

Dr. Alexander Kröller  
Christiane Schmidt

## Verteilte Algorithmen Übung 6 vom 5. 7. 2010

Abgabe der Lösungen am Montag, den 12. 7. 2010, entweder vor der Übung im IZ251,  
oder bis 16:40 im Hausaufgabenrückgabeschrank.

**Aufgabe 1:** Eine Menge  $I \subseteq V$  heisst unabhängig („independent set“), wenn es keine Kante im Graphen gibt, die zwei Knoten aus  $I$  verbindet. Wenn  $I$  unabhängig ist, aber es kein  $v \in V \setminus I$  gibt, mit dem  $I \cup \{v\}$  unabhängig ist, ist  $I$  ein MIS („maximal independent set“).

Betrachte folgenden Algorithmus mit gegebenen (vom Gegenspieler unveränderlichen) IDs:

---

**Algorithm 1:** Selbststabilisierendes MIS (code für  $v \in V$ )

---

**Führe jede Runde aus:**

```
if  $v$  hat einen Nachbarn mit höherer ID im MIS then
  |  $v$  ist nicht im MIS
else
  |  $v$  ist im MIS
```

---

- Zeige, dass der Algorithmus selbst-stabilisierend und korrekt ist, und gib die zugehörige Stabilisierungszeit an ( $\mathcal{O}(\dots)$ -Notation reicht).
- Gib für beliebige  $n > 2$  Netzwerke und vom Gegenspieler erzwungene Startzustände an, bei denen die Zeit aus a) tatsächlich erreicht wird (mit Beweis, klar).

(3+2 P.)

i	x[i]	C[i]
1	3	0
2	3	0
3	5	2
4	4	0
5	6	0
6	7	0
7	2	1
8	3	2
9	2	1
10	5	0
11	6	0
12	4	2
13	4	0
14	5	0
15	5	0

Tabelle 1: Werte für x und C

**Aufgabe 2:** Betrachte den selbststabilisierenden Algorithmus zur Färbung planarer Graphen aus der Übung (Algorithmus 3, Übung vom 05.07.2010).

Jedem Knoten  $i$  ist eine Integervariable  $x[i]$  zugeordnet, die die Richtung der Kanten vorgibt:

$$i \rightarrow j \Leftrightarrow (x[i] < x[j]) \vee ((x[i] = x[j]) \wedge (i < j)) \quad (1)$$

Zudem gibt  $out[i]$  den Ausgangsgrad von Knoten  $i$ ,  $C[i]$  die Farbe von  $i$ ,  $succ[i]$  die Menge der Nachfolger von  $i$ ,  $succolor[i]$  die Menge der Farben der Knoten in  $succ[i]$  sowie  $setofx[i]$  die Menge der  $x$ -Werte der Knoten in  $succ[i]$  an. Für einen gerichteten Graphen mit Ausgangsgrad höchstens  $(D - 1)$  ist die Menge der Farben gegeben durch  $K = \{0, 1, \dots, D - 1\}$ .

\* $[\exists j : j \in succ[i] ::$

$$(out[i] \leq 5) \wedge (C[i] = C[j]) \wedge (b \in (K - succolor[i]))$$

$$\rightarrow C[i] := b$$

$$out[i] > 5$$

$$\rightarrow x[i] := (maxsetofx[i]) + 1$$

]

Gib für den Graph aus Abbildung 1 für jede Iteration die Werte von  $x$  und  $C$ , sowie die Richtungen der Kanten an. Verwende hierbei für  $(b \in (K - succolor[i]))$  immer das kleinste  $b$ , dass diese Bedingung erfüllt. Die Dir vom Gegenspieler gegebenen Werte für  $x$  und  $C$  sind in Tabelle 1 zu finden. Die Knotennummern sind in Abbildung 1 gegeben. Wieviele Iterationen sind notwendig?

(5 P.)

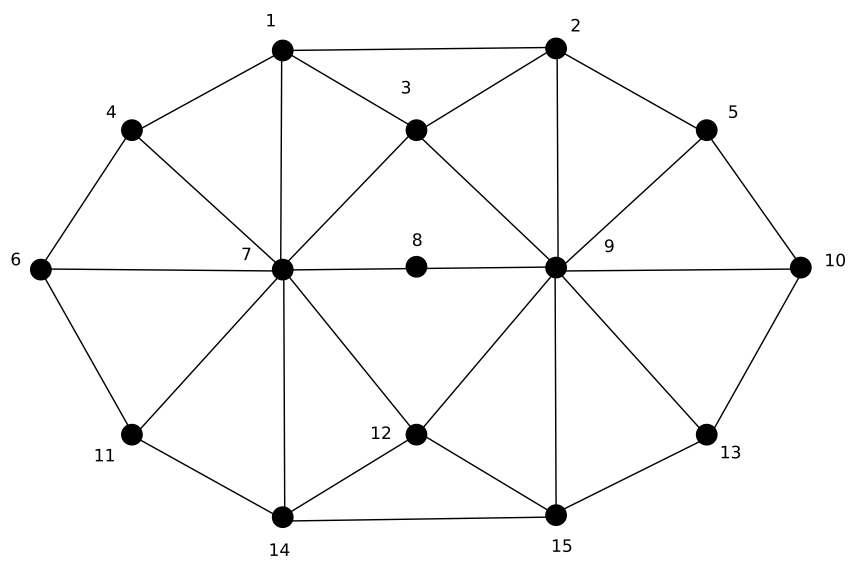


Abbildung 1: Graph für Aufgabe 2, an jedem Knoten ist die Knotennummer gegeben.