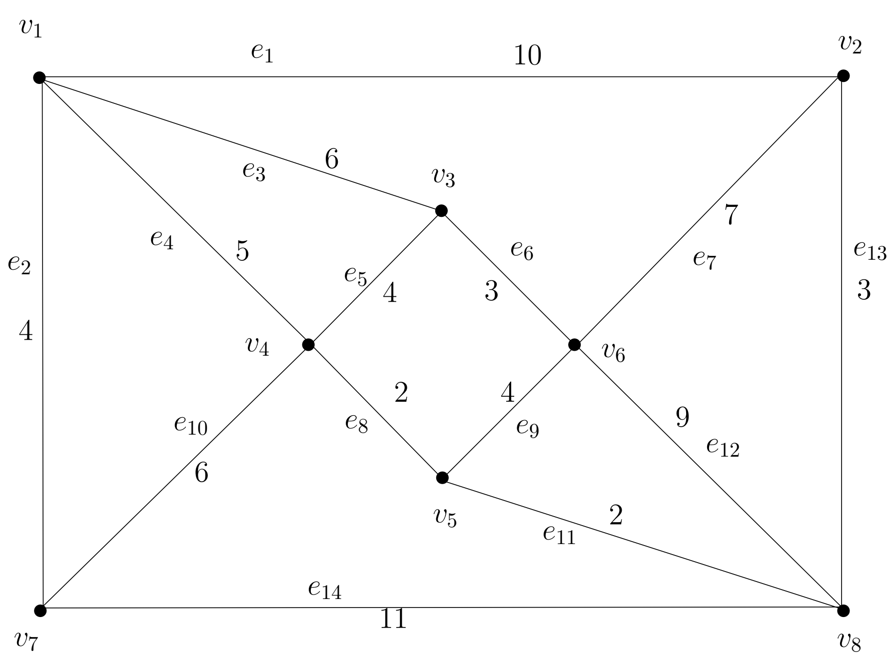
Prof. Dr. Sándor P. Fekete
Dr. Christiane Schmidt

Netzwerkalgorithmen
Übung 2 vom 07.05.2012

Abgabe der Lösungen bis Montag, den 21.05.12, bis 13:00 Uhr in der
Abteilung *Algorithmik* (IZ 262).
Bitte die Blätter vorne deutlich mit eigenem Namen und Gruppennummer versehen!

Aufgabe 1 (Algorithmus von Kruskal):

DIESE AUFGABE WURDE VON BLATT 1 ÜBERNOMMEN!!

