Abteilung Algorithmik
Institut für Betriebssysteme und Rechnerverbund **Sommer '09**
TU Braunschweig

Dr. Alexander Kröller

Algorithm Engineering
Übung 2 vom 25. 5. 2009

Abgabe der Lösungen am Montag, den 15. 6. 09, vor der Übung im IZ 251.
Bitte die Blätter vorne deutlich mit eigenem Namen versehen!

Aufgabe 1 (Geld aus dem Nichts): Hier sind einige Währungskurse vom 24. 5., kopiert von Yahoo! Finanzen:

Marktübersicht Devisen | **Währungsrechner**

Flat-Rates | Cross-Rates

Währung Letzter Kurs	EUR € 23:46	USD $ k.A.	GBP £ 23:50	JPY ¥ 23:00	CAD $ 23:04	AUD $ 23:20	CHF 23:00
1 EUR €	–	1,3992	0,8790	132,6361	1,5675	1,7875	1,5190
1 USD $	0,7147	–	0,6282	94,7950	1,1203	1,2775	1,0856
1 GBP £	1,1377	1,5918	–	150,8994	1,7833	2,0336	1,7281
1 JPY ¥	0,0075	0,0105	0,0066	–	0,0118	0,0135	0,0115
1 CAD $	0,6380	0,8926	0,5607	84,6157	–	1,1403	0,9690
1 AUD $	0,5595	0,7828	0,4917	74,2035	0,8769	–	0,8498
1 CHF	0,6583	0,9211	0,5787	87,3204	1,0320	1,1768	–

Nehmen wir einmal an, wir hätten direkten Zugang zu den Finanzmärkten und könnten ohne Gebühren Devisen zu diesen Kursen handeln. Könnte man dann Geld in Euro „im Kreis tauschen" und dabei einen Gewinn machen?

a) Formuliere das Problem, einen Einsatz von 1€ durch Devisentäusche mit anderen Währungen wieder in Euro zurückzuverwandeln und dabei maximalen Gewinn zu machen, als LP. Dabei darf beliebig getauscht werden, auch fraktionale Beträge, und Geldbeträge dürfen auch gesplittet werden. *(Hinweis: Betrachte die Flussprobleme mit Kantenflussvariablen vom Anfang der VL.)* **(20 P.)**

b) Löse das LP aus a) mit SoPlex oder CPLEX. **(10 P.)**

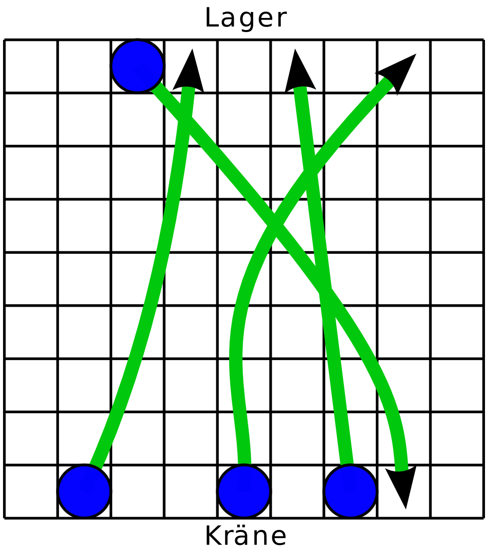
c) Welche Ergebnisse kann das LP aus a) haben? Was bedeuten diese Ergebnisse jeweils? *(Hinweis: Angenommen, man könnte irgendwo einen Kreis bauen, der Geld vermehrt, ohne Euros zu verwenden. Was passiert dann mit der Optimallösung des LPs?)* **(10 P.)**

d) Erweitere das LP zu einem MIP, das folgende Bedingung berücksichtigt: Es darf nur entlang eines Kreises getauscht werden, also z.B. EUR→USD→CAD→EUR. Konkret: Das Geld darf nicht gesplittet werden und eine Währung darf im Kreis nicht mehrfach auftauchen; mit der Ausnahme von EUR, das nur Start- und Zielwährung ist. Löse das MIP mit SCIP oder CPLEX. Träume vom Reichsein. **(30 P.)**

(Σ=70 P.)

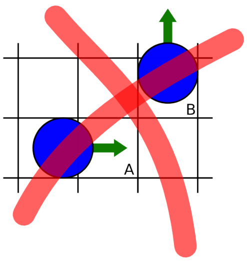
Aufgabe 2 (Containerhafen): In einem Containerhafen werden Container zwischen einem Lager und Schiffen hin- und hertransportiert. Dazu gibt es eine freie Fläche, auf der autonome Fahrzeuge fahren. An der Seeseite werden diese von Kränen mit Containern beladen, fahren danach selbständig über die Navigationsfläche zu einer Lagerposition und werden dort entladen. Denselben Prozess gibt es natürlich auch umgekehrt.

In dieser Aufgabe sollt ihr mittels IPs Routenpläne für die Fahrzeuge berechnen. Es ist ein $X \times Y$-Gitter gegeben und n Fahrzeuge. Fahrzeug $i \in \{1, \ldots, n\}$ steht bei Position (x_i, y_i) und soll nach (x'_i, y'_i) fahren. Alle Fahrzeuge sollen nach einer Gesamtzeit von höchstens T ihr Ziel erreichen.



Im Detail fahren die Fahrzeuge wie folgt: Es gibt eine globale Synchronisation in „Fahrrunden". Diese sind $1, 2, 3, \ldots, T$. In jeder Runde kann jedes Fahrzeug auf ein beliebiges Nachbarfeld fahren (horizontal und vertikal; *nicht* diagonal), oder stehenbleiben.

Natürlich sollen die Fahrzeuge nicht kollidieren. Da die Steuerung nicht ganz exakt ist, wird ein grosser Sicherheitsbereich angenommen: Zu keinem Zeitpunkt dürfen sich Fahrzeuge in benachbarten Feldern aufhalten. Hierbei ist „benachbart" als horizontal, vertikal *und* diagonal definiert. Ein Fahrzeug auf dem Weg von einem Feld auf ein anderes belegt formell beide Felder. Das Folgende ist also verboten, da die beiden Felder A und B als belegt gelten und benachbart sind:



Formuliere das beschriebene Problem als IP.

(Hinweis: Wenn man sich die Fahrrouten als Fluss in Raum und Zeit vorstellt, sieht das doch sehr nach einem Flussproblem aus, oder?) **(30 P.)**