

Prof. Dr. Sándor Fekete
Christiane Schmidt
Christopher Tessars

Online-Algorithmen

Übung 2 vom 05.05.2008

Abgabe der Lösungen am Montag, den 26.05.08, vor der Übung im IZ 262A.
Bitte die Blätter vorne deutlich mit eigenem Namen versehen!

Aufgabe 1 (Randomisierte Algorithmen):

- a) Für ein Problem sind zwei Online-Algorithmen A_1, A_2 gegeben, die einen kompetitiven Faktor von 2 bzw. 3 haben. Gib einen randomisierten Online-Algorithmus an, der einen kompetitiven Faktor von $\frac{9}{4}$ hat.
- b) Welchen kompetitiven Faktor hat der in der Übung vorgestellte R-SUM-Algorithmus für den Fall der Deutschen Bahn?

(10+5 Punkte)

Aufgabe 2 (k-Server-Problem):

Wir betrachten das k-Server-Problem: Der Algorithmus kann k mobile Server in der Ebene bewegen, die sich zu Beginn auf Punkten aus einer Menge M befinden. Gegeben wird eine Sequenz $\sigma = r_1, r_2, \dots, r_n$ von Nachfragen, wobei jede Nachfrage einem Punkt in der Ebene entspricht. Eine Nachfrage r_i ist bedient, wenn einer der Server sich auf r_i befindet. Durch Bewegung der Server muss der Algorithmus die Nachfragen in der gegebenen Reihenfolge bearbeiten. Die Kosten des Algorithmus entsprechen der mit allen Servern zurückgelegten Distanz (bzgl. einer Metrik).

Zeige, dass für das k-Server-Problem eine Greedy-Strategie nicht notwendigerweise kompetitiv ist. Eine Greedy-Strategie wählt in jedem Schritt die kostengünstigste Möglichkeit aus, in diesem Fall die Bewegung des Servers, der dem nachgefragten Punkt am nächsten ist.

Hinweis: Betrachte für $k = 2$ Server und drei geschickt gewählte Anfragepunkte (eine geeignete unendliche Anfragesequenz).

(25 Punkte)

Aufgabe 3 (Memory):

Wir betrachten eine Memory-Version für einen Spieler. Wie in dem bekannten Spiel seien n Kartenpaare mit der Rückseite nach oben auf einem Tisch verteilt. Der Spieler kann nun in jedem Zug zwei Karten umdrehen. Handelt es sich um ein Paar, dann werden beide Karten abgeräumt. Sonst werden sie wieder umgedreht. Das Ziel des Spielers ist es, in möglichst wenig Zügen alle Karten abzuräumen. Auch nach erfolgreichem Aufdecken eines Paares wird ein weiteres Aufdecken als neuer Zug gewertet.

Wir nehmen an, dass der Spieler sich zu jeder Zeit an alle schon gesehenen Karten erinnern kann. Die optimale Offline-Lösung benötigt n Züge, um alle $2n$ Karten abzuräumen.

Gib eine 2-kompetitive Strategie an, und beweise die Kompetitivität!

(20 Punkte)