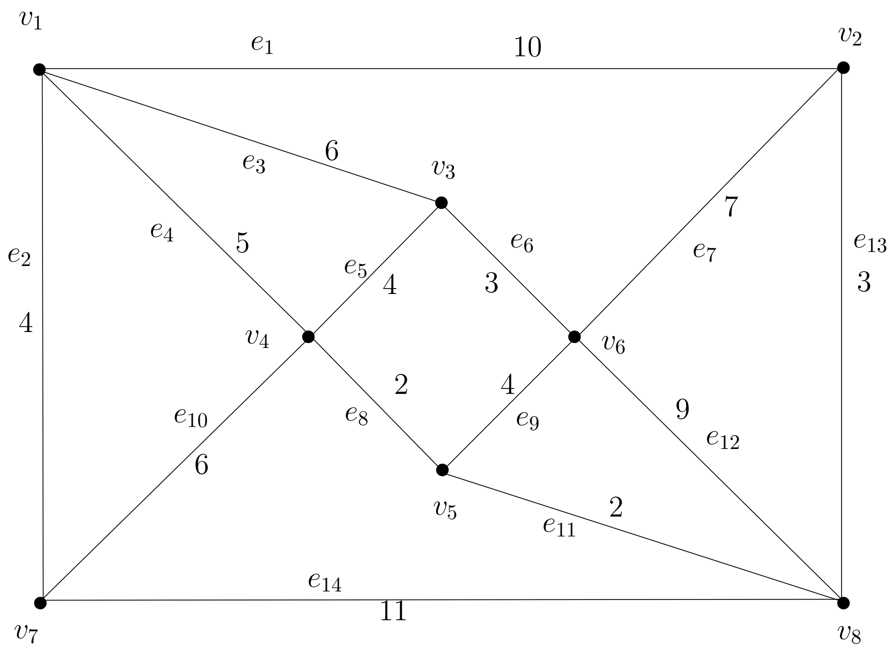


Bestimme mit Hilfe des Algorithmus von Kruskal einen minimalen aufspannenden Baum. Gib dazu die Kanten in der Reihenfolge an in der sie in den Baum aufgenommen werden und zeichne die gefundene Gesamtlösung. Kommen in einem Schritt mehrere Kanten in Frage, wähle die mit dem kleinsten Kantenindex.
Damit der Algorithmus von Kruskal eine Laufzeit von $O(m \log n)$ erreicht, kann man die in der Vorlesung vorgestellte Datenstruktur verwenden. Gib jeweils nach dem Einfügen einer Kante den Zustand der Datenstruktur an.

(Hinweis: Kommen beim Einfügen einer Kante in die Datenstruktur zwei Möglichkeiten in Frage, wähle die Kante, so dass sie vom Knoten mit dem kleineren Index zum Knoten mit dem größeren Index verläuft.)

(15 Punkte)

Aufgabe 2 (Algorithmus von Prim):



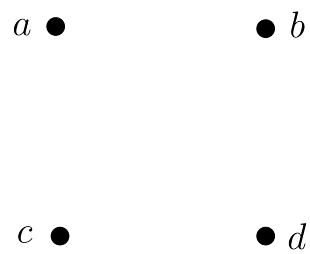
Bestimme mit Hilfe des Algorithmus von Prim einen minimalen aufspannenden Baum; beginne dabei mit dem Knoten v_1. (Hinweis: Kommen während einer Iteration mehrere Kanten in Frage, wähle die mit dem kleinsten Index.)

(15 Punkte)

Aufgabe 3 (Minimal aufspannende Bäume):
Gegeben sei ein ungerichteter, zusammenhängender Graph $G = (V, E)$. Zeige oder widerlege die folgende Aussage:
Wenn es in G einen Kreis C mit eindeutiger leichtester Kante e in C(= Kante mit geringstem Gewicht) gibt, dann ist e in jedem minimalen aufspannenden Baum enthalten.

(15 Punkte)

Aufgabe 4 (Euklidischer Steinerbaum):
Finde eine möglichst gute Lösung der folgenden Instanz des euklidischen Steinerbaumproblems:



Dabei sind die Punkte a, b, c und d die Ecken des Einheitsquadrates. Sei S der Wert deiner Lösung (auf vier Nachkommastellen gerundet). Welche Kantenlängen treten auf? (Hinweis: Wenn zusätzliche Steinerpunkte eingefügt werden, wie bei der Lösung für $n = 3$ aus der großen Übung, treffen sich dort genau 3 Kanten mit einem Winkel von $120°$ zwischen je zwei Kanten.)

(15 - (S - 2,7321)$\cdot$ 50 Punkte)

Aufgabe 5 (Branchings und Arboreszenzen):
Wir betrachten drei Probleme:

(A) gewichtsmaximales Branching Problem:
Gegeben: ein gerichteter Graph G, Gewichte $c : E(G) \to \mathbb{R}$.
Gesucht: Finde ein gewichtsmaximales Branching in G.

(B) gewichtsminimale Arboreszenz Problem:
Gegeben: ein Digraph G, Gewichte $c : E(G) \to \mathbb{R}$.
Gesucht: Finde eine gewichtsminimale Arboreszenz in G oder entscheide, dass keine existiert.

(C) gewichtsminimale verwurzelte Arboreszenz Problem:
Gegeben: ein Digraph G, ein Knoten $r \in V(G)$, Gewichte $c : E(G) \to \mathbb{R}$.
Gesucht: Finde eine gewichtsminimale Arboreszenz in G, die in r verwurzelt ist, oder entscheide, dass keine existiert.

Zeige, dass die Probleme (A), (B) und (C) alle äquivalent sind.

(15 Punkte)