

Prof. Dr. Sándor Fekete
Christiane Schmidt
Christopher Tessars

Online-Algorithmen

Übung 1 vom 21.04.2008

Abgabe der Lösungen am Montag, den 05.05.08, vor der Übung im IZ 262A.
Bitte die Blätter vorne deutlich mit eigenem Namen versehen!

Aufgabe 1 (The Ski Rental Problem):

Sei r das Verhältnis von Kaufpreis (k) zu Leihgebühr (l) ($r = \frac{k}{l}$).

- a) Gib eine Strategie an, die einen kompetitiven Faktor von $2 - \frac{1}{r}$ erreicht. Beweise Deine Aussage!
- b) Seien im Folgenden $k = 100$, $l = 20$:
 - (1) Welcher kompetitive Faktor ergibt die Strategie, die darin besteht drei Tage lang Skier auszuleihen und am vierten Tag die Skier zu kaufen?
 - (2) Welchen kompetitiven Faktor erreicht die optimale Strategie?
 - (3) Welche Strategie ergibt nur einen kompetitiven Faktor von 3?

(5+10 Punkte)

Aufgabe 2 (Marking-Algorithmen):

Gegeben seien $k = 4$ Seiten, bezeichnet mit 1, 2, 3, 4, und ein Cache der Größe 3. Zu Beginn befinden sich die Seiten 1, 2, 3 im Cache. Betrachte die Sequenz $\sigma = (41234)$ von Nachfragen.

Im Weiteren sollen für den Marking-Algorithmus die Strategien FIFO (first in, first out) und LFU (last frequently used) miteinander verglichen werden. Bei welcher tritt für die obige Sequenz σ häufiger ein Fehler ("fault") auf? Wie oft treten für FIFO und LFU Fehler auf? Gib für jeden Schritt an, welche Seiten sich jeweils im Cache befinden!

(15 Punkte)

Aufgabe 3 (Bahncard-Problem):

Der in der Übung vorgestellte Online-Algorithmus SUM für das Bahncard-Problem hat einen kompetitiven Faktor von $2 - \beta$. Gib eine Sequenz σ an, so dass dieser kompetitive Faktor erreicht wird, d.h. ein Worst-Case-Beispiel.

(15 Punkte)

Aufgabe 4 (Paging):

Beweise die folgende Aussage:

Sei ALG ein beliebiger Marking-Algorithmus (wie in der Vorlesung vorgestellt) mit einem Cache der Größe k , und sei OPT ein optimaler Offline-Algorithmus mit einem Cache der Größe $h \leq k$. Dann ist ALG $\frac{k}{k-h+1}$ -kompetitiv.

Hinweis: Betrachte in Analogie zur Vorlesung eine Zerlegung einer Sequenz σ in Phasen der Länge k .

(15 Punkte)