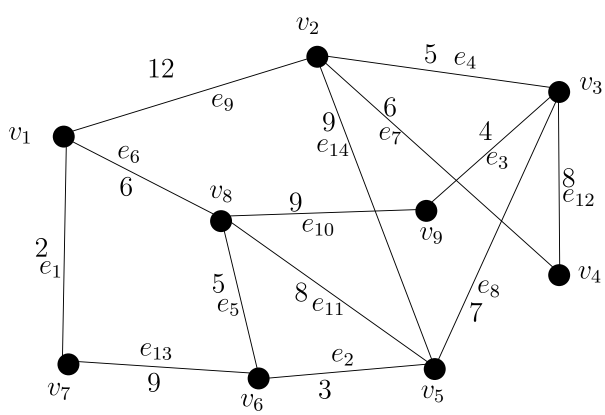
Abteilung Algorithmik
Institut für Betriebssysteme und Rechnerverbund **SoSe 11**
TU Braunschweig

Prof. Dr. Sándor P. Fekete
Christiane Schmidt

Netzwerkalgorithmen
Übung 2 vom 09.05.2011

Abgabe der Lösungen bis Montag, den 23.05.11, bis 13:00 Uhr in der
Abteilung *Algorithmik* (IZ 262).
Bitte die Blätter vorne deutlich mit eigenem Namen und Gruppennummer versehen!

Aufgabe 1 (Algorithmus von Prim):



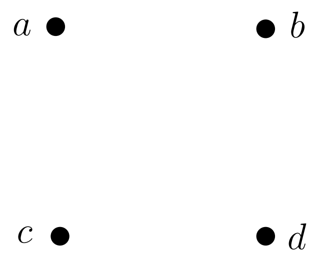
Bestimme mit Hilfe des Algorithmus von Prim einen minimalen aufspannenden Baum; beginne dabei mit dem Knoten v_1. (Hinweis: Kommen während einer Iteration mehrere Kanten in Frage, wähle die mit dem kleinsten Index.)

(12 Punkte)

Aufgabe 2 (Bäume): Seien (V, T_1) und (V, T_2) zwei Bäume auf derselben Knotenmenge V. Zeige: Für jede Kante $e \in T_1$ existiert eine Kante $f \in T_2$, so dass sowohl $(V, (T_1 \backslash \{e\}) \cup \{f\})$ als auch $(V, (T_2 \backslash \{f\}) \cup \{e\})$ Bäume sind.

(12 Punkte)

Aufgabe 3 (Euklidischer Steinerbaum):
Finde eine möglichst gute Lösung der folgenden Instanz des euklidischen Steinerbaumproblems:



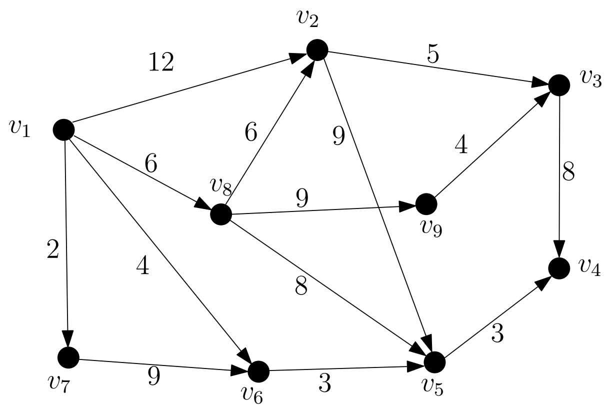
Dabei sind die Punkte a, b, c und d die Ecken des Einheitsquadrates. Sei S der Wert deiner Lösung (auf vier Nachkommastellen gerundet). Welche Kantenlängen treten auf? (Hinweis: Wenn zusätzliche Steinerpunkte eingefügt werden, wie bei der Lösung für $n = 3$ aus der großen Übung, treffen sich dort genau 3 Kanten mit einem Winkel von $120°$ zwischen je zwei Kanten.)

(12 - (S - 2,7321)· 50 Punkte)

Aufgabe 4 (Zweitbester MST):
Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter zusammenhängender Graph mit $|E| \geq |V|$ und der Gewichtsfunktion $c : E \mapsto \mathbb{R}_+$, wobei die Kantengewichte *paarweise verschieden* sind. Im Folgenden bezeichne $w(T)$ das Gewicht eines aufspannenden Baumes T.
Ein zweitbester minimaler aufspannender Baum ist wie folgt definiert. Sei $\mathcal{T}$ die Menge aller aufspannenden Bäume in G und T' ein minimaler aufspannender Baum von G. Dann ist ein zweitbester minimaler aufspannender Baum ein aufspannender Baum T, für den $w(T) = \min_{T'' \in \mathcal{T} \setminus T'} \{w(T'')\}$ gilt.
Zeige: Der minimale aufspannende Baum in G ist eindeutig, während dies für den zweitbesten minimalen aufspannenden Baum nicht notwendigerweise der Fall ist.

(12 Punkte)

Aufgabe 5 (Algorithmus von Dijkstra):



Bestimme mit Hilfe des Algorithmus von Dijkstra einen kürzesten Weg von v_1 nach v_4. (Hinweis: Kommen während einer Iteration mehrere Knoten in Frage, wähle den mit dem kleinsten Index.) Gib jeweils an, wenn sich Label und Vorgänger ändern.

(12 Punkte)