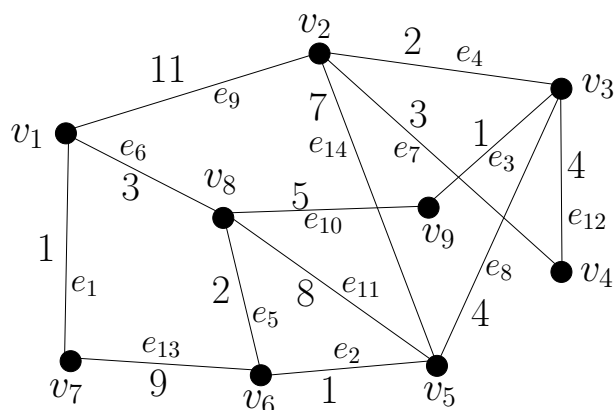


Netzwerkalgorithmen Übung 2 vom 28.04.2010

Abgabe der Lösungen bis Mittwoch, den 12.05.10, bis 13:00 Uhr in der
Abteilung *Algorithmik* (IZ 262).

Bitte die Blätter vorne deutlich mit eigenem Namen und Gruppennummer versehen!

Aufgabe 1 (Algorithmus von Prim):



Bestimme mit Hilfe des Algorithmus von Prim einen minimalen aufspannenden Baum; beginne dabei mit dem Knoten v_1 . (Hinweis: Kommen während einer Iteration mehrere Kanten in Frage, wähle die mit dem kleinsten Index.)

(15 Punkte)

Aufgabe 2 (Zweitbesten MST):

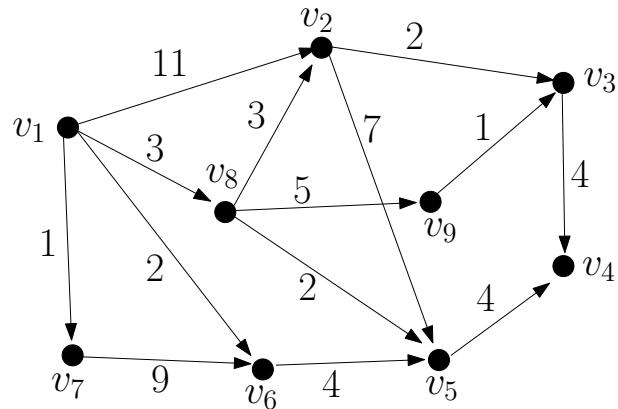
Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter zusammenhängender Graph mit $|E| \geq |V|$ und der Gewichtsfunktion $c : E \mapsto \mathbb{R}_+$, wobei die Kantengewichte *paarweise verschieden* sind. Im Folgenden bezeichne $w(T)$ das Gewicht eines aufspannenden Baumes T .

Ein zweitbesten minimaler aufspannender Baum ist wie folgt definiert. Sei \mathcal{T} die Menge aller aufspannenden Bäume in G und T' ein minimaler aufspannender Baum von G . Dann ist ein zweitbesten minimaler aufspannender Baum ein aufspannender Baum T , für den $w(T) = \min_{T'' \in \mathcal{T} \setminus T'} \{w(T'')\}$ gilt.

Zeige: Der minimale aufspannende Baum in G ist eindeutig, während dies für den zweitbesten minimalen aufspannenden Baum nicht notwendigerweise der Fall ist.

(15 Punkte)

Aufgabe 3 (Algorithmus von Dijkstra):



Bestimme mit Hilfe des Algorithmus von Dijkstra einen kürzesten Weg von v_1 nach v_4 . (Hinweis: Kommen während einer Iteration mehrere Knoten in Frage, wähle den mit dem kleinsten Index.)

(15 Punkte)

Aufgabe 4 (Wahr oder falsch):

Sei G ein gerichteter Graph mit Kantengewichten $c : E(G) \mapsto \mathbb{R}$, wobei $c(e) < 0$ möglich ist. Zeige oder widerlege die folgenden Aussagen:

- Falls c konservativ ist, findet der Algorithmus von Dijkstra einen kürzesten Weg von einem Knoten s zu allen anderen Knoten.
- Wir definieren $\bar{c}(e) = c(e) + K$, wobei K so gewählt wird, dass $\bar{c}(e) \geq 0 \forall e \in E$. Nun bestimmen wir einen kürzesten Weg in G mit Kantengewichten \bar{c} . Behauptung: Dieser Weg ist auch ein kürzester Weg in G mit Kantengewichten c .

(8+7 Punkte)