Abteilung für Mathematische Optimierung
TU Braunschweig

SS 2001

Prof. Dr. Sándor Fekete

Mathematische Optimierung II

Übung 2 vom 03.05.2001

(Abgabe bis zum 10.05.2001)

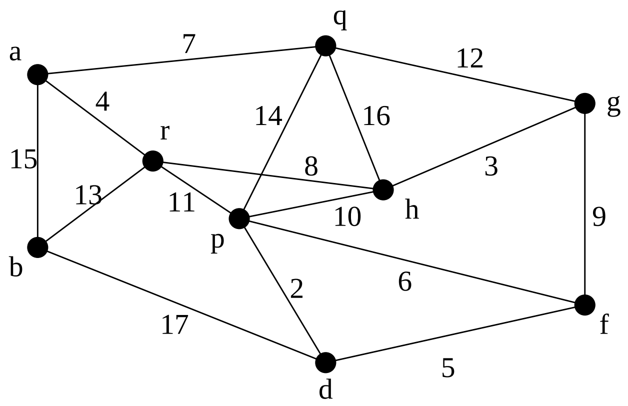

Abbildung 1: Ein gewichteter Graph

Aufgabe 5 (Lokale Suche für Bäume)
Betrachten Sie den Graphen in Abbildung 1.

(a) Bestimmen Sie einen aufspannenden Baum T_m **maximalen** Gewichts.

(b) Sei T_0 ein aufspannende Baum **minimalen** Gewichts. Geben Sie eine Folge T_0, T_1, ..., T_m von aufspannenden Bäumen an, die folgende Eigenschaften hat:

(1) T_i entsteht aus T_{i-1} durch den Austausch genau einer Kante.

(2) $w(T_i) \geq w(T_{i-1})$.

(c) Skizzieren Sie eine Beweis, warum es für je zwei beliebige aufspannende Bäume T_a und T_b eine Folge wie in (b) gibt.

(15 Punkte)

Aufgabe 6 (LP für MST)
Betrachten Sie das in der Vorlesung beschriebene Lineare Optimierungsproblem zum Graphen in Abbildung 1 und geben Sie eine duale Lösung an!

(15 Punkte)

Aufgabe 7 (Ackermann-Funktion)
Die *Ackermann-Funktion* ist folgendermaßen definiert:

$$A(m,n) = \begin{cases} n+1 & \text{falls } m = 0, \\ A(m-1,1) & \text{falls } m > 0, n = 0, \\ A(m-1, A(m, n-1)) & \text{falls } m > 0, n > 0. \end{cases}$$

Sie ist ein beliebtes Beispiel für besonders schnelles Wachstum einer rekursiv definierten Funktion.

(a) Beweisen Sie: Die Ackermann-Funktion ist wohldefiniert, d.h., die obige Rekursionsbeziehung endet irgendwann.

(Tipp: Zwei verschachtelte Rekursionen über m und n!)

(b) Zeigen Sie:

(i) $A(1, n) > n + 1$.

(ii) $A(2, n) > 2n$.

(iii) $A(3, n) > 2^n$.

(iv) $A(4, n) > 2^{2^{\cdot^{\cdot^{2}}}}$, ein Turm der Höhe n.

(v) $A(5, 4) > 10^{10000}$.

(15 Punkte)

Aufgabe 8 (Praktische Aufgabe: Das Kevin-Bacon-Orakel)

Zunächst einmal einige einfache Recherche-Aufgaben:

(a) Was ist eine Erdős-Zahl?

(b) Was ist eine Kevin-Bacon-Zahl (KBZ)?

(c) Welche KBZ hat Elvis Presley?

Jetzt die Herausforderung:

(d) Finden Sie eine Person mit KBZ 3? KBZ 4? KBZ 5?

(Tipp: Benutzen Sie nicht nur das Kevin-Bacon-Orakel, sondern auch die Internet Movie Database!)

(e) Beschreiben Sie, wie Sie unter Verwendung von Orakel und Movie Database mit Sicherheit Personen mit hoher KBZ finden können – zumindest prinzipiell. (Dabei ist nur das Ausprobieren von tatsächlich existierenden Namen erwünscht, alphabetisches Durchprobieren von Buchstabenkombinationen ist also nicht zulässig!)

(15 Punkte)

Freiwillige **Zusatzaufgabe:** Wer findet zwei Personen mit dem größten endlichen Abstand im Schauspielergraphen?

(10 Zusatzpunkte